N.I. KALITEEVSKI

OPTIQUE ONDULATOIRE

N.I. KALITEEVSKI

OPTIQUE ONDULATOIRE

PRÉFACE À LA TRADUCTION FRANÇAISE

Ce livre a été pour la première fois publié en URSS en 1971 et réédité, après révision, en 1978. C'est un exposé du cours de l'Optique que l'auteur enseigne depuis nombre d'années, dans le cadre du cours de Physique, aux étudiants de la Faculté de physique à l'Université de Léningrad.

Dans ce domaine, la majorité des manuels peuvent être classés en deux grands groupes: les uns qui sont essentiellement consacrés à une étude détaillée de la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques, la description des expériences étant largement sacrifiée au profit de la théorie; et les autres qui pèchent par l'excès contraire se contentant de se référer aux résultats de la théorie électromagnétique, l'exposé étant consacré à la description des procédés expérimentaux utilisés en optique.

Dans notre cours, nous avons cherché à combiner, en exposé correct, la théorie de la propagation d'ondes électromagnétiques courtes, basée toute entière sur les équations classiques de Maxwell, à une description suffisamment développée des procédés d'études expérimentales utilisant les techniques modernes (lasers, ondes radioélectriques ultra-courtes, fibres optiques, couches diélectriques réfléchissantes, etc.), tout en maintenant le volume de l'ouvrage dans les limites raisonnables.

Nous avons accordé une attention particulière à l'étude de l'interférence et de la diffraction des ondes lumineuses, ainsi qu'aux applications pratiques de ces phénomènes (instruments d'optique de grand pouvoir séparateur, holographie, etc.).

Le dernier chapitre donne un aperçu de la physique des photons, ce qui nous permet de bien dégager le concept de dualisme onde-corpuscule et de tracer les limites de validité de la théorie électromagnétique de la lumière. Ce bref exposé sert également à caractériser les propriétés des récepteurs photo-électriques largement utilisés dans les mesures optiques.

L'optique connaît de nos jours un renouveau tellement notable qu'il est permis de dire qu'elle a retrouvé sa jeunesse. La contribu-

tion qu'ont apportée au développement de cette science les physiciens français est universellement reconnue.

Les physiciens français du XXe siècle ont poursuivi la tradition de recherches fondamentales du grand Fresnel et d'autres physiciens du XIXe siècle et ont contribué à tracer des nouvelles voies en optique et en spectroscopie. Les résultats des recherches des physiciens français, ainsi que celles des physiciens soviétiques sont exposés plus ou moins exhaustivement dans ce livre.

L'auteur s'estimera satisfait, si cet ouvrage trouve audience auprès des étudiants, ingénieurs et techniciens de l'optique.

N. Kalitéevski

INTRODUCTION

L'*optique* est la partie de la physique qui traite des phénomènes physiques liés à la propagation des ondes électromagnétiques de petites longueurs d'onde. On sait que la longueur λ de n'importe quelle onde, sa fréquence ν, sa vitesse de propagation u dans un milieu et la période des oscillations T sont liées entre elles par les corrélations $\lambda = u/\nu = uT$. Pour les ondes que nous aurons à considérer dans ce cours, on a, dans le cas du vide, $u = c \approx 3 \cdot 10^{10}$ cm/s.

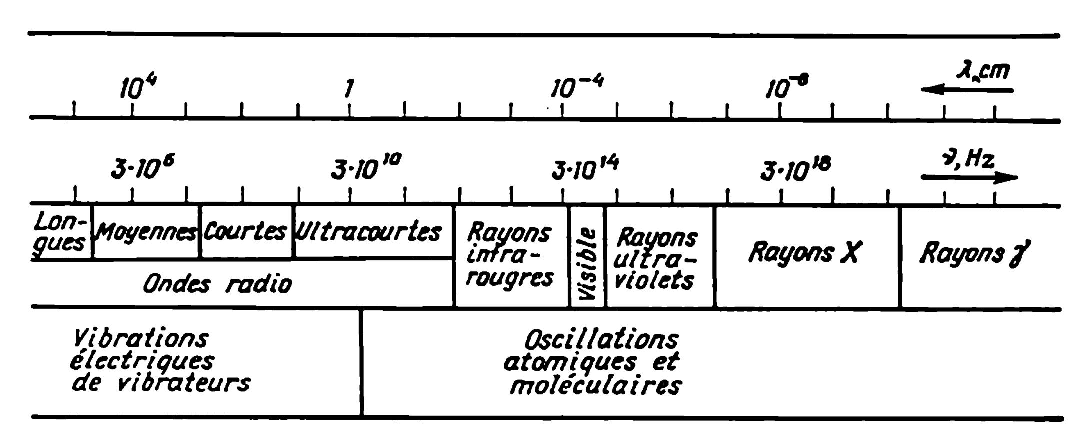


Fig. 1. Echelle des ondes électromagnétiques

Nous devons commencer par préciser le domaine des variations possibles de la longueur d'onde (ou de la fréquence) ou, ce qui revient au même, nous avons à établir une échelle des ondes électromagnétiques, (fig. 1), pour donner une définition plus nette à cette désignation si vague, d'*ondes électromagnétiques courtes.* On doit remarquer que dans le cas de certains phénomènes tels que la polarisation, une variation même importante de la longueur d'onde n'entraîne pas de changements qualitatifs, tandis que pour d'autres phénomènes (diffraction, interférence) le choix de la gamme de longueurs d'onde revêt une grande importance.

Par suite, il n'y a aucune raison de mettre plus particulièrement en relief l'étroite gamme de 0,4 à 0,7 µm de radiations caractérisées

par leur action spécifique sur l'œil humain (*lumière visible*). Actuellement, paraît tout aussi injustifiée la définition de *gamme optique*, expression largement répandue, qui inclut les radiations infrarouges, visibles et ultraviolettes, les frontières entre les différentes gammes étant largement conventionnelles.

Bien que les procédés mis en œuvre pour générer ou enregistrer les différents types d'ondes électromagnétiques soient nettement différents, on démontre que les lois de propagation de tous les types d'onde son décrites par les mêmes équations différentielles. Il s'agit là des équations de Maxwell où l'on tient compte des propriétés du milieu à l'aide de constantes convenables; pour pouvoir décrire le passage du rayonnement d'un milieu à un autre, on définit des conditions aux limites imposées aux vecteurs intensités des champs électriques et magnétiques. La mise en œuvre de la méthode suggérée par Maxwell il y a plus de 100 ans permet de bâtir une théorie unique de la propagation des ondes électromagnétiques et de l'appliquer à l'étude des propriétés de la lumière.

Cette approche phénoménologique présente l'avantage d'être générale, mais étant approximative, elle apparaît insuffisante dans de nombreux cas. Aussi, avant d'exposer une théorie aussi rigoureuse que formelle, puisqu'elle néglige dans une large mesure les mécanismes des microprocessus qui ont lieu, avons-nous estimé utile de donner les caractéristiques qualitatives des ondes électromagnétiques de différentes gammes de fréquence ainsi qu'un aperçu des procédés de leur excitation et de leur enregistrement. En procédant dans cet ordre, nous pouvons, d'une part, préciser les limites de validité de la théorie et, d'autre part, cela nous permet de parler de toutes les possibilités de vérification expérimentale et d'illustration des conséquences que l'on peut tirer de la théorie, en utilisant pour ce faire les radiations les mieux adaptées.

Les procédés utilisés pour générer ou détecter les ondes hertziennes sont décrits dans les cours d'électro- et de radiotechnique et n'ont qu'un rapport indirect avec le problème de la propagation d'ondes électromagnétiques courtes. Il importe cependant de noter que pour les fréquences $\nu > 10^9$ Hz ($\lambda < 30$ cm) les tubes électroniques du type triode, qui sont à la base de la radiotechnique classique, ne sont plus utilisables. En effet, à ces fréquences le temps de transit de l'électron entre la cathode et l'anode devient comparable à la période de variation du champ électrique et la grille du tube ne peut plus moduler le courant d'anode. Si l'on diminue les dimensions du tube électronique, on arrive en fin de compte, comme l'a fait malicieusement remarquer Pierce, à la disparition du dispositif. Mais en même temps Pierce note qu'aux Etats-Unis on utilise largement dans les lignes de relais radars des tubes électroniques surminiaturisés où la distance entre la cathode et la grille est d'environ 10µm, ce qui permet de les utiliser pour l'amplification d'oscillations d'une

longueur d'onde $\lambda \simeq 7{,}5$ cm. Nous ne mentionnons ces données que pour montrer le caractère très conventionnel de la subdivision des différents types de rayonnements électromagnétiques.

La mise en œuvre des ondes ultra-courtes (OUC) présente un intérêt exceptionnel pour de nombreux problèmes techniques de la plus haute importance. Cela tient au fait que pour assurer une transmission d'énergie et obtenir un rayonnement dirigé il est avantageux d'accroître la fréquence (*cf.* § 1.7). Au cours de la décennie 1930-1940, la technique des OUC a pris un essor extraordinaire, de sorte que les dispositifs qu'utilisèrent dans leurs expériences Hertz, Popov et d'autres physiciens ne présentent aujourd'hui qu'un intérêt historique. L'inconvénient majeur de l'émetteur de Hertz résidait en ce qu'il émettait des oscillations amorties et que le spectre des fréquences émises était par trop large. Dans les générateurs OUC modernes (klystrons et magnétrons) l'interaction du faisceau électronique avec les ondes électromagnétiques générées dans la cavité résonnante est telle que la limite supérieure des fréquences obtenues est reportée jusqu'à $\nu \simeq 30$ GHz et que la puissance en impulsion peut atteindre des dizaines de millions de watts. Un autre avantage de ces émetteurs est une bonne monochromaticité des ondes électromagnétiques produites (radiations d'une fréquence bien déterminée) ainsi qu'un front raide des signaux émis.

Comme récepteur d'un rayonnement OUC on utilise généralement soit un dipôle, soit une cavité résonnante à détecteur cristallin présentant des caractéristiques nettement asymétriques ; le signal basse fréquence ainsi obtenu est ensuite amplifié.

Afin de donner une idée plus concrète des méthodes de réception d'un rayonnement OUC nous considérons le schéma simplifié suivant. Le signal pulsé capté par le dipôle est une oscillation modulée en amplitude qui se laisse représenter par une fonction arbitraire telle que

$$y(t) = A(t) \cos \omega t.$$

$A(t)$ représente ici l'amplitude lentement variable du signal (à une fréquence acoustique, par exemple, $\nu' \sim 10^4$ Hz), $\nu = \omega/2\pi$ étant la fréquence de l'onde porteuse de la gamme OUC ($\nu \sim 10^9$ Hz).

Après détection à l'aide d'un dispositif non linéaire (redresseur HF) et moyennage par période $T = 1/\nu$, on obtient

$$\langle y(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) \, |\cos \omega t| \, dt = \frac{A(t)}{T} \int_0^T |\cos \omega t| \, dt = \frac{2}{\pi} A(t).$$

Le signal peut être alors amplifié et enregistré à l'aide d'un oscillographe ou de tout autre indicateur BF. La justification d'un tel procédé est fournie par les cours de radiotechnique. Des expériences

simples permettent de démontrer la directivité du rayonnement de la gamme OUC ainsi que d'autres propriétés de ces émetteurs.

Quoique le diapason optique du spectre (rayons infrarouges, visibles et ultraviolets) présente un intérêt considérable, nous ne ferons ici qu'esquisser les procédés de génération et d'enregistrement de ces radiations, puisque, dans notre cours, nous aurons à étudier en détail nombre de questions qui s'y rapportent.

Dans les expériences de laboratoire on utilise les phénomènes physiques suivants pour provoquer l'émission d'un rayonnement optique :

1. Le rayonnement des corps solides incandescents (rayonnement thermique) est à spectre continu ; ce mode de rayonnement est particulièrement efficace dans le proche infrarouge. Bien souvent l'arc électrique entre électrodes de carbone représente la meilleure source d'un rayonnement à spectre continu dans les régions visible et ultraviolette du spectre.

2. Le rayonnement est émis par des gaz excités (les transitions quantiques des électrons des couches extérieures d'atomes ou de molécules font apparaître des spectres atomiques et moléculaires). Un arc électrique qu'on fait jaillir entre des électrodes métalliques ou des électrodes de carbone imprégnées de sels métalliques produit un rayonnement intense à spectre discontinu (discret). L'arc en vapeurs de mercure à basse pression est une source de lumière émettant des raies de grande luminance ; à l'aide de filtres ou d'autres dispositifs convenables on peut isoler l'une des raies.

Au cours de ces dernières années se sont largement répandues les lampes sans électrodes que l'on excite par une décharge UHF. Ces lampes sont réalisées de la façon suivante : on dépose une pellicule d'un métal sur les parois internes d'une ampoule sphérique en un verre spécial (de 1 ou 2 cm de diamètre) où l'on a réalisé un vide poussé. Après remplissage avec un gaz inerte l'ampoule est scellée. Les raies fondamentales (raies de résonance) caractéristiques du métal utilisé sont excitées à l'aide d'un générateur UHF miniaturisé. Les lampes de ce type fournissent des raies intenses et bien définies.

3. Le rayonnement qui est émis par différents corps soumis à irradiation (rayonnement de luminescence) est largement utilisé dans les études expérimentales.

Mentionnons qu'en optique la mise en œuvre des lasers (générateurs quantiques de rayonnements optiques) présente pour les études expérimentales des potentialités exceptionnelles, étant donné que les lasers émettent généralement une seule raie spectrale de grande brillance. Les propriétés spéciales (cohérence) de ces sources lumineuses seront examinées dans notre cours, mais ici nous voudrions faire remarquer que le fait même de l'existence des lasers implique la nécessité des approches nouvelles à l'étude de nombre de phénomènes optiques.

La réception des radiations du domaine optique est basée sur certaines propriétés fondamentales des ondes électromagnétiques. Nous ne mentionnerons ici que les principaux procédés de détection basés sur la mise en œuvre des effets photo-électriques (photocellules, photomultiplicateurs, transformateurs électroniques-optiques, etc.); des effets photochimiques (plaques photographiques); des effets de luminescence (écrans luminescents), et des effets thermo-électriques (thermopiles, bolomètres, etc.).

La méthode utilisant l'effet thermo-électrique est caractérisée par l'absence de sélectivité vis-à-vis des radiations de longueurs d'onde différentes, ce qui la distingue de toutes les autres méthodes de détection des rayonnements optiques. Cette absence de sélectivité est tout à la fois un énorme avantage des récepteurs thermiques et un grave inconvénient. En effet, en mettant en œuvre d'autres effets (l'effet photo-électrique, par exemple) on arrive à réaliser des récepteurs qui, bien qu'étant sélectifs, présentent tout de même une plus grande sensibilité dans une région donnée du spectre.

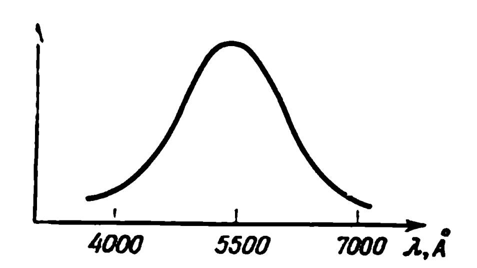


Fig. 2. Variation de la sensibilité de l'œil humain avec la longueur d'onde de la lumière

Dans notre cours nous décrirons les méthodes pratiques utilisées pour obtenir le plus grand rapport signal-bruit avec les différents récepteurs de rayonnement optique. Pour l'instant, il est opportun de considérer la question des frontières délimitant les différentes régions spectrales de la gamme optique. On admet généralement que la région visible du spectre s'étend de 4000 à 7000 Å. Il est bien connu par ailleurs qu'à l'intérieur de cette gamme la sensibilité de l'œil varie avec la longueur d'onde suivant la courbe représentée fig. 2; le maximum de sensibilité se situe dans le vert ($\lambda \approx 5500$ Å). Bien que cette sensibilité de l'œil résulte d'une longue adaptation des organes de sens de l'homme aux conditions ambiantes de notre planète où la source de lumière ayant la plus grande brillance a toujours été le soleil, on doit estimer que les frontières indiquées sont, dans une large mesure, conventionnelles *). La frontière entre les régions visible et ultraviolette que l'on situe généralement à 4000 Å est tout aussi artificielle. Il est également difficile de préciser où passe la frontière entre les radiations infrarouges et les ondes radio ultra-

*) Ainsi, par exemple, comme nous voyons fort bien le rayonnement de grande luminosité d'un laser au rubis ($\lambda \approx 6940$ Å) ou, ce qui est plus extraordinaire encore, l'émission rouge vif d'un laser à semiconducteur en GaAs ($\lambda \approx$ ≈ 8500 Å), on est amené à préciser que la frontière située à 7000 Å correspond à la brillance des émetteurs usuels « prélasers ».

courtes puisqu'on arrive à détecter et à étudier les ondes millimétriques aussi bien par des procédés optiques « usuels » que par les procédés spécialement élaborés pour la gamme OUC, résultat qui fut démontré dès le début du XXe siècle par M. Levitskaya et d'autres chercheurs. La frontière entre les ondes ultraviolettes courtes et les rayons X mous est, elle aussi, bien conventionnelle ainsi que l'a démontré récemment A. Loukirsky.

On a donc à préciser la différence existant entre l'*optique physique* à laquelle est consacré ce cours et l'*optique physiologique* que nous laissons de côté. Dans certains cas la différence entre ces deux disciplines est évidente; si par exemple on introduit dans un arc électrique un sel de sodium et que l'on décompose à l'aide d'un prisme ou d'un réseau de diffraction son rayonnement, on observera sur l'écran un doublet jaune vif. Il est facile de constater par des mesures qui sont du ressort de l'optique physique que les longueurs d'onde de ces raies sont égales à 5890-5896 Å. Quant à savoir pourquoi notre œil perçoit ces radiations colorées en jaune, la physique optique ne peut fournir aucune explication et il faut avoir recours à l'optique physiologique. Il est bien évident qu'il n'est pas toujours possible de délimiter aussi nettement les domaines de ces deux disciplines; ainsi par exemple, il est parfois malaisé de décider si nous avons réellement affaire à une vraie image d'interférence ou à des franges que notre œil semble percevoir pour des raisons de contraste. Il est bien connu qu'en son temps Gœthe (qui s'adonnait, en dehors d'œuvres poétiques, à la philosophie de la nature et en particulier à l'optique) ne réussit pas à démêler cette question, ce qui donna lieu par la suite à une discussion dont le thème était « Gœthe contre Newton ». On trouve certaines données bien intéressantes sur l'optique physiologique dans le cours de physique de R. Feynman *), qui a estimé utile de traiter ces questions à côté des fondements de l'optique physique et géométrique.

Les rayons X ont une très petite longueur d'onde ($\lambda < 100$ Å) et présentent des propriétés fort différentes de celles des autres radiations électromagnétiques. Les rayons X sont générés par bombardement de l'anticathode d'un tube à décharge par des électrons rapides (fig. 3). Ces électrons ont une énergie cinétique $mv^2/2 = eU$, et le pouvoir de pénétration des rayons X augmente avec la différence de potentiel appliquée U.

Pour les rayons X on distingue le spectre continu et le spectre de raies. Le spectre de raies caractéristiques apparaît lorsque la tension appliquée est grande. Lorsqu'on augmente la tension appliquée, le bord du spectre continu situé du côté des petites longueurs d'onde se

*) Voir Feynman R., Leighton R., a.o. *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 1, London, 1963.

déplace (fig. 4), la limite inférieure étant $\lambda_{lim} \sim \frac{1}{U}$ (*cf.* § 8.5). Le spectre continu apparaît du fait du freinage des électrons rapides dans la matière de l'anticathode, ce qui donne naissance à une impulsion électromagnétique. Lorsque la vitesse des électrons augmente,

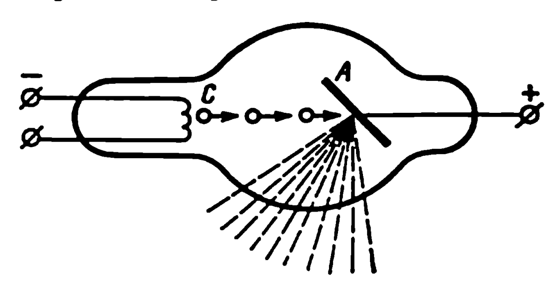


Fig. 3. Schéma d'un tube à rayons X:
C — cathode, *A* — anticathode

différents autres processus se manifestent encore et on les attribue à des transitions quantiques entre les électrons des couches internes des atomes, résultant de l'extraction d'un de ces électrons. C'est alors qu'apparaît un spectre de raies caractéristiques. Pour la détection des rayons X on utilise les mêmes effets physiques que ceux

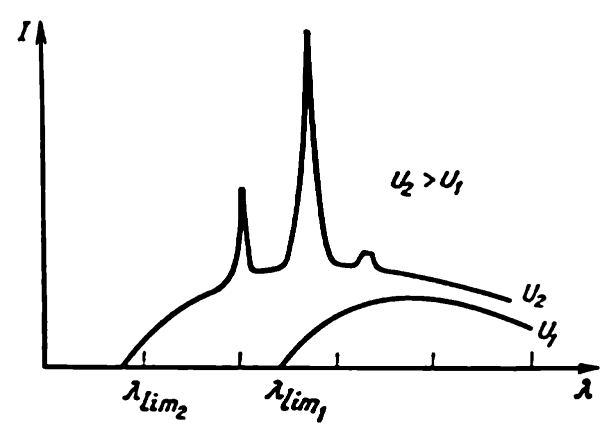


Fig. 4. Déplacement de la frontière ondes courtes et apparition des rayons caractéristiques accompagnant l'augmentation de la tension appliquée aux bornes d'un tube à rayons X

mis au profit pour l'étude des rayons ultraviolets. En premier lieu, on utilise les procédés photochimiques, photo-électriques et de photoluminescence.

Dans le cadre de ce cours, nous n'avons pas à aller plus avant du côté des ondes électromagnétiques encore plus courtes. Mais même si on délimite le spectre des ondes électromagnétiques, d'une part, par les OUC et, d'autre part, par les rayons X, on risque de voir le lecteur se poser la question de savoir s'il est possible ou non de donner une vue d'ensemble de ces processus fort différents dans le cadre

d'une théorie unique. Nous verrons par la suite que ce doute est parfaitement justifié, mais on notera dès maintenant que la théorie électromagnétique classique de la lumière est une théorie phénoménologique décrivant la propagation des ondes électromagnétiques dans différents milieux, sans qu'elle s'attache toutefois à une étude minutieuse des processus microscopiques accompagnant cette propagation. Cette approche réduit certes le volume de l'information que cette théorie permet d'obtenir, mais en même temps elle rend plus facile son application pour rendre compte de la propagation de radiations de toutes sortes. Dans certains cas, on ne pourra recueillir les renseignements requis qu'en complétant la théorie par des considérations relatives au mouvement des électrons dans le champ de l'onde lumineuse ou à l'arrêt de leurs oscillations ou encore en faisant appel à d'autres hypothèses de la théorie électronique, qui seraient à même de rendre plus concrète la description physique des phénomènes à l'étude.

CHAPITRE PREMIER

PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

§ 1.1. Le système d'équations de Maxwell

Rappelons d'adord les lois qui régissent les champs électrique et magnétique et sur lesquelles se fonde la théorie électromagnétique. Puisque ces lois constituent des généralisations des résultats expérimentaux, elles sont données sous leur forme intégrale, car c'est sous cette forme-là qu'on écrit d'habitude les données expérimentales. En utilisant les relations fondamentales de l'analyse vectorielle, on arrive à mettre ces lois sous une forme différentielle.

Lorsqu'on étudie le champ électromagnétique régnant dans une matière remplissant de façon isotrope tout l'espace concerné, les valeurs des vecteurs **E** et **B** représentent les moyennes des valeurs microscopiques de ces champs: $\langle \mathbf{E}_{\mathrm{micr}} \rangle = \mathbf{E}$, $\langle \mathbf{H}_{\mathrm{micr}} \rangle = \mathbf{B}$. En utilisant cette écriture on peut opérer avec les valeurs instantanées des champs électrique et magnétique régnant en tout point de l'espace.

Le moyennage des valeurs microscopiques n'est justifié que si les dimensions de la région où on définit $\langle \mathbf{E}_{\mathrm{micr}} \rangle$ et $\langle \mathbf{H}_{\mathrm{micr}} \rangle$, considérées comme invariables, sont notablement supérieures aux dimensions des atomes (ou des molécules). La longueur d'onde λ est alors la longueur d'un segment le long duquel l'intensité du champ varie fortement. Aussi ne peut-on définir des valeurs moyennes que si λ est notablement plus grande que les dimensions atomiques. Cette condition reste valable pour tout le diapason optique du spectre, les rayons ultraviolets y compris. La question devient plus compliquée dans le cas de rayons X pour lesquels $\lambda \approx 10^{-8}$ cm, c'est-à-dire semblable aux dimensions des atomes. Dans le cadre de notre cours, nous ne donnerons des évaluations quantitatives que pour la gamme optique du spectre, où la validité du moyennage des équations microscopiques est certainement valable.

Pour passer à la forme différentielle des lois du champ électromagnétique, on utilise les théorèmes suivants de l'analyse vectorielle:

Le *théorème de Gauss* concernant la transformation d'une intégrale de surface en une intégrale de volume:

$$\oint_S a_n \, dS = \int_V \operatorname{div} \mathbf{a} \, dV . \qquad (1.1)$$

Le *théorème de Stokes* permettant de ramener l'intégrale curviligne calculée le long d'un contour fermé à une intégrale de surface (flux du rotationnel à travers la surface s'appuyant sur cette courbe) :

$$\oint_l a_l \, dl = \int_S \mathrm{rot}_n \, \mathbf{a} \, dS. \tag{1.2}$$

Nous devons donc récapituler les lois des champs électrique et magnétique. La première des lois à citer est la loi de Coulomb qui est la loi fondamentale de l'électrostatique. On déduit de cette loi le théorème de Gauss concernant les flux, qui dans le cas de l'espace rempli d'une matière diélectrique s'écrit sous la forme suivante

$$\oint_S D_n \, dS = 4\pi \int_V \rho \, dV. \tag{1.3}$$

Mettant en œuvre le procédé indiqué, on passe à la forme différentielle de cette loi

$$\mathrm{div}\ \mathbf{D} = 4\pi\rho, \tag{1.3a}$$

où $\mathbf{D}$ est le vecteur déplacement électrique et ρ la densité volumique de charge.

Il est important de noter que les expressions (1.3) et (1.3a) qui découlent des lois de l'électrostatique furent étendues par Maxwell au cas de champs alternatifs en posant que $\mathbf{D}$ et ρ dépendent du temps.

Comme on ne trouve pas dans la nature de charges magnétiques (monopôles) on doit avoir

$$\oint_S B_n \, dS = 0, \tag{1.4}$$

ainsi que

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0. \tag{1.4a}$$

Ces formules correspondent au modèle bien connu des lignes de force du champ électrique qui, issues des charges positives, se terminent sur des charges négatives, tandis que les lignes de forces magnétiques sont fermées sur elles-mêmes et embrassent les courants qui les ont produites. Il n'est nullement nécessaire d'introduire la notion de lignes de forces magnétique et électrique (puisque le contenu des lois physiques concernées est exprimé par les formules ci-dessus), mais, comme dans nombre de cas, la visualisation, à l'aide d'un modèle, aide à mieux comprendre le phénomène à l'étude.

Pour décrire les propriétés du courant électrique, nous commencerons par formuler la loi fondamentale régissant la dépendance de l'intensité du champ magnétique avec l'intensité du courant qui lui a donné naissance. Cette loi porte le plus souvent le nom de *loi de Biot et Savart*. Nous l'écrirons sous la forme connue sous le nom

de *théorème sur la circulation du vecteur* **H**:

$$\int_l H_l \, dl = \frac{4\pi}{c} \int_S j_n \, dS. \qquad (1.5)$$

Pour mettre cette formule sous la forme différentielle on applique à (1.5) le théorème de Stokes; le résultat que l'on obtient établit une corrélation entre la densité de courant **j** et l'intensité du champ magnétique au point considéré

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}. \qquad (1.6)$$

On sait que Maxwell a introduit la notion de courant de déplacement dont la densité satisfait à la relation

$$\mathbf{j}_{\text{dépl}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Le courant de conduction et le courant de déplacement se complètent mutuellement et leur somme représente le courant total dont la densité est

$$\mathbf{j}_{\text{tot}} = \mathbf{j}_{\text{cond}} + \mathbf{j}_{\text{dépl}}.$$

C'est cette densité du courant total qui selon Maxwell doit figurer dans l'équation (1.6).

La dernière des lois fondamentales dont nous avons encore besoin est l'expression mathématique de la célèbre découverte de Faraday, la *loi de l'induction électromagnétique*:

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}, \qquad (1.7)$$

qui relie la force électromotrice $\mathscr{E}_{\text{ind}}$, qui apparaît dans un contour fermé, à la vitesse de variation du flux d'induction magnétique Φ qui est embrassé par ce contour.

Si certaines conditions expérimentales sont remplies (en particulier si le circuit fermé est immobile et ne se déforme pas lors des mesures) la loi d'induction électromagnétique se laisse exprimer sous une forme intégrale

$$\oint_l E_l \, dl = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S B_n \, dS, \qquad (1.8)$$

d'où résulte immédiatement la forme différentielle de cette loi

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \qquad (1.9)$$

Il est opportun de faire ici quelques remarques.

1°. On connaît bien les considérations sur le caractère rotationnel du champ électrique créé par un champ magnétique variable

dans le temps. Ce champ électrique variable se distingue essentiellement du champ électrostatique dérivant d'un potentiel et créé par un système de charges électriques pour lesquelles rot **E** = 0. Dans ce qui suit, c'est le champ électrique alternatif qui seul nous intéressera. Mais comme le montra Maxwell la présence d'un champ électrique alternatif donne irrémédiablement naissance à un champ magnétique associé, ce qui nous oblige à parler d'un seul champ électromagnétique défini en chaque point de l'espace par les vecteurs **E** et **B**.

2°. La notion de courant de déplacement introduite par Maxwell était considérée d'abord comme une intuition géniale. Mais l'incompatibilité de l'équation (1.6) du champ électromagnétique et de l'équation de continuité

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \tag{1.10}$$

qui exprime l'une des propriétés les plus générales de la matière — la *loi de la conservation des charges électriques* — implique la nécessité d'introduire dans le second membre de l'équation du champ un terme supplémentaire. Par suite l'équation (1.6) doit s'écrire

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right).$$

C'est précisément ce champ électrique variable dans le temps, qui a été si malencontreusement baptisé « courant de déplacement », ainsi que le champ magnétique qui lui est associé, qui joueront le rôle principal dans la suite de notre exposé.

Nous devons donc écrire les *équations du champ électromagnétique* sous la forme suivante:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right), \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \tag{1.11}$$

On doit ajouter à ces équations des équations « matérielles » exprimant les corrélations existant entre les vecteurs **E**, **D**, **B**, **H** et le vecteur **j**. En l'absence de corps ferromagnétiques et ferro-électriques, pour des milieux isotropes, ces équations impliquent l'utilisation de trois constantes: σ (conductivité électrique), ε (permittivité diélectrique) et μ (perméabilité magnétique) à condition de postuler l'existence de relations linéaires entre **D** et **E**, **B** et **H**, **j** et **E**, c'est-à-dire que

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \tag{1.12}$$

Il faut encore définir pour les équations du champ électromagnétique des conditions aux limites; nous aurons à utiliser le plus souvent l'égalité des composantes tangentielles de **E** et de **H** à l'inter-

face de deux milieux continus, soit

$$E_{\tau_1} = E_{\tau_2}, \quad H_{\tau_1} = H_{\tau_2}. \tag{1.13}$$

En supposant que deux milieux contigus sont séparés par une couche intermédiaire à l'intérieur de laquelle ε, μ et σ varient de façon continue et $\mathbf{j}$ et ρ y ont des valeurs finies, et en faisant tendre vers zéro l'épaisseur de cette couche, les équations (1.9) et (1.6) se réduisent aux égalités (1.14). Cependant lorsqu'on a à résoudre un problème concret il arrive souvent que l'on soit obligé de fixer à la frontière de la région concernée les valeurs des fonctions que l'on cherche à calculer (par exemple E_τ ou H_τ). De telles conditions aux limites dépendent des conditions expérimentales et non des équations du champ électromagnétique. Ces conditions aux limites doivent donc être ajoutées au système d'équations (1.11). Dans le cas particulier d'un espace illimité on s'impose souvent la forme de l'une des fonctions à l'infini en se basant sur les conditions physiques du problème à l'étude.

Le système d'équations comportant les équations du champ électromagnétique, les corrélations « matérielles » et les conditions aux limites, est connu sous le nom de *système d'équations de Maxwell*; ce système joue en électrodynamique le même rôle que l'axiomatique des équations de Newton en mécanique classique. Nous verrons par la suite que la physique classique se fonde sur les équations de Newton et de Maxwell et ce que nous venons de dire ci-dessus nous montre le lien génétique entre les équations de Maxwell et les lois expérimentales de l'électromagnétisme.

On démontre en électrodynamique que le système d'équations de Maxwell est un système complet et qu'on peut en déduire toutes les propriétés du champ électromagnétique. Notons encore que les équations de Maxwell qui ont été établies pour les corps immobiles restent valables pour les corps en mouvement, bien que cette question exige une étude spéciale (*cf.* ch. VII).

§ 1.2. Les ondes électromagnétiques sont transversales

Le système d'équations de Maxwell permet de décrire correctement l'apparition et la propagation des ondes électromagnétiques qui sont un ensemble de champs électrique et magnétique rapidement variables. Ces ondes sont parfaitement matérielles et caractérisées par une énergie déterminée et par plusieurs autres paramètres, ce qui permet leur étude expérimentale. Tout l'exposé ultérieur sera en fait consacré à l'étude des processus physiques liés à la propagation d'ondes électromagnétiques courtes ainsi qu'à la mise en évidence de leurs propriétés dans différentes conditions expérimentales.

Nous reporterons au paragraphe suivant la démonstration plus rigoureuse de l'existence d'ondes électromagnétiques et nous commencerons l'étude de leurs propriétés par le cas le plus simple, celui de la propagation d'ondes dans un diélectrique homogène ($\sigma = 0$) ne renfermant pas de charges d'espace ($\rho = 0$). Il est évident que l'on doit avoir alors $\mathbf{j} = 0$, ce qui signifie que nulle part et à aucun instant n'apparaît un courant de conduction et que l'existence d'un champ magnétique **H** n'est due qu'à la présence d'un champ électrique variable (donc d'un courant de déplacement).

Dans ce cas particulier, le système d'équations de Maxwell s'écrit

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.14}$$

avec les relations $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$. En général, pour les corps diélectriques $\mu \approx 1$, ce qui permet de poser $\mathbf{B} = \mathbf{H}$; cependant pour assurer la généralité des résultats, nous maintiendrons μ dans nos formules. A la frontière de séparation de deux diélectriques restent toujours valables les conditions aux limites relatives aux composantes tangentielles des vecteurs **E** et **H**, soit $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}$ et $H_{\tau_1} = H_{\tau_2}$.

Considérons un cas particulier très important (dont les limitations seront évaluées dans ce qui suit), celui d'un problème à une dimension; cela revient à poser que les vecteurs **E**, **D**, **H**, **B** ne dépendent que de z et de t. Cela ne signifie nullement que les vecteurs **E** et **H** n'ont pas de composantes suivant x et y; à un instant t donné et pour $z = \text{const}$, ces composantes ont des valeurs bien déterminées, les mêmes dans tout le plan perpendiculaire à l'axe des z. On dit qu'un tel champ est *homogène*. Avec cette limitation il est inutile de recourir aux formules de l'analyse vectorielle, puisqu'on a à résoudre un problème scalaire.

Nous examinerons tout d'abord la question de l'orientation transversale des ondes électromagnétiques par rapport à leur direction de propagation dans un espace isotrope illimité (ondes dites *libres*). La première ligne du système d'équations de Maxwell (1.14) montre que $D_z = \text{const}$ et $B_z = \text{const}$, ce qui implique la constance des composantes des vecteurs **D** et **B** suivant l'axe des z en tout point de l'espace.

La deuxième ligne du système (1.14) comporte les équations reliant les valeurs des rotationnels de **E** et de **H** aux taux de variation dans le temps des vecteurs **D** et **B**. Or, comme les composantes de **E** et de **H** ne dépendent que de z et la composante le long de l'axe des z d'un rotationnel ne dépend que des dérivées par rapport à x et à y, on est autorisé à écrire

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial t} = 0. \tag{1.15}$$

Par conséquent, aussi bien dans l'espace que dans le temps on doit avoir D_z = const et B_z = const. Par suite, le long de l'axe des z ne peut s'établir qu'un champ statique, par exemple, un champ électrostatique créé par une certaine distribution des charges électriques, qui ne présentera d'ailleurs aucun intérêt pour nos développements ultérieurs. Aussi sans nuire aucunement à la généralité du résultat obtenu, on peut poser $D_z = B_z = 0$, ce qui implique que l'onde électromagnétique est rigoureusement transversale à sa direction de propagation le long de l'axe des z.

Nous voyons que la théorie électromagnétique a permis de trancher sans difficulté une question qui semblait particulièrement ardue pour l'ancienne théorie ondulatoire de la lumière. En effet les expériences d'Arago et de Fresnel démontrèrent que les ondes de lumière étaient transversales à leur direction de propagation, mais

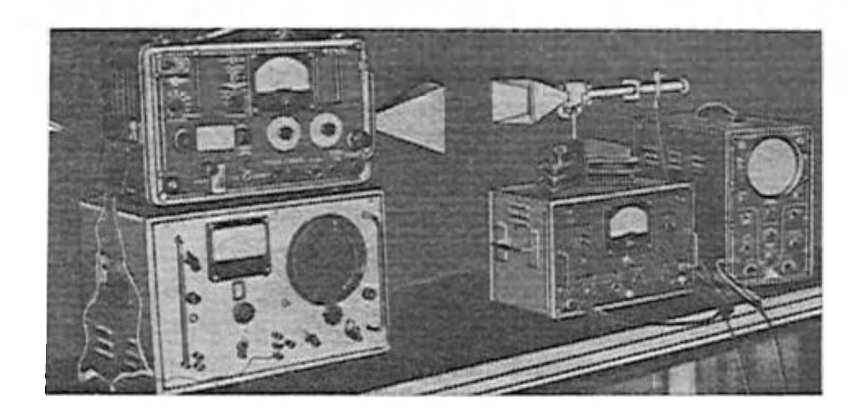


Fig. 1.1. Vue d'ensemble de l'équipement utilisé pour la démonstration d'ondes électromagnétiques UHF

l'interprétation de ces résultats de l'expérience dans le cadre de la conception de propagation d'ondes élastiques dans l'éther était extrêmement difficile et impliquait l'introduction d'hypothèses toutes artificielles, ce qui compliquait à l'extrême toute la théorie. Ces considérations ont perdu toute actualité, la notion de l'éther est devenue inacceptable non seulement comme milieu matériel, mais même comme système de référence (*cf.* ch. VII) et l'inexistence d'une composante longitudinale de l'onde électromagnétique libre découle naturellement des équations de Maxwell. La question de la démonstration expérimentale de cette propriété fondamentale des ondes électromagnétiques est fort intéressante. Cette question sera débattue au ch. V, mais ici il est opportun de signaler comment l'utilisation de générateurs UHF (fig. 1.1) permet de démontrer de façon spectaculaire le caractère transversal des ondes électromagnétiques.

Utilisons en qualité de récepteur du rayonnement un cornet proprement orienté et relié à un détecteur cristallin et à un guide d'ondes. Ce système ne laisse passer que des ondes électromagnéti-

ques dont la direction de vibration est bien déterminée (présente une polarisation rectiligne définie). En faisant tourner l'émetteur d'un angle $\pi/2$ par rapport à l'orientation du récepteur, nous constatons que le signal disparaît complètement. Cette expérience illustre la polarisation linéaire des ondes électromagnétiques envoyées par l'émetteur (si le rayonnement émis n'était pas polarisé, une rotation d'un angle $\pi/2$ n'aurait eu aucune répercussion sur l'intensité du signal reçu). Cette expérience témoigne en même temps que l'onde électromagnétique ne comporte pas de composante longitudinale, car autrement la rotation de l'émetteur ou du récepteur dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation ne conduirait pas à son extinction.

Nous insistons sur le fait que le caractère transversal des ondes électromagnétiques est l'une de leurs propriétés fondamentales. Cependant dans certaines conditions expérimentales on peut se trouver dans une situation tellement compliquée que son interprétation

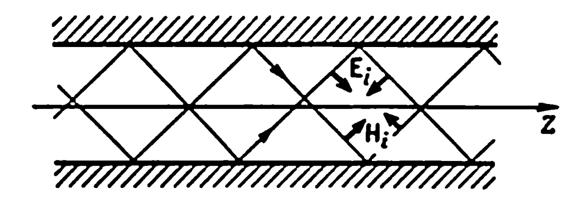


Fig. 1.2. Modèle simplifié de guide d'ondes

A mesure que l'onde se propage le long du guide, une composante longitudinale du champ total peut apparaître

risque d'être erronée. Il s'agit des cas où les ondes se propagent en présence d'écrans qui les délimitent, de miroirs réfléchissants ou d'autres dispositifs semblables. Lorsqu'on a à traiter rigoureusement des problèmes de cette sorte, il importe de tenir scrupuleusement compte des conditions aux limites imposées alors aux équations de Maxwell; cependant on peut obtenir, même dans ce cas, certains résultats qualitatifs.

Supposons, par exemple, qu'un système d'ondes se propage entre deux plans réfléchissants parallèles (c'est un modèle simplifié des guides d'ondes largement utilisés en technique OUC). Disposons l'axe Z entre ces deux plans réfléchissants (fig. 1.2) ; les ondes qui se propagent le long de l'axe Z ne sentiront que faiblement la présence de ces plans, de sorte qu'elles se comporteront comme des ondes libres, qui sont, comme nous le savons, rigoureusement transversales à la direction de propagation. Les ondes dont la direction de propagation fait à l'entrée du système un certain angle avec l'axe Z seront réfléchies par les surfaces délimitant l'espace de propagation. Ces ondes sont évidemment des ondes transversales, mais les vecteurs $\mathbf{E}_i$ et $\mathbf{H}_i$ auront des composantes le long de l'axe Z. Pour déterminer

l'onde résultante à la sortie du système considéré, on doit additionner les vecteurs $\mathbf{E}_i$ (leur somme $\sum\limits_i \mathbf{E}_i$ détermine l'intensité résultante **E** du champ électrique) et les vecteurs $\mathbf{H}_i$ (dont la somme $\sum\limits_i \mathbf{H}_i$ détermine l'intensité résultante **H** du camp magnétique). Il est clair que l'onde totale une fois sortie du système peut comporter une composante longitudinale. Selon les conditions de propagation des ondes électromagnétiques dans ce modèle de guide d'ondes, on peut voir apparaître aussi bien des composantes E_z que des composantes H_z. Ainsi apparaissent des types d'ondes différents que l'on désigne par les symboles TEM, TE, TM, etc.

Dans ce qui suit, nous n'aurons pas à tenir compte de ces différents types d'ondes bien qu'en technique UHF elles jouent un rôle important; aussi concentrerons-nous toute notre attention sur les propriétés des ondes électromagnétiques libres. On notera cependant que dans certains cas compliqués de réflexion ou de réfraction des ondes, on peut voir apparaître, pour les raisons que nous venons de voir, une composante du vecteur **E** le long de la direction de propagation de l'onde totale. L'existence d'une telle composante pour une superposition d'ondes ne contredit aucunement notre affirmation quant au caractère strictement transversal d'une onde électromagnétique libre.

On doit remarquer que des problèmes analogues, exigeant une analyse détaillée des conditions aux limites, surgissent dans les cas de propagation d'ondes complexes le long de tiges ou de fibres recourbées de matériux transparents dont l'indice de réfraction est plus grand que celui du milieu ambiant. Ce procédé de transmission de l'énergie lumineuse (optique des « fibres ») est basé sur la mise en œuvre de la réflexion interne totale (*cf.* § 2.4).

Examinons maintenant la polarisation des ondes électromagnétiques libres, susceptible d'être déduite des équations de Maxwell. Procédons à un calcul simple en utilisant les hypothèses simplificatrices que nous avons adoptées ci-dessus. Transformons les équations $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ et $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ de manière à les adopter au cas unidimensionnel, compte tenu de ce que toutes les composantes des vecteurs **E** et **H** ne dépendent que de la coordonnée z et du temps t:

composantes x des rotationnels: composantes y des rotationnels:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial D_x}{\partial t}, \qquad \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial D_y}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}, \qquad \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}. \qquad (1.16)$$

Utilisons les égalités $D_x = \varepsilon E_x$, $B_x = \mu H_x$, etc., et groupons-les de manière à ce que dans une colonne I, à gauche, figurent les com-

posantes y (H_y) du vecteur **H** et dans la colonne II figurent, à gauche également, les composantes x de ce même vecteur (H_x):

$$\begin{array}{ll} \text{colonne I} & \text{colonne II} \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z}=\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t}, & \frac{\partial H_x}{\partial z}=\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{\partial E_x}{\partial z}, & \frac{\mu}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial z}. \end{array} \tag{1.17}$$

Dans ces équations, la composante H_x dépend de E_y et ne dépend pas de E_x, et la composante H_y dépend de E_x et ne dépend pas de E_y.

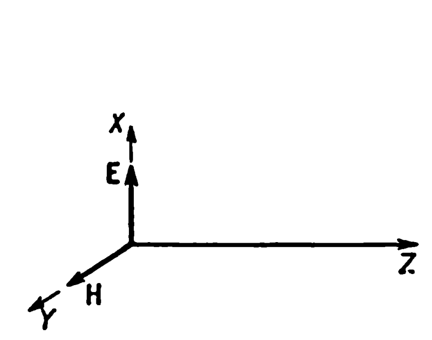


Fig. 1.3. Disposition relative des vecteurs **E** et **H** dans une onde à polarisation rectiligne

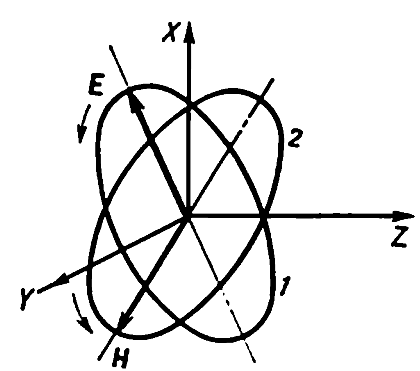


Fig. 1.4. Polarisation elliptique
L'extrémité du vecteur **E** décrit l'ellipse *1* et l'extrémité du vecteur **H** décrit l'ellipse *2*

Des corrélations de cette forme ne peuvent être valables que dans le cas où le vecteur **E** est perpendiculaire au vecteur **H** *).

Pour faire plus facilement image simplifions encore le problème. Dirigeons l'axe X le long de **E**. On a alors

$$H_y = H, \quad E_y = 0,$$
$$H_x = 0, \quad E_x = E.$$

Des quatre équations (1.17) il n'en subsiste alors plus que deux JX

$$-\frac{\partial H}{\partial z}=\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}, \quad -\frac{\mu}{c}\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial E}{\partial z}. \tag{1.18}$$

La fig. 1.3 illustre les orientations relatives des vecteurs orthogonaux **E** et **H** qui tous les deux sont perpendiculaires à la direction de propagation (axe Z). La simplification du problème que nous venons d'opérer, conduisant à ce que les directions des vecteurs **E** et **H** restent inchangées lors de la propagation de l'onde, joue un rôle des plus importants et trouve de nombreuses applications dans la

*) On trouvera au § 3.2 la démonstration rigoureuse de l'orthogonalité des vecteurs **E** et **H**.

théorie électromagnétique de la lumière. Les propriétés physiques d'une telle onde, qui est dite *à polarisation rectiligne*, sont exposées dans ce qui suit *).

Une étude attentive du système d'équations (1.17) montre qu'en plus d'une polarisation rectiligne, on peut envisager d'autres types de polarisation des ondes électromagnétiques. On voit apparaître souvent des vibrations telles qu'en tout point l'extrémité du vecteur **E** (et donc celle du vecteur **H** qui lui est orthogonal) décrit une ellipse. C'est la *polarisation* dite *elliptique* (fig. 1.4); un cas particulier de la polarisation elliptique est la *polarisation circulaire* (lumière polarisée circulaire) où l'extrémité du vecteur **E** décrit un cercle. L'autre cas extrême de la polarisation elliptique est celui où l'ellipse se réduit à un segment de droite. On a alors affaire à la polarisation rectiligne. Il s'ensuit que la polarisation elliptique est le cas le plus général de la polarisation des ondes électromagnétiques. Pour la bonne intelligence de l'exposé qui suit, il importe de tenir à l'esprit qu'une polarisation elliptique apparaît chaque fois que le déphasage δ entre deux vibrations mutuellement orthogonales est constant. Soit $x = a_1 \cos \omega t$ et $y = a_2 \cos (\omega t - \delta)$. En éliminant le temps entre les deux équations on obtient l'équation de la trajectoire du mouvement qui est celle d'une ellipse:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos \delta = \sin^2 \delta.$$

L'excentricité et la position de l'ellipse par rapport au système de coordonnées adopté dépendent de la différence de phase δ. Dans le cas particulier où $\delta = \pi/2$ on a $x^2/a_1^2 + y^2/a_2^2 = 1$ et lorsque de plus $a_1 = a_2$, on obtient un cercle. D'autre part lorsque $\delta = k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$) l'ellipse dégénère en un segment de droite, ce qui revient à dire que la polarisation elliptique est ramenée à une polarisation rectiligne.

Pour raison de commodité mathématique on exprime l'existence d'un déphasage δ en introduisant dans l'équation des oscillations une amplitude complexe, ce qui s'écrit $E = Ce^{i\omega t}$. On peut écrire: $C = a + ib$. Or, toute quantité complexe se laisse exprimer sous la forme $C = C_0 e^{i\delta}$, C_0 étant une quantité réelle. Les relations bien connues $\operatorname{tg} \delta = b/a$ et $C_0^2 = a^2 + b^2$ sont naturellement valables. Il en résulte que l'existence d'un rapport complexe entre les composantes de l'onde (E_y/E_x) témoigne d'une polarisation elliptique du rayonnement; dans le cas d'une polarisation rectiligne ce rapport est une quantité réelle.

En ramenant le système des quatre équations (1.17) où figurent deux projections des vecteurs **E** et **H** au système (1.18), ce qui impli-

*) On désigne souvent la polarisation rectiligne sous le nom de *polarisation plane*, afin de souligner que les oscillations du vecteur **E** ont lieu dans un plan donné passant par la direction de propagation de l'onde.

que la fixation des directions de vibration de ces vecteurs, nous passons donc de la polarisation elliptique à la polarisation rectiligne: $E = E_x$ (*cf.* ch. III).

§ 1.3. Ondes monochromatiques planes et étude des possibilités de leur réalisation expérimentale

Au § 1.2 nous avons déduit directement des équations de Maxwell les principales propriétés des ondes électromagnétiques (vibrations transversales et orthogonalité mutuelle des vecteurs **E** et **H**); pour ce faire, nous avons admis implicitement que l'existence des ondes électromagnétiques ne soulève aucun doute. Afin d'établir d'une manière rigoureuse que le champ électromagnétique se propage sous forme d'ondes, nous allons démontrer maintenant que dans le cas d'un milieu non conducteur homogène, les équations de Maxwell conduisent à l'équation d'onde.

Nous continuerons toujours à considérer le cas unidimensionnel et nous poserons donc $H_y = H$ et $E_x = E$, E et H ne dépendant que de z et de t. Cette limitation se répercutera bien sur les propriétés de l'onde (question que nous examinerons en détail dans ce qui suit) mais n'a rien à voir avec le problème de l'existence même des ondes électromagnétiques. Partons des équations (1.18). Différentions la première équation par rapport à t et multiplions par μ/c, puis différentions la seconde équation par rapport à z; nous obtenons ainsi:

$$-\frac{\mu}{c}\frac{\partial^2 H}{\partial z\,\partial t} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \qquad -\frac{\mu}{c}\frac{\partial^2 H}{\partial t\,\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial z^2},$$

d'où on trouve

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}. \tag{1.19}$$

En procédant de manière analogue on détermine l'équation différentielle pour l'intensité du champ magnétique de l'onde:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \tag{1.20}$$

On voit qu'aussi bien **E** que **H** satisfont à une seule et même équation:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = u^2\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}. \tag{1.21}$$

C'est précisément l'*équation d'onde*. On démontre en physique mathématique que cette équation ne peut avoir pour solution que des fonctions de la forme $f(t \pm z/u)$ ainsi que des superpositions de ces fonctions. Le paramètre u figurant dans ces solutions est la vitesse de propagation de l'onde le long de l'axe Z. Nous avons démontré

ainsi que le champ électromagnétique se propage dans l'espace sous forme d'ondes.

En comparant entre elles les équations (1.19)-(1.21) on trouve que

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \tag{1.22}$$

qui n'est autre que la célèbre *formule de Maxwell.*

La quantité $n = \sqrt{\varepsilon\mu} = c/u$ porte le nom d'*indice de réfraction* du milieu. Dans le cadre de la théorie électronique la signification physique de cet indice est rattachée aux oscillations des électrons et des ions induites par l'onde lumineuse se propageant dans le milieu considéré, c'est ce qui explique la dépendance que l'on observe expérimentalement, de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde (*cf.* ch. IV). En théorie électromagnétique classique, l'indice de réfraction — introduit tout formellement — est considéré comme une constante dont la valeur est déterminée par celles de ε et de μ du milieu considéré. Dans le vide $\varepsilon = \mu = 1$ et par suite $u = c$. Dans ce cas également l'onde se propage non pas instantanément, mais à une vitesse finie, bien que très grande. On examinera au § 1.5 les questions relatives aux mesures expérimentales de la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques et à l'accord de celles-là avec la formule $u = c/n$. On notera également que le champ magnétique **H** se propage à la même vitesse $u = c/n$ (les équations (1.19) et (1.20) sont semblables). Ce résultat ne saurait nous étonner puisque la propagation des vecteurs **E** et **H** est un seul et même processus.

Mettons maintenant en évidence les limitations qu'impliquent les simplifications que nous avons introduites dans notre problème. Nous avons déjà indiqué que la fixation des directions le long desquelles oscillent les vecteurs **E** et **H** correspond au passage d'une polarisation elliptique à une polarisation rectiligne de l'onde électromagnétique. En traitant le problème unidimensionnel ($E = \varphi(z, t)$) nous supposons en fait que nous avons affaire à des *ondes planes.* Dans ce cas, à un rayonnement présentant un front d'onde plan correspond, en optique, un faisceau de rayons parallèles. Sans nous attarder pour l'instant sur la question de la possibilité d'une réalisation expérimentale d'une telle onde plane, nous allons étudier ses propriétés.

Nous avons indiqué ci-dessus que dans le cas général une onde plane est décrite par une fonction $f(t \pm z/u)$. Le cas particulier le plus simple et cependant fort important d'une onde plane est celui de l'onde produite par une oscillation harmonique et définie par l'expression

$$E = E_0 \cos \omega (t - z/u).$$

C'est l'équation d'une onde plane monochromatique (ω = const) de polarisation rectiligne; on peut mettre cette équation sous l'une

des formes suivantes

$$E = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi z}{uT}\right) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z\right) =$$
$$= E_0 \cos(\omega t - kz), \qquad (1.23)$$

où $k = 2\pi/\lambda$ est le *nombre d'onde.*

Nous estimons utile de donner quelques transformations élémentaires de ces équations parce que dans ce qui suit nous utiliserons, selon les circonstances, l'une ou l'autre de ces différentes formes de l'équation d'une onde monochromatique plane. Il est souvent commode d'utiliser la forme suivante

$$E = \mathrm{Re}\, E_0 \exp[i\omega(t - z/u)] = \mathrm{Re}\, E_0 \exp[i(\omega t - kz)].$$

L'amplitude peut être complexe (la signification physique est alors associée à une polarisation elliptique de l'onde) et en plus **E** est une grandeur vectorielle. Aussi doit-on écrire l'équation d'une onde monochromatique plane sous la forme suivante

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - kz)]. \qquad (1.24)$$

L'équation (1.24) décrivant une onde monochromatique plane représente une des solutions possibles de l'équation d'onde et cette onde doit être nécessairement polarisée (dans le cas général cette polarisation sera elliptique). Nous arrivons ainsi à un résultat extrêmement important, dont le sens profond réside en ce que la polarisation d'une onde monochromatique résulte directement des équations de Maxwell.

Or, l'expérience montre que si on n'utilise pas des dispositifs spéciaux, la lumière qu'on observe dans les expériences de l'optique se trouve pratiquement toujours non polarisée. Nous verrons ci-dessous pour quelles raisons et comment disparaît la polarisation des ondes électromagnétiques.

Si la direction le long de laquelle oscille le vecteur **E** est donnée, l'équation (1.24) se simplifie et on peut l'écrire sous une forme scalaire. Il devient alors tout indiqué d'utiliser pour la différentiation de la fonction à l'étude la méthode dite *symbolique*. Si, par exemple, on cherche une solution de l'équation d'onde sous une forme telle que

$$E = E_0 \exp[i\omega(t - z/u)], \qquad (1.24a)$$

la différentiation par rapport au temps $\frac{\partial}{\partial t}$ se ramène à la multiplication de la fonction (1.24a) par $i\omega$. De même, $\frac{\partial}{\partial z} = -i\frac{\omega}{u}$, $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(-i\frac{\omega}{u}\right)^2 = -\frac{\omega^2}{u^2}$. En portant ces expressions dans l'équa-

tion (1.19) on a

$$-\omega^2 E = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\left(-\frac{\omega^2}{u^2}\right) E,$$

d'où l'on tire la forme explicite de la formule de Maxwell $u = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

Il est tout aussi facile de trouver une corrélation entre les vecteurs **E** et **H** à tout instant et en tout point de l'espace. Utilisons l'équation de Maxwell $-\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}$. Cherchons une solution sous la forme

$H = H_0 \exp [i\omega (t - z/u)]$, $E = E_0 \exp [i\omega (t - z/u)]$;

on en tire

$$i\frac{\omega}{u} H = \frac{\varepsilon}{c} i\omega E.$$

En substituant $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ à u on a $\sqrt{\mu}H = \sqrt{\varepsilon}E$. Nous avons déjà mentionné que pour les diélectriques on a usuellement $\mu \approx 1$ et par suite $H = \sqrt{\varepsilon}E$. Dans le vide $H = E$.

Comme pour une onde libre les vecteurs **E** et **H** oscillent en phase et présentent donc aux mêmes points de l'espace simultanément des

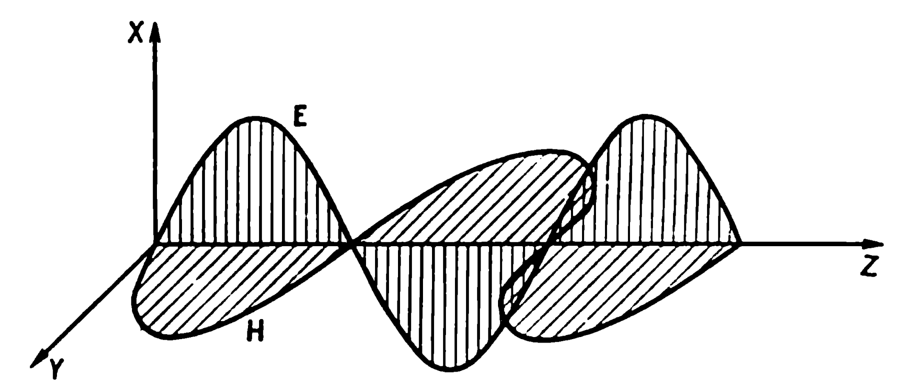


Fig. 1.5. Répartition spatiale du champ d'une onde à polarisation rectiligne

valeurs maximum ou minimum, il est facile d'illustrer graphiquement la propagation d'une onde à polarisation rectiligne en choisissant comme axes de coordonnées les directions des vecteurs **E** (axe X) et **H** (axe Y) et la direction de propagation (axe Z) (fig. 1.5). On aboutit à un graphique en tout point analogue pour la dépendance avec le temps d'une onde à polarisation rectiligne considérée en un point donné de l'espace.

On remarquera que les vecteurs **E**, **H** et la direction de propagation d'une onde plane forment ce que l'on appelle une hélice droite. Cette importante propriété deviendra plus évidente lorsqu'on aura introduit le vecteur caractérisant le transport de l'énergie. On appelle souvent l'onde qui se propage librement *onde progressive* pour marquer la distinction avec l'onde stationnaire (*cf.* § 1.6) pour laquelle les vecteurs **E** et **H** ne vibrent pas en phase.

Ainsi en appliquant les équations de Maxwell au cas d'un milieu homogène non conducteur nous avons obtenu toute une série de résultats fondamentaux qu'il est utile de récapituler :

1°. On a démontré l'existence de champs électromagnétiques se propageant dans l'espace sous forme d'ondes.

2°. On a fait voir que l'onde électromagnétique libre est transversale et que les vecteurs **E** et **H** sont orthogonaux entre eux.

3°. On a établi les différents types possibles de polarisation d'une onde électromagnétique.

4°. On a établi des formules exprimant la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique $u = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ (formule de Maxwell) et une corrélation quantitative entre les vecteurs **E** et **H** valable à tout instant en tout point de l'espace.

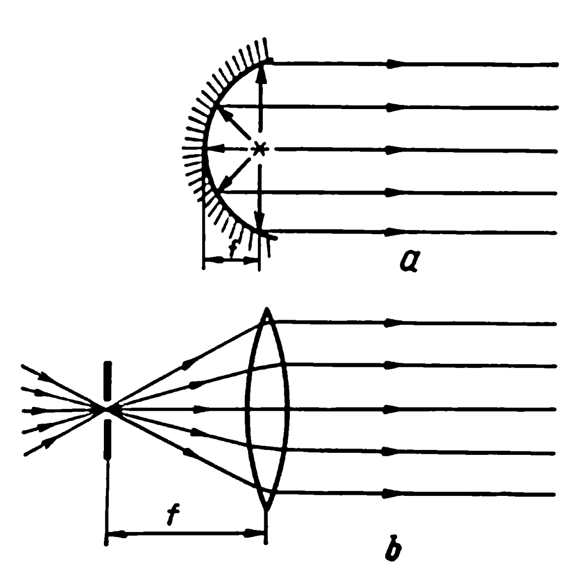


Fig. 1.6. Schémas montrant la formation d'un front d'onde plan à l'aide d'un miroir (*a*) et d'une lentille (*b*)

Notons que les résultats obtenus sont justes pour n'importe quelle valeur de ω, ce qui reflète le caractère universel de la méthode utilisée.

Il nous faut maintenant décrire plus en détail les propriétés des ondes électromagnétiques planes que nous aurons surtout à utiliser dans la suite de notre cours. Les propriétés fondamentales des ondes planes sont : la forme plane du front d'onde, la monochromaticité et une polarisation bien définie du rayonnement.

Nous examinerons successivement ces différentes propriétés en nous attachant à préciser dans quelle mesure le caractère abstrait de l'onde plane peut être approché dans l'expérience.

1. Une *forme plane du front de l'onde* peut être réalisée sans trop de difficultés à l'aide d'un système de miroirs; on le constate aussi bien dans la gamme OUC que dans la gamme optique. On obtient ainsi une onde qui est plus ou moins directionnelle (c'est-à-dire de faible divergence), bien que le degré de directivité du rayonnement ne soit pas toujours facile à déterminer.

Le front de l'onde issue d'une source locale peut être considéré, à grande distance de la source, comme plan. Pour une onde divergente l'amplitude des oscillations diminue à mesure qu'augmente la distance à sa source.

Dans la gamme optique on peut utiliser un montage qui est simple en son principe : on dispose un petit diaphragme (ou une fente

de hauteur limitée) au foyer d'une lentille (objectif). A la sortie de ce dispositif (fig. 1.6), connu sous le nom de *collimateur*, on obtient un faisceau de rayons parallèles qui correspond à une onde plane. Dans le cas où le rayonnement émis par la source de lumière comporte des radiations de longueurs d'onde très différentes (rayonnement non monochromatique) il devient difficile de mettre en œuvre le dispositif décrit, puisque la focalisation n'est pas la même pour différentes

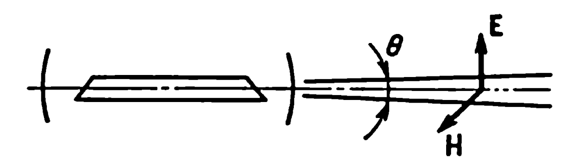


Fig. 1.7. Schéma d'un laser à gaz:
$\theta \approx 10'$, angle caractérisant la divergence du rayonnement. La polarisation de l'onde est indiquée

longueurs d'onde. Nous voyons donc que les propriétés des ondes planes (forme plane du front et la monochromaticité) sont interdépendantes. Signalons que c'est le rayonnement des lasers (générateurs quantiques de lumière) qui satisfait le plus pleinement aux

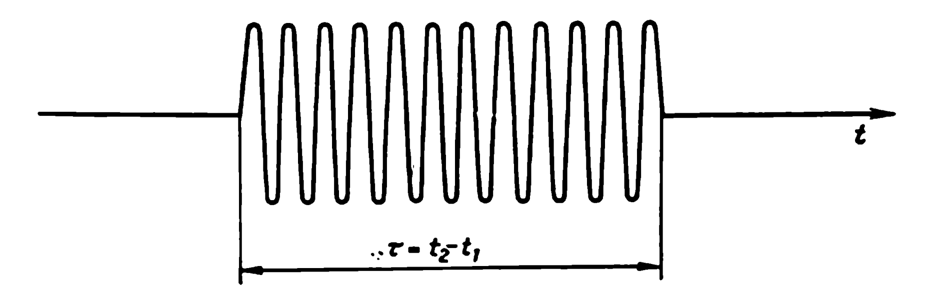


Fig. 1.8. Vibration non harmonique

desiderata que nous venons de formuler, la divergence des faisceaux laser étant très faible *), et le rayonnement émis présentant une longueur d'onde bien déterminée (fig. 1.7).

2. La question de la faisabilité d'un *rayonnement monochromatique* est, elle, plus difficile. Il est bien évident que la notion d'une onde monochromatique telle que définie par la formule (1.23) est quelque peu idéalisée. Une onde monochromatique résulte d'une oscillation harmonique qui doit subsister pendant un temps indéfiniment long, condition à laquelle ne peut satisfaire aucune oscillation pratiquement réalisable. Il est bien évident qu'une oscillation telle qu'illustrée par la fig. 1.8 n'est pas harmonique, mais plus la diffé-

*) Ce sont les lasers à gaz qui présentent la plus faible divergence des faisceaux rayonnés; celle-ci est d'environ 10'. En utilisant un embout télescopique relativement simple, on peut réduire encore la divergence du faisceau (jusqu'à 10"-20").

rence $\tau = t_2 - t_1$ est grande devant la période T, plus la pulsation ressemble à une onde monochromatique. Il est facile de montrer que plus τ est grand, moindre est l'intervalle de fréquences $\Delta\nu$ contenues dans le rayonnement considéré [$\Delta\nu \sim 1/\tau$, *cf.* (5.19)].

L'idéalisation présentée ($\tau = \infty$) revêt une importance majeure précisément parce que toute impulsion peut être considérée comme étant la somme (finie ou infinie) de fonctions harmoniques de la forme $E_{0i} \cos(\omega_i t - \varphi_i)$. Les physiciens ont de bonnes raisons de considérer qu'un développement suivant les fonctions harmoniques présente d'importants avantages au regard de tout autre procédé mathématique. Nous reviendrons au § 6.7 sur la question du développement spectral des rayonnements, mais pour le moment il est utile d'indiquer le degré de monochromaticité des rayonnements émis par différentes sources d'ondes électromagnétiques et de décrire les procédés mis en œuvre pour rendre plus monochromatiques les ondes émises (c'est-à-dire réduire l'intervalle $\Delta\nu$ des fréquences).

Nous avons déjà mentionné que, quel que soit le rayonnement considéré, on doit distinguer le cas d'un spectre continu et celui d'un spectre discret. Pour les ondes ultra-courtes le remplacement de l'oscillateur de Hertz par des générateurs modernes (klystron, magnétron) s'accompagne du passage d'un spectre continu à un spectre de raies. Un klystron émet des ondes d'une longueur bien déterminée (par exemple, $\lambda \approx 3$ cm). Il est facile de mesurer cette longueur d'onde (*cf.* § 1.6), mais pour caractériser le degré de monochromaticité de ces ondes, on doit recourir à des procédés expérimentaux trop compliqués pour pouvoir être décrits dans le cadre de ce livre.

Dans la gamme optique, on a également affaire à des spectres continu et de raies. La lumière naturelle (dite *lumière blanche*) renferme des radiations de toutes les fréquences (on peut admettre que ω est compris entre 0 et ∞). Les corps incandescents et certaines autres sources produisent des spectres d'émission continus de ce type (la répartition d'énergie étant toutefois différente selon les fréquences). C'est un problème aussi ardu qu'ingrat que de vouloir isoler une étroite bande de fréquences à l'intérieur d'un spectre continu, puisque plus la bande est étroite, moins elle renferme d'énergie. De ce fait l'utilisation d'un spectre de raies est plus avantageuse, bien qu'ici également on se heurte à de grosses difficultés surtout si le spectre comporte un grand nombre de raies. Pour en dégager un rayonnement monochromatique on utilise toute sorte de dispositifs (que l'on appelle *monochromateurs*). L'utilisation de tout monochromateur s'accompagne d'une perte d'énergie, cependant l'efficacité de ces dispositifs est notablement meilleure que dans le cas d'un spectre continu. Ainsi, par exemple, il est relativement facile d'isoler dans le spectre du mercure une raie déterminée (le plus souvent on cherche à isoler la raie verte avec $\lambda = 5460$ Å). Mais on doit

tenir compte de ce que n'importe quelle raie spectrale a une largeur finie (la largeur « naturelle » $\approx 10^{-4}$ Å, et de surcroît, la ligne observée s'élargit jusqu'à 0,1-0,01 Å, ce qui est dû à toutes sortes de causes (*cf.* § 5.2)).

Pour mieux apprécier le caractère tout conventionnel des procédés de monochromatisation d'un rayonnement (consistant à isoler une raie donnée dans le spectre d'une source réelle), on a reproduit fig. 1.9 la structure de la raie verte du mercure (*cf.* § 5.9). L'existence de plusieurs composantes dans cette raie a pour origine la composition isotopique complexe du mercure ainsi que les interactions des noyaux des atomes de mercure avec leurs cortèges électroniques. Pour isoler l'un des pics représentés sur la fig. 1.9, ce qui revient à augmenter le degré de monochromaticité du rayonnement (condition nécessaire dans le cas de mesures interférentielles des longueurs et dans d'autres problèmes), on devra utiliser des procédés expérimentaux notablement plus sophistiqués.

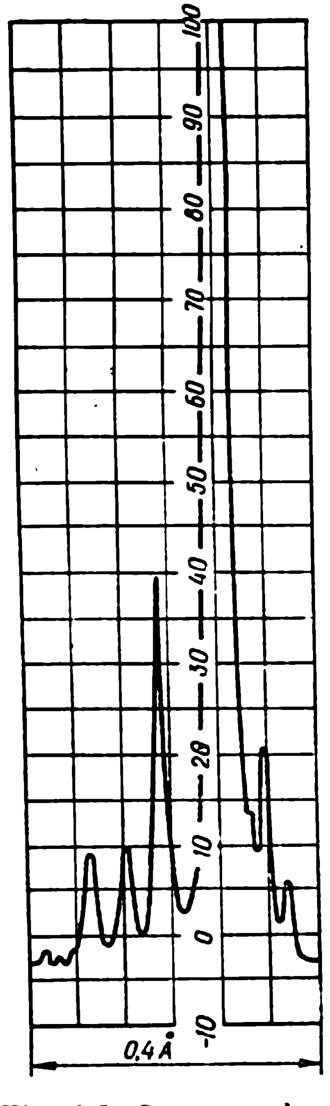


Fig. 1.9. Structure de la raie verte du mercure enregistrée par un appareil ne déformant que faiblement le contour réel de la raie

Ces exemples montrent que n'importe quel monochromateur utilisé avec n'importe quelle source n'est susceptible d'isoler qu'une certaine bande de fréquences qui ne pourra être considérée comme indéfiniment étroite qu'en toute première approximation.

C'est le rayonnement laser qui s'apparente le plus à une onde monochromatique idéale. La largeur efficace de chacune des composantes de la raie d'émission d'un laser à gaz est pour diverses raisons même plus petite que la limite que nous avons indiquée ci-dessus (elle vaut 10^{-6}-10^{-7} Å, la largeur « naturelle » d'une raie étant égale à 10^{-4} Å) ; quant à la puissance emmagasinée dans un intervalle aussi faible de longueurs d'onde, elle est relativement grande. Ainsi un laser en néon-hélium émettant un rayonnement sur une longueur d'onde de 6328 Å peut généralement avoir une puissance de plusieurs milliwatts. Certains autres lasers (tel le laser à argon ionique) ont une puissance d'émission de quelques watts, tandis que le laser au CO_2 émettant dans l'infrarouge ($\lambda \approx 10$ μm) est capable d'émettre une puissance énorme atteignant plusieurs kilowatts.

Signalons également qu'il existe des lasers émettant l'énergie

radiante par impulsions dont la durée et la fréquence peuvent être réglées. Sont largement répandus les lasers pulsés au rubis ($\lambda \approx$ $\approx 0,69$ µm) et au verre au néodyme ($\lambda \approx 1,06$ µm) dont la puissance d'émission atteint plusieurs mégawatts, et en régime spécial d'« impulsions géantes » elle atteint 10^9 W et même davantage.

3. La *polarisation* du rayonnement est la troisième caractéristique fondamentale d'une onde monochromatique plane. Le cas le plus simple d'une polarisation rectiligne se manifeste pour les OUC et ce cas peut être artificiellement créé dans la gamme optique. On connaît un grand nombre de types de *polariseurs optiques* qui sont

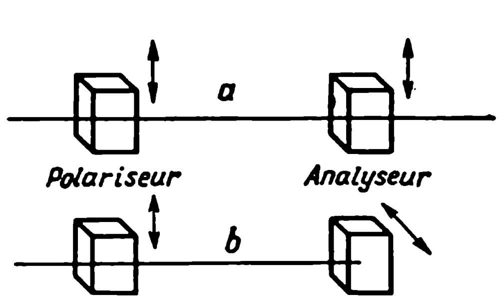


Fig. 1.10. Orientations relatives du polariseur et de l'analyseur

Les flèches indiquent les directions des vibrations passantes: *a*) l'analyseur laisse passer la lumière; *b*) l'analyseur ne laisse pas passer la lumière

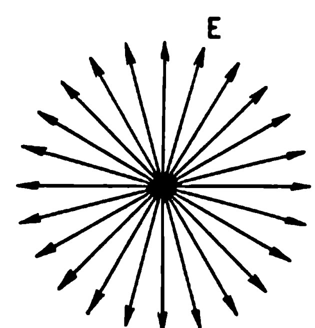


Fig. 1.11. Symétrie radiale des vibrations du vecteur E d'une lumière naturelle

des dispositifs à la sortie desquels on obtient une lumière à polarisation rectiligne (utilisation de cristaux de spath d'Islande ou de quartz, prismes de Nicol et divers autres dispositifs). A l'aide de ces dispositifs on peut non seulement polariser un rayonnement, mais encore vérifier si des radiations inconnues présentent ou non une polarisation rectiligne. La méthode que l'on met en œuvre pour ce faire ressort de la fig. 1.10, montrant les orientations relatives du *polariseur* et de l'*analyseur* pour lesquels la lumière ou bien passe en totalité, ou se trouve entièrement éteinte. Nous décrirons au ch. III, consacré au passage de la lumière à travers les cristaux, la méthode plus compliquée utilisée pour l'étude de la lumière à polarisation elliptique (cette polarisation peut être confondue avec une polarisation incomplète dans un plan quelconque).

Il convient, dans une étude générale du phénomène de polarisation, d'expliquer l'apparition de la lumière ordinaire non polarisée ayant une symétrie axiale. Nous avons déjà mentionné que la solution des équations de Maxwell se présente sous la forme d'une onde rigoureusement monochromatique, qui de ce fait doit nécessairement être polarisée (dans le cas général sa polarisation est elliptique). Ce n'est qu'après que les oscillations auront cessé brusquement (l'onde cesse alors d'être monochromatique) que disparaît cette

polarisation du rayonnement. C'est ce qui se produit en optique où, de 10^{-8} s en 10^{-8} s en moyenne, les oscillations s'amortissent. Si on pouvait étudier la polarisation à l'aide d'un appareillage dénué de toute inertie, on aurait pu observer en l'espace de ces courts intervalles de temps l'alternance d'ellipses de différentes formes. Il est cependant très difficile de créer un tel appareillage, étant donné que tout dispositif convenant à l'étude de la polarisation présente nécessairement une certaine inertie, de sorte qu'avec la lumière naturelle, nous observons une polarisation moyenne correspondant à des intervalles de temps notablement supérieurs à 10^{-8} s. C'est ainsi qu'apparaît une symétrie axiale des oscillations du vecteur E (lumière non polarisée) que l'on observe expérimentalement (fig. 1.11).

En mettant en œuvre un polariseur quelconque, on peut isoler dans une lumière non polarisée des vibrations d'une direction privilégiée, c'est-à-dire une lumière à polarisation rectiligne que l'on peut ensuite exploiter. Nous montrerons ultérieurement qu'une lumière non polarisée peut être considérée comme la somme de deux vibrations à polarisations rectilignes mutuellement orthogonales, dont les phases ne sont nullement en corrélation, le déphasage δ variant de façon aléatoire dans le temps. Une polarisation elliptique du rayonnement apparaît lorsque le déphasage δ est rendu, par un artifice quelconque, invariable dans le temps. Pour $\delta = 0$, la polarisation elliptique se réduit à une polarisation rectiligne (*cf.* ch. III).

Notons pour conclure que du point de vue de sa polarisation le rayonnement laser diffère des rayonnements produits par les autres sources de lumière. La physique des processus déterminant le fonctionnement des lasers est liée non pas à un démarrage aléatoire des oscillations (émission spontanée), mais à des phénomènes plus compliqués déterminés par l'interaction du rayonnement électromagnétique avec des systèmes atomiques. Une émission induite (terme introduit par Einstein en 1916, *cf.* ch. VIII) doit présenter une polarisation parfaitement déterminée. En utilisant des lasers spécialement conçus dont les fenêtres sont perpendiculaires à l'axe du tube, on peut observer à intervalles de temps Δt bien déterminés la transformation de la polarisation elliptique d'un type à une autre polarisation elliptique. Mais dans le cas général, les fenêtres de sortie du tube, qui est disposé à l'intérieur d'une cavité résonnante, sont orientées par rapport à l'axe sous l'angle de Brewster (*cf.* ch. II), ce qui implique l'apparition d'une polarisation rectiligne du rayonnement sortant par l'un des miroirs du résonateur. Il s'ensuit que les lasers usuels sont d'intenses sources de lumière à polarisation rectiligne (fig. 1.7).

Toutes ces considérations montrent bien que pour produire expérimentalement une onde monochromatique plane, on doit utiliser un collimateur, un monochromateur et un polariseur. En faisant passer à travers cet ensemble le rayonnement issu de n'importe quelle

source lumineuse, on obtient une onde qui correspond approximativement à l'onde idéale décrite par (1.24). Le rayonnement d'un laser s'approche encore mieux de cette onde idéalisée.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire qu'en optique on a affaire à des ondes qui ne sont qu'approximativement monochromatiques. De ce fait, dans la description des phénomènes optiques, on utilise largement la notion d'onde *quasi monochromatique* qui est de la forme

$$E = E_0(t) \cos [\omega t - \varphi (t)]. \tag{1.24b}$$

L'amplitude $E_0(t)$ et la phase $\varphi(t)$ figurant dans cette équation ne sont pas constantes, mais varient lentement avec le temps (lentement en comparaison avec la vitesse de variation de la fréquence ω des oscillations fondamentales). Cela signifie que l'onde quasi monochromatique a une amplitude et une phase modulées. Pour la description de certains phénomènes optiques on peut négliger les variations de $E_0(t)$ et de $\varphi(t)$, en considérant ces dernières comme des quantités invariables et étudier la propagation d'une onde monochromatique. Dans d'autres cas, on est amené à admettre que $E_0(t)$ et $\varphi(t)$ ne sont invariables que pendant un intervalle de temps τ dont la durée dépend de la nature des processus physiques intervenant dans la source de lumière.

La notion d'onde quasi monochromatique joue un rôle important dans l'étude de l'interférence et de la diffraction des ondes lumineuses, et par suite sera l'objet d'une étude détaillée aux ch. V et VI consacrés à la description de ces deux phénomènes essentiels de l'optique ondulatoire.

§ 1.4. Transport d'énergie par les ondes électromagnétiques

Nous allons considérer maintenant sous une forme générale la question de l'énergie que transporte une onde électromagnétique se propageant dans un milieu isotrope. Nous chercherons à savoir ce qu'il advient de cette caractéristique majeure d'un champ se propageant à la vitesse $u = c/n$ sous la forme d'une onde.

Ecrivons l'expression de la puissance dissipée dans un volume V; elle est égale au travail des forces du champ électrique dans l'unité de temps

$$\int_V \mathbf{E}\mathbf{j}\, dV.$$

Rappelons que

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \left(\mathbf{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right);$$

et on en tire

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \mathbf{E}\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Transformons le produit **E** rot **H** en appliquant la formule adéquate de l'analyse vectorielle, compte tenu de ce que

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

on obtient

$$\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \operatorname{div} [\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}] = -\frac{1}{c} \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \operatorname{div} [\mathbf{EH}].$$

Il s'ensuit que

$$\mathbf{Ej} = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} [\mathbf{EH}].$$

Intégrons cette dernière expression dans un volume arbitraire et appliquons le théorème de l'analyse vectorielle concernant le flux du vecteur à travers la surface σ embrassant le volume considéré (théorème de Gauss). On obtient en définitive

$$\int_V \mathbf{Ej}\, dV = -\frac{d}{dt}\int_V \frac{\mu H^2 + \varepsilon E^2}{8\pi} dV - \oint_\sigma \frac{c}{4\pi} [\mathbf{EH}]_n \, d\sigma. \qquad (1.25)$$

Le premier terme du second membre de cette égalité caractérise la vitesse de variation de l'énergie du champ électromagnétique (dW/dt) dans le volume considéré. Conformément au sens de la démonstration et à la forme d'écriture adoptée, on peut tirer une conclusion relative au second terme du second membre de (1.25) ; ce terme détermine le flux d'énergie rayonnant à travers la surface délimitant le volume concerné. La signification de l'égalité (1.25) devient alors extrêmement simple : elle exprime la *loi de la conservation de l'énergie* ; dans le cas considéré cette loi se laisse formuler comme suit: *la variation de l'énergie du champ électromagnétique renfermé dans un volume quelconque est égale à la somme des travaux effectués par les forces de ce champ et du flux d'énergie électromagnétique à travers la surface définissant le volume considéré.*

Maintenant nous sommes à même de considérer la surface σ délimitant le volume V. Si elle embrasse entièrement le volume où règne un champ électromagnétique, le flux d'énergie à travers cette surface est nul. Nous aboutissons donc à une forme connue de la loi de conservation: *la variation de l'énergie électromagnétique est égale au travail effectué par les forces du champ électrique.* Néanmoins cette affirmation n'est pas aussi triviale qu'il peut sembler; en effet si l'on pose *): $\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{ext})$ on arrive à une expression du travail des forces extérieures et de la chaleur de Joule, ce qui permet de se rendre compte que le courant de déplacement ne participe pas à cet équilibre. Nous voyons ainsi que le courant de déplacement (champ électrique alternatif) détermine l'apparition du champ magnétique alternatif, mais ne contribue pas au dégagement de chaleur.

*) σ désigne ici, certes, la conductivité et non la surface.

Cependant toutes ces questions nous importent, pour le moment, beaucoup moins que le problème susmentionné du transport de l'énergie d'une onde électromagnétique. Aussi allons-nous diminuer l'extension du champ de telle sorte que pour la région à l'étude le premier membre de (1.25) devienne nul. Ce résultat se trouve notamment réalisé pour un milieu homogène non conducteur ($\mathbf{j} = 0$). On a alors

$$\frac{c}{4\pi}\oint_{\sigma}[\mathbf{EH}]_n\,d\sigma = -\frac{d}{dt}\int_V \frac{\mu H^2+\varepsilon E^2}{8\pi}\,dV,$$

$$\oint_{\sigma} S_n\,d\sigma = -\frac{dW}{dt}. \tag{1.26}$$

La formule (1.26) signifie que le flux d'énergie à travers la surface σ embrassant un volume arbitraire V d'un diélectrique est égal à la variation d'énergie électromagnétique à l'intérieur de ce volume. Oumov a établi une corrélation analogue, valable pour n'importe quelle forme d'énergie. Appliquée au flux d'énergie électromagnétique, cette loi avait été établie par Poynting.

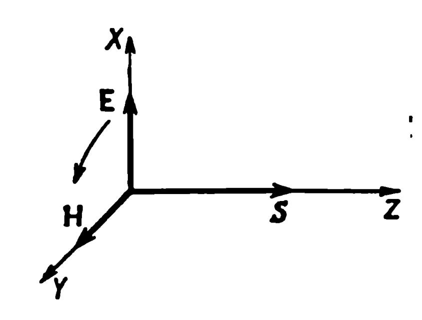


Fig. 1.12. Disposition relative des vecteurs E, H et S dans une onde électromagnétique progressive

Dans les études expérimentales on utilise la forme intégrale de cette loi donnée par (1.26). Il est toutefois utile de passer à sa forme différentielle, ce qui nous permettra d'introduire le *vecteur densité de flux d'énergie* $\mathbf{S} = (c/4\pi)\,[\mathbf{EH}]$. Ce vecteur caractérise la direction de propagation de l'énergie en tout point de l'espace à un instant donné. Il est orthogonal aux vecteurs **E** et **H** et dans un milieu isotrope est dirigé le long de la direction de propagation de l'onde, ou ce qui revient au même, le long du rayon de lumière. Il s'ensuit que les vecteurs **E**, **H** et **S** forment une « hélice droite » (fig. 1.12).

Dans le cas d'une onde libre les vecteurs **E** et **H** varient en phase dans l'espace et dans le temps. Le vecteur $\mathbf{S}=(c/4\pi)\,[\mathbf{EH}]$ varie entre $S_{\min} = 0$ et $S_{\max}= (c/4\pi)\,\sqrt{\varepsilon}E_0^2$ *).

Nous voyons donc que le flux d'énergie oscille à une fréquence double de celle de **E** ou de **H** autour de la valeur moyenne $(c/8\pi)\,\sqrt{\varepsilon}E$, en ne prenant que des valeurs positives, $S = 0$ y compris.

Nous arrivons à la conclusion que la densité du flux d'énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique. Cette corrélation importante est tout à fait générale et sert de fondement

*) Nous posons ici une fois pour toutes $\mu \approx 1$, ce qui reste valable pour la majorité des diélectriques.

pour l'enregistrement des ondes électromagnétiques par toute sorte de récepteurs. Pratiquement tous les récepteurs de lumière présentent une inertie plus ou moins grande, aussi n'enregistrent-ils que la valeur moyenne du carré de l'amplitude $\langle E_0^2 \rangle$. Dans le langage des radiophysiciens, on pourrait dire que les récepteurs de rayonnements optiques fonctionnent en détecteurs quadratiques.

Examinons de plus près la question de la mesure du flux d'énergie radiante. Cette question est rendue plus compliquée par le fait que lorsqu'il s'agit de radiations visibles, on utilise souvent, en plus des unités de mesure énergétiques, des unités de mesure de la technique éclairagiste qui, elle, tient compte de la perception de la lumière par l'œil humain.

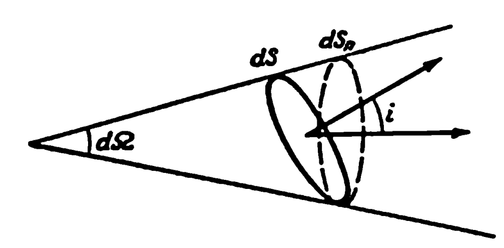


Fig. 1.13. Schéma illustrant la notion de luminance

Toutes les unités de mesure éclairagiste se basent sur l'intensité lumineuse d'une source standard ayant une répartition spectrale de l'énergie bien déterminée. Pour une source isotrope le flux lumineux Φ est lié à l'intensité lumineuse I par la corrélation $\Phi = 4\pi I$. Le flux s'exprime en lumens (lm) et l'éclairement des surfaces en lux (1 lx = 1 lm/m^2). Dans le système d'unités énergétiques le flux lumineux s'exprime en watts (W) et l'éclairement en watts par mètre carré (W/m^2). A un flux lumineux de 1 lm correspond une puissance rayonnée qui est différente selon la composition spectrale de la lumière; aussi pour établir entre ces grandeurs une corrélation, utilise-t-on des tableaux ou des graphiques caractérisant la sensibilité moyenne de l'œil vis-à-vis des radiations de différentes longueurs d'onde (voir fig. 2). Les coefficients de conversion de lumens en watts que l'on trouve dans les recueils de données numériques ne se rapportent qu'à un intervalle spectral étroit centré sur $\lambda = 5550$ Å où la sensibilité moyenne de l'œil humain atteint son maximum.

Si on mesure le flux lumineux $d\Phi$ émis par un élément de surface dS à l'intérieur d'un angle solide 2π, la quantité $R = d\Phi/dS$ porte le nom de *radiance* de cette surface. Nous voyons que l'*éclairement* E et la radiance R sont définis par une seule et même relation, à la différence près que, dans le premier cas, on mesure le flux lumineux *tombant* sur la surface et dans le second le flux *émis* par la surface.

Une autre caractéristique importante d'une surface lumineuse est sa *luminance*. Pour la définir, écrivons le flux lumineux contenu dans l'élément d'angle solide $d\Omega$ (fig. 1.13)

$$d\Phi = B\, dS_n\, d\Omega = B \cos i\, dS\, d\Omega.$$

Ici $dS_n = \cos i\, dS$ est un élément de surface normal au rayonnement qui la traverse. La grandeur B est la *luminance énergétique*. Pour

nombre de corps lumineux on peut admettre que la luminance énergétique est indépendante de l'angle i entre la direction du flux et la normale à la surface. Ces sources de lumière rayonnent suivant la loi de Lambert (source obéissant à la loi des cosinus) et la corrélation entre la radiance et la luminance énergétique se réduit à $R = \pi B$.

Notons que l'on utilise dans la littérature scientifique (notamment concernant la spectroscopie) le terme d'*intensité des sources* qui n'a pas de définition nette en technique éclairagiste. Il importe de souligner que l'intensité du rayonnement est proportionnnelle à la luminance de la source, bien qu'une définition quantitative de cette corrélation soit souvent loin d'être simple. Nous allons citer quelques particularités de ces mesures.

Au moyen de différents dispositifs optiques on arrive à concentrer le flux lumineux suivant certaines directions, mais on ne peut accroître la brillance de la source qui détermine le flux lumineux total émis par la surface considérée. De surcroît, par suite d'une absorption qui est inéluctable dans tous ces dispositifs de distribution du rayonnement, une partie du flux est dissipée.

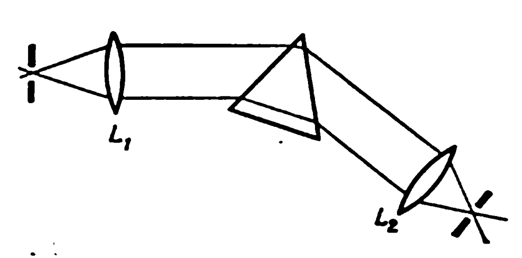


Fig. 1.14. Schéma de principe d'un monochromateur à prisme

Lorsqu'on effectue des mesures, on doit se rappeler que certains détecteurs de radiations (photo-électriques, thermo-électriques, etc.) sont sensibles au flux, tandis que d'autres (en tout premier lieu les détecteurs photochimiques) mesurent non pas le flux lui-même, mais l'éclairement de la surface du détecteur. Notons que c'est l'éclairement de la rétine de l'œil qui détermine sa réaction à la lumière.

Bien que le flux de lumière et l'éclairement qu'il produit sont interdépendants, la corrélation entre ces caractéristiques peut s'avérer compliquée et perturbée par les conditions expérimentales. Pour illustrer ce fait important, considérons une expérience simple. Sélectionnons dans un spectre de raies une raie spectrale à l'aide d'un monochromateur à prisme comportant à l'entrée et à la sortie des collimateurs à fentes (fig. 1.14). En fixant la largeur de l'une des fentes (la fente de sortie, par exemple), élargissons la fente d'entrée du monochromateur. En négligeant les effets de diffraction qui ne jouent un rôle notable que dans le cas de fentes très étroites (*cf.* ch. VI), on peut admettre que le flux de lumière pénétrant dans l'appareil augmente avec la largeur de la fente d'entrée suivant une loi linéaire. En disposant à la sortie du monochromateur une cellule photoélectrique ou un photomultiplicateur, il est facile de mettre en évidence cette corrélation. Mais si l'on dispose dans le plan focal de la lentille L_2 une plaque photographique (ce qui revient à transformer le monochromateur en spectrographe), celle-ci enregistrera non plus

le flux radiant, mais l'éclairement de la plage lumineuse qui se forme là où apparaît l'image de la fente d'entrée. L'éclairement de cette plage reste invariable puisque, à mesure que la fente d'entrée s'élargit, le flux augmente bien, mais la superficie de la plage croissant dans la même proportion, le rapport Φ/σ reste constant. Si on reprend cette même expérience en utilisant une source présentant un spectre continu, on observe des corrélations plus compliquées qu'il n'est pas opportun d'examiner en détail.

Nous voyons donc que la mesure du flux d'énergie radiante exige de préciser soigneusement les conditions expérimentales. On doit encore remarquer que la plupart des détecteurs de rayonnement sont sélectifs et réagissent donc différemment selon la longueur d'onde des radiations incidentes. C'est donc un facteur de plus qu'on doit prendre en considération dans les mesures ayant pour objet la comparaison des flux d'énergie radiante dans différentes régions du spectre. On se heurte à des difficultés encore plus grandes lorsqu'on cherche à mesurer la valeur absolue du flux rayonné ou de l'éclairement qu'il produit. Il devient alors indispensable d'étalonner au préalable le détecteur de rayonnement, ce qui n'est pas toujours facile.

§ 1.5. Vitesse de propagation d'une onde électromagnétique

Examinons de plus près la notion de *vitesse de propagation* des ondes électromagnétiques $u = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, qui joue le rôle de paramètre dans l'équation de l'onde plane

$$E = \mathrm{Re}\, E_0 \exp\left[i\omega\left(t - z/u\right)\right],$$

où u caractérise la vitesse de propagation de la phase de l'onde que l'on désigne sous le nom de *vitesse de phase*. Il est facile de tirer la valeur de u de la condition de la constance de phase de l'onde. En effet, si pour une onde plane $\omega\,(t - z/u) = \text{const}$, la différentiation par rapport à t de cette expression montre que $u = dz/dt$, qui est la vitesse de propagation de l'onde le long de l'axe Z. Utilisons le nombre d'onde k pour exprimer que la phase est constante: $(\omega t - kz) = \text{const}$. La vitesse de phase d'une onde monochromatique s'écrira alors

$$u = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$

Il est bien évident que toutes ces formules sont en parfait accord avec la corrélation fondamentale donnée plus haut: $u = \lambda/T$.

Si nous n'avons affaire qu'à des radiations monochromes, le problème se trouve entièrement résolu et la notion de vitesse de phase suffit à la description de tous les effets accompagnant la propagation des ondes électromagnétiques. Mais en réalité le rayonnement se propage sous forme de pulses constitués par tout un ensemble d'ondes monochromes. Lors de sa propagation dans des milieux réels, ces pul-

ses se déforment et il devient impossible de caractériser les processus complexes qui se manifestent alors à l'aide de la seule quantité $u = \omega/k$. Il devient alors nécessaire d'introduire d'autres notions, notablement plus compliquées. Procédons à une analyse des données expérimentales.

Dans le cas où $\varepsilon = \mu = 1$, on a $u = c$. Les expériences sur la détermination de la vitesse de la lumière sont déjà menées depuis plus de trois siècles et à des niveaux les plus divers. Cela ne doit pas étonner puisque la connaissance de la valeur numérique de cette grandeur présente une grande importance pour tous les domaines de la physique. De plus, de la valeur de cette vitesse dépend largement l'échelle de mesure du monde environnant et la condition de son invariabilité se trouve à la base des plus importantes théories des sciences de la nature.

La première évaluation de la vitesse de la lumière dans le vide a été entreprise dès le XVIIe siècle et était basée sur des observations astronomiques. On avait remarqué que l'intervalle de temps qui s'écoulait entre les éclipses du satellite le plus rapproché de Jupiter diminuait lorsque cette dernière se rapprochait de la Terre et augmentait lorsqu'elle s'en éloignait. En analysant ces données Rœmer a supposé que la lumière se propageait à une vitesse de $3{,}1 \cdot 10^{10}$ cm/s. Cette idée audacieuse était en contradiction avec les idées de Descartes qui prévalaient alors, selon lesquelles la lumière se propagerait instantanément. Au XIXe siècle, Fizeau, Foucault et d'autres physiciens qui développaient la théorie ondulatoire de la lumière, ont effectué des mesures scrupuleuses de cette constante en utilisant différents dispositifs expérimentaux. On a notamment utilisé la méthode du miroir tournant qui au début du XXe siècle a été perfectionné par Michelson, ce qui a permis de mesurer avec une grande précision la vitesse de la lumière. Sans entrer dans le détail, indiquons que dans toutes ces expériences ingénieuses on mesure en fait le temps requis pour qu'une impulsion lumineuse parcoure un trajet bien déterminé. Par conséquent, on mesure la vitesse d'une impulsion de lumière, ou, pour être plus précis, d'une fraction de cette impulsion. On peut, par exemple, rattacher la mesure au front avant ou au front arrière du signal, ou encore étudier la région où l'énergie, l'impulsion, etc., sont maximales.

Plus la précision des déterminations des instants de l'envoi et du retour du signal est grande, plus la longueur du chemin optique peut être réduite, l'erreur sur la vitesse mesurée restant la même. C'est pour cela que l'utilisation d'obturateurs optiques (par exemple de cellules de Kerr, pratiquement dénuées d'inertie; *cf.* ch. III) permet d'utiliser, pour les mesures de la vitesse de lumière, des équipements pouvant être disposés sur une table de laboratoire, tandis qu'avant on devait utiliser une base précise de plusieurs kilomètres de longueur.

On peut considérer qu'à la suite d'un grand nombre d'expériences, la vitesse de propagation dans le vide des ondes électromagnétiques est connue aujourd'hui avec une très grande précision. La détermination de la valeur moyenne de cette importante constante a été faite maintes fois. En 1941 on a effectué un dépouillement minutieux de tous les résultats expérimentaux et on a adopté pour c la valeur suivante $c = (299\ 776 \pm 4)$ km/s.

Vers le milieu du XIX[e] siècle on a accumulé également des données concernant la valeur de la constante électrodynamique utilisée pour passer des unités électriques aux unités magnétiques. Cette constante a la dimension d'une vitesse et sa valeur est très proche de celle de la vitesse de la lumière dans le vide. Les mesures les plus précises, utilisant des méthodes électromagnétiques, ont fourni la valeur $(299\ 770 \pm 30) \cdot 10^5$ cm/s. On dispose d'indications d'après lesquelles une aussi bonne coïncidence de ces deux constantes, qui passait pour fortuite à l'époque, aurait stimulé les recherches de Maxwell tendant à l'élaboration d'une théorie unique de la propagation des ondes électromagnétiques. Après que cette théorie fondamentale fut publiée, il ne pouvait subsister aucun doute sur ce que la vitesse de la lumière dans le vide et la constante électrodynamique étaient une seule et même grandeur; la concordance des résultats de mesure de cette constante par des procédés différents constitue une preuve du caractère universel de la théorie de Maxwell valable pour toutes les ondes électromagnétiques. Dans ce qui suit, nous décrirons un procédé moderne de haute précision pour la mesure de la vitesse de la lumière dans le vide.

Au XIX[e] siècle on a mis au point une méthode de mesure précise de la vitesse de la lumière u dans diverses substances (gazeuses ou liquides). A partir des données ainsi obtenues, on peut déterminer la valeur du rapport $c/u = n$ et le comparer avec la valeur de l'indice de réfraction de la substance à l'étude qui, elle, avait été déterminée indépendamment à l'aide de mesures de haute précision basées sur l'application de la loi de réfraction. En général les valeurs de $n = \sin \varphi / \sin \varphi_2$ sont en bon accord avec celles déduites de mesures de la vitesse de la lumière, quoique dans certains cas on constate des divergences. Ainsi, par exemple, pour le sulfure de carbone, au lieu de trouver $n = 1{,}64$ on a obtenu $n = 1{,}76$ ce qui dépasse largement l'imprécision possible des mesures. De telles divergences résultent des difficultés qui sont inhérentes à la description de la propagation d'une impulsion dans un milieu dont l'indice de réfraction varie avec la fréquence, c'est-à-dire dans un milieu dispersif. Dans ces cas on doit tenir compte non seulement de la vitesse de phase, mais encore de la vitesse de groupe, qui caractérise la vitesse de propagation de tout le groupe d'ondes; c'est cette dernière question que nous allons aborder maintenant.

Laissons provisoirement de côté les causes de l'existence d'une

dépendance de n avec ω (effet de *dispersion*). La théorie électromagnétique classique ne permet pas d'interpréter les effets de dispersion. Pour le faire il faut associer à la théorie électromagnétique de la lumière la théorie électronique de la matière (c'est ce qui a été accompli à la charnière du XIX[e] et du XX[e] siècle par Lorentz) ; on arrive alors à donner une interprétation quantitative à tous les aspects du problème.

On doit remarquer que la non-monochromaticité des ondes de lumière est déterminée en premier lieu par les conditions de leur excitation dans les sources lumineuses. Une étude qualitative de ces questions fort complexes sera donnée au ch. V. Ici nous allons démontrer, en nous basant sur des résultats expérimentaux, que le long de l'axe Z (nous considérerons toujours le problème unidimensionnel) se propage non pas une onde monochromatique, mais toute une superposition d'ondes monochromatiques caractérisées par différentes valeurs de u ; nous désignerons cet ensemble d'ondes par le terme *impulsion* (ou *paquet d'ondes*). L'équation décrivant un tel paquet d'ondes se présente comme celle d'une seule onde modulée en amplitude. Ainsi, par exemple, on démontre aisément que toute oscillation modulée d'amplitude $E_0(t) = E_0(1 + m \cos \Omega t)$, avec $\Omega \ll \omega$ et $m < 1$ peut être représentée par la somme de trois oscillations monochromatiques de la forme $E_0 \cos \omega t$, $\frac{1}{2} mE_0 \cos(\omega + \Omega)t$, $\frac{1}{2} mE_0 \times$ $\times \cos(\omega - \Omega)t$. A l'aide de transformations trigonométriques simples, on démontre la validité de cette substitution.

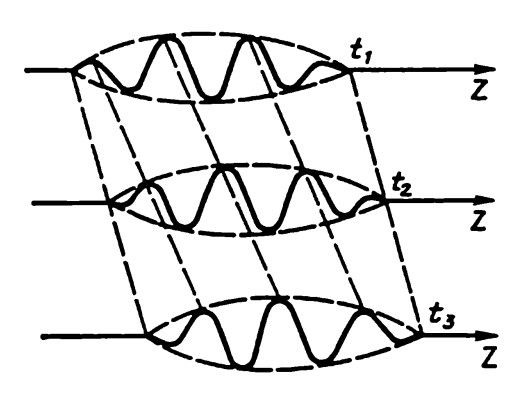


Fig. 1.15. « Instantanés » successifs d'un groupe d'ondes ($t_3 > t_2 > t_1$), pour lesquelles la vitesse de phase u est plus grande que la vitesse de groupe U

Dans les études expérimentales il est commode d'enregistrer les maxima de l'amplitude ; aussi entend-on par *vitesse de groupe* la vitesse de propagation du maximum d'énergie dans le groupe d'ondes à l'étude. Cette vitesse U se distingue de la vitesse de propagation des crêtes ou des creux (fig. 1.15) qui, eux, se déplacent à la vitesse de phase u. Sur la fig. 1.15, pour fixer les idées, on a adopté $u > U$, aussi derrière l'impulsion qui se propage apparaissent d'autres crêtes et creux, ce qui fait que les vitesses de groupe et de phase sont différentes. Au niveau de la transmission des informations physiques, c'est la vitesse de groupe qui véhicule le signal, partant les limitations qu'impose la théorie de la relativité (aucun signal ne peut avoir une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide, voir ch. VII) ne concernent que la vitesse de groupe.

Etablissons une corrélation entre les vitesses de phase et de groupe. Nous commencerons par établir une expression pour la vitesse de groupe.

Nous traiterons ce problème sous la forme générale. Pour une impulsion lumineuse composée d'un nombre indéfiniment grand d'ondes monochromatiques planes, occupant d'une manière continue tout l'intervalle des fréquences $\omega_0 \pm \Delta\omega_0$ (avec $\Delta\omega_0 \ll \omega_0$), nous avons $E_k = E_0(k) \exp[i(\omega t - kz)]$. En supposant qu'à la quantité $\Delta\omega_0$ il correspond un complément Δk à la valeur du nombre d'onde k_0 (autrement dit à $\omega_0 - \Delta\omega_0$ il correspond $k_0 - \Delta k$), on arrive à une expression de l'intensité résultante du champ électrique en intégrant sur la variable k entre les limites $k_0 - \Delta k$ et $k_0 + \Delta k$:

$$E = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} E_0(k) \exp\{i[\omega(k)t - kz]\}\, dk.$$

La formule exprimant la phase des oscillations se laisse écrire sous la forme

$$\omega(k)t - kz = \omega_0 t - k_0 z + [(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)z].$$

L'intensité résultante du champ électromagnétique devient alors

$$E(z, t) = C(z, t) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)]. \tag{1.27}$$

C'est l'équation d'une onde plane de fréquence ω_0 et de nombre d'onde k_0 dont l'amplitude $C(z, t)$ varie lentement (dans l'espace et dans le temps), puisque $\frac{\Delta k}{k_0} \ll 1$ et $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$. Il s'ensuit que $C(z, t)$ représente l'amplitude modulée de ce groupe d'ondes (enveloppe du paquet d'ondes). Nous entendrons par vitesse de groupe U la vitesse de propagation de cette enveloppe.

D'après (1.27) l'amplitude $C(z, t)$ est donnée par

$$C(z, t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} E_0(k) \exp\{i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)z]\}\, dk. \tag{1.27a}$$

Nous voyons que l'amplitude $C(z, t)$ est une superposition d'ondes monochromatiques de vecteurs d'onde $\Delta k = k - k_0$ et de fréquences $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. On notera que la formule (1.27a) décrit l'enveloppe du groupe d'ondes dont nous cherchons à connaître la loi de propagation. Les ondes électromagnétiques constituant le groupe défini par (1.27) et se propageant à la vitesse $u = \omega/k$ ont une fréquence propre ($\omega_0 \gg \Delta\omega$) plus grande que celles des composantes monochromatiques $C(z, t)$.

Comme nous voulons déterminer l'allure de la fonction $\omega(k)$ dans un intervalle étroit centré sur k_0, nous pouvons développer

$(\omega - \omega_0)$ en série:

$$\omega - \omega_0 = \left(\frac{\partial\omega}{\partial k}\right)_{k=k_0}(k-k_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\right)_{k=k_0}(k-k_0)^2 + \dots$$

En ne conservant dans ce développement que le premier terme, l'expression (1.27a) devient

$$C(z,\ t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} E_0(k)\exp\left\{i(k-k_0)\left[\left(\frac{\partial\omega}{\partial k}\right)_{k=k_0} t - z\right]\right\}dk. \qquad (1.27b)$$

Dans cette approximation l'amplitude résultante $C(z, t)$ est une superposition des composantes monochromatiques basse fréquence qui se propagent toutes à la même vitesse. Ces composantes présentent toutes la même dépendance par rapport aux coordonnées et au temps, de sorte que le paquet d'ondes se déplace en bloc sans se déformer avec une vitesse de groupe $U = \left(\frac{\partial\omega}{\partial k}\right)_{k=k_0}$. On peut arriver au même résultat en partant d'une superposition de deux ondes de fréquences suffisamment proches pour donner lieu à des battements.

L'introduction de la notion de vitesse de groupe que l'on a utilisée pour arriver aux résultats ci-dessus a été solidement justifiée par L. Mandelstamm *). Dans un milieu dispersif $[n = n(\lambda)]$ toute impulsion perturbatrice doit irrémédiablement subir des déformations lors de sa propagation. Si la variation du taux de déformation est lente, les corrélations approchées sont vérifiées. Pour que le groupe d'ondes soit indéformable on doit supposer que l'on ait affaire à un spectre étroit $(\Delta k \ll k_0)$ d'ondes sinusoïdales constituant le groupe d'ondes se propageant dans un milieu présentant des propriétés déterminées ($n(\lambda)$ ne doit pas varier notablement à proximité de λ_0). Si ces conditions ne sont pas remplies, l'impulsion de lumière se déforme rapidement (elle « s'étale ») et la description de son mouvement d'ensemble devient incertaine.

Ainsi la vitesse de groupe est $U = \frac{\partial\omega}{\partial k}$, et la vitesse de phase $u = \omega/k$. Pour établir entre elles une corrélation nous écrivons

$$U = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{\partial(uk)}{\partial k} = u + k\frac{\partial u}{\partial k}.$$

Pour transformer cette expression il suffit de remarquer que

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{et} \quad dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda.$$

*) L. Mandelstamm, *Cours d'optique, de théorie de la relativité et de mécanique quantique*, « Naouka », 1972 (en russe).

On obtient alors une expression connue sous le nom de *formule de Rayleigh*

$$U = u - \lambda \frac{\partial u}{\partial \lambda}. \tag{1.28}$$

Examinons de plus près la corrélation entre les vitesses de phase et de groupe.

1. Si $\frac{\partial u}{\partial \lambda} = 0$, c.-à-d. $n = \text{const}$, il n'y a pas de dispersion et $U = u$, la vitesse de phase et celle de groupe coïncident. Ce résultat est valable non seulement pour le vide, mais aussi pour certains milieux matériels; ainsi dans l'air et dans l'eau la dispersion des ondes lumineuses est tellement faible qu'elle peut être négligée.

2. Si $\frac{\partial u}{\partial \lambda} > 0$, on a $U < u$. Généralement, ce cas est réalisé lorsque la lumière se propage dans les verres et autres milieux transparents. Remarquons que si $\frac{\partial u}{\partial \lambda} > 0$, $\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$, puisque $\frac{\partial u}{\partial \lambda} = -\frac{c}{n^2} \cdot \frac{\partial n}{\partial \lambda}$. Il s'ensuit que l'indice de réfraction n doit diminuer lorsque la longueur d'onde λ augmente. Ce type de dépendance entre n et λ se rencontre fréquemment et porte le nom de *dispersion normale*.

3. Si $\frac{\partial u}{\partial \lambda} < 0$, $U > u$. Dans ce cas $\frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$, ce qui signifie que l'indice de réfraction n croît avec la longueur d'onde. Nous montrerons plus tard qu'une telle variation de λ avec n peut se manifester dans les régions spectrales où l'absorption de la lumière est forte. Ce cas est connu sous le nom de *dispersion anormale*.

Les divergences entre les résultats de mesures que l'on observe dans le cas du passage de la lumière dans le sulfure de carbone peuvent être maintenant aisément expliquées. Dans le sulfure de carbone, la dispersion est forte et $U \neq u$; comme $U < u$ on se trouve dans le cas d'une dispersion normale. Par suite, en utilisant la valeur expérimentale de U, on trouve que $c/U = 1{,}76$, valeur différente de $n = c/u = 1{,}64$.

Tous nos développements se basent sur le fait que l'expérience nous donne usuellement la vitesse de groupe U. En effet, pratiquement tous les récepteurs de radiations lumineuses enregistrent la valeur moyenne du carré de l'intensité du champ électrique $\langle E^2 \rangle$. En outre, en analysant scrupuleusement les conditions expérimentales de toute détermination de la vitesse des ondes électromagnétiques, on constate que dans les expériences on produit par un procédé quelconque une impulsion lumineuse qui est ensuite enregistrée. Cela se trouve confirmé de manière très explicite lorsqu'on examine les différents procédés de mesure mettant en œuvre une interruption du rayonnement (méthode de Fizeau, de Michelson, etc.). On notera également que tous les radars fonctionnant dans la gamme OUC utilisent le princi-

pe de l'écho puisqu'ils enregistrent le signal réfléchi et mesurent $\tau = 2R/U$, R étant la distance à la cible. Comme pour l'air $U = u = c$, $R = c\tau/2$. On a maintes fois contrôlé la précision des données fournies par les radars et on a toujours constaté que dans l'air $U = c$.

On calcule usuellement la vitesse de phase à partir de

$$u = c/n,$$

après avoir au préalable mesuré par un procédé convenable la valeur de n (*cf.* § 2.4, 5.6).

Grâce aux progrès des techniques laser et des procédés radiotechniques de changement de fréquence dans la gamme optique, la précision des mesures de la vitesse de la lumière dans le vide est devenue plus grande. Dans ces mesures on détermine par des procédés indépendants la longueur d'onde et la fréquence ($u = \lambda\nu$) des radiations émises par un laser au néon-hélium stabilisé, émettant dans l'infrarouge ($\lambda = 3{,}39$ µm). En 1972, par ce procédé on a déterminé la vitesse de la lumière avec une très grande précision ($\delta c/c \approx 3\cdot10^{-9}$); elle s'est trouvée égale à $c = (299\,792,\ 4562 \pm 0{,}0011)$ km/s; les chercheurs qui ont effectué ces expériences estiment que l'erreur de mesure peut être encore réduite si on améliore la reproductibilité des étalons primaires de longueur et de temps (*cf.* § 5.9).

On doit mentionner tout particulièrement le cas où $u > c$ (la vitesse de phase est plus grande que la vitesse de la lumière dans le vide); ce cas ne contredit nullement la théorie de la relativité qui n'impose une limite qu'à la vitesse de propagation du signal (vitesse de groupe). Dans un milieu quelconque à la vitesse de phase u ne se propagent que les ondes non modulées. Or pour que le signal puisse transmettre des informations, il faut moduler l'onde, la valeur expérimentale de la vitesse de propagation du signal modulé ne peut être supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide. Nous examinerons plus tard le cas où $n < 1$, c.-à-d. $u > c$ (cas d'ondes radio se propageant dans l'ionosphère, celui de rayons X, etc.).

En général les notions de vitesse de phase et de groupe ($u = \omega/k$, $U = \partial\omega/\partial k$) suffisent pour décrire la propagation d'un signal dans un milieu. On connaît cependant des cas où il devient difficile d'utiliser ces concepts (notamment si le paquet d'ondes subit une forte déformation); on fait alors intervenir la notion de *vitesse du signal*. Examinons l'aspect qualitatif de ce problème. Une démonstration mathématique rigoureuse en a été donnée par A. Sommerfeld qui avait introduit cette notion dans ses publications datant de 1910-1915 *).

*) Voir A. Sommerfeld, *Optik*, 1950.

Nous avons indiqué plus haut que si $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ (cas de la dispersion anormale) la vitesse de groupe est plus grande que la vitesse de phase

$$U = u\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{\partial n}{\partial \lambda}\right) > u. \qquad (1.28a)$$

Si, par ailleurs, l'indice de réfraction dépend fortement de la fréquence ($\partial n/\partial\lambda$ grand) il peut arriver que la vitesse de groupe U calculée tout formellement par la formule (1.28a) soit plus grande que la vitesse de la lumière dans le vide, ce qui est en contradiction avec la théorie restreinte de la relativité. Nous examinerons au ch. IV consacré à la théorie électronique de la dispersion les conditions expérimentales dans lesquelles une telle situation peut prévaloir. Il est évident que ce procédé de description des phénomènes est en flagrante contradiction avec la réalité physique. Il peut se produire notamment que l'impulsion lumineuse se déforme fortement; dans ce cas la formule (1.28) établie pour le cas de faibles variations du nombre d'onde donne des résultats imprécis, et la notion de vitesse de groupe perd toute signification. Mais même dans ces conditions la vitesse de transmission du signal ne peut être supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide. Pour illustrer cette idée fondamentale nous examinerons un modèle du phénomène considéré.

Supposons que le milieu dans lequel se déplace un paquet d'ondes (une impulsion) est constitué par des oscillateurs élémentaires (atomes) arbitrairement répartis dans le vide. Lorsque le front avant de l'impulsion (qui se propage à la vitesse c) aura atteint un des atomes du milieu, l'électron de cet atome sera soumis à une excitation et commencera à rayonner. Ce processus se manifestera cependant avec un certain retard. Le rayonnement émis par l'électron se propage lui aussi à la vitesse c (puisque les atomes se trouvent dans le vide) ; il affectera donc la structure du paquet d'ondes, mais ne pourra pas affecter la vitesse de propagation du front avant de l'impulsion dont la vitesse est toujours égale à la vitesse de la lumière dans le vide, quelles que soient les altérations que subit l'impulsion.

Examinons pour conclure dans quelle mesure les valeurs de l'indice de réfraction $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ correspondent aux données expérimentales directes. Dans cette vérification de la formule de Maxwell nous négligerons les dérivations par rapport à 1 de la valeur de μ, celles-ci étant très petites pour tous les corps transparents. On ne tiendra pas compte non plus de la dispersion, ce qui implique que les données ci-dessous se rapportent à la région centrale du spectre visible.

L'expérience montre que pour les gaz inertes, H_2, N_2, O_2, CO_2, CO et l'air il y a un excellent accord entre les valeurs expérimentales de l'indice de réfraction n et les valeurs calculées d'après la formule $n = \sqrt{\varepsilon}$ (tabl. 1.1).

Tableau 1.1

Substance	n_{exp}	n_{calc}
Air	1,000294	1,000295
Hydrogène (H_2)	1,000138	1,000132
Oxyde de carbone (CO)	1,000340	1,000345
Gaz carbonique (CO_2)	1,000449	1,000473

Un bon accord entre n_{exp} et $n_{calc} = \sqrt{\varepsilon}$ existe pour certains liquides caractérisés par une répartition symétrique des charges dans les molécules qui les constituent. Ainsi le benzol a un indice de réfraction $n = 1{,}482$ et $\sqrt{\varepsilon} = 1{,}489$.

D'autre part, pour de nombreuses substances (même si elles ne donnent pas lieu à une dispersion notable) on observe des divergences importantes entre ces deux groupes de valeurs (tabl. 1.2).

Tableau 1.2

Substance	n_{exp}	n_{calc}
Alcool méthylique (CH_3OH)	1,34	5,7
Alcool éthylique (C_2H_5OH)	1,36	5,0
Eau (H_2O)	1,33	9

La divergence des valeurs rassemblées dans le tabl. 1.2 est tellement forte qu'il doit bien exister pour cela des causes physiques. Aussi convient-il de remarquer que jusqu'à présent l'indice $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ a été introduit tout formellement ; de ce fait la signification physique des effets accompagnant la variation de la vitesse de la lumière dans les substances réelles ne saurait être élucidée tant que la théorie électromagnétique ne sera pas complétée par des considérations relatives aux oscillations des particules chargées.

Un examen du tableau 1.2 montre aussitôt que toutes les substances qui y figurent présentent d'importants moments dipolaires. Remémorons-nous les bases de la théorie de la polarisation des corps matériels. On distingue les polarisations électronique, ionique et d'orientation ; la première est liée aux oscillations des électrons, la deuxième aux oscillations des ions et la troisième à l'alignement des moments dipolaires le long du champ extérieur. Il est bien évident que dans des champs de fréquences très élevées ($\nu \approx 10^{14}$ Hz) l'indice de réfraction n ne sera déterminé que par les oscillations électro-

niques, vu leur faible inertie; les valeurs numériques de ε qui sont tabulées sont généralement déterminées à des fréquences basses où les trois mécanismes de polarisation interviennent simultanément. Il n'est donc pas étonnant que dans ces conditions $\sqrt{\varepsilon}$ soit beaucoup plus grand que l'indice de réfraction correspondant au spectre visible. Nous étudierons au ch. IV le rôle des oscillations ioniques qui jouent un rôle essentiel dans la détermination de l'indice de réfraction de nombreuses substances présentant des bandes d'absorption dans l'infrarouge.

§ 1.6. Ondes électromagnétiques stationnaires

Bien que nous n'étudions pas dans ce chapitre les questions relatives à l'interférence des ondes électromagnétiques, il est opportun d'examiner ici le cas particulier de la superposition de deux ondes planes, ce cas présentant des analogies avec certains problèmes simples de la mécanique. Il s'agit d'ondes électromagnétiques stationnaires. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné, on démontre en physique mathématique que l'équation d'onde $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ a pour solution une superposition des fonctions $f(t - z/u)$ et $f(t + z/u)$ répondant à deux ondes planes de même fréquence se propageant l'une à l'encontre de l'autre.

Deux ondes électromagnétiques entrant en interaction peuvent être produites par les procédés les plus divers, dont le plus simple et le plus courant est celui de la réflexion d'une onde tombant sous incidence normale sur une surface plane d'un conducteur idéal (§ 2.5) ou d'un diélectrique de grand indice de réfraction *).

D'ailleurs les résultats auxquels nous aboutirons ne seront pas liés au procédé de production de deux ondes monochromatiques planes de même amplitude se propageant à la vitesse u à la rencontre l'une de l'autre. En fait il suffit d'utiliser seulement deux propriétés générales des ondes électromagnétiques, c'est: a) la corrélation $H = \sqrt{\varepsilon}\, E$ qui est toujours vérifiée, et b) les deux ondes (appelons-les l'une *onde incidente* et l'autre *onde réfléchie*) vérifient la règle d'une hélice droite.

On doit expliciter cette dernière propriété. Si on choisit un vecteur $\mathbf{E}_{inc}$ déterminé et un vecteur perpendiculaire $\mathbf{H}_{inc}$ (fig. 1.16), la direction et le module du vecteur $\mathbf{S}_{inc} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}_{inc}\, \mathbf{H}_{inc}]$ seront parfaitement définis. Pour l'onde se propageant à la rencontre de l'onde initiale la direction de $\mathbf{S}_{réfl}$ sera opposée à celle de $\mathbf{S}_{inc}$, et les

*) Lorsqu'on analyse ces conditions de formation d'ondes stationnaires on admet que la réflexion est totale, c.-à-d. $|E_{0\,réfl}| = |E_{0\,inc}|$, ce qui simplifie grandement les calculs.

vecteurs $\mathbf{E}_{\text{réfl}}$ et $\mathbf{H}_{\text{réfl}}$ doivent former avec $\mathbf{S}_{\text{réfl}}$ une hélice droite. L'orientation du vecteur $\mathbf{E}_{\text{réfl}}$ reste arbitraire tant que l'on n'aura pas précisé les conditions aux limites du problème, mais une fois choisie, cette direction définit l'orientation de $\mathbf{H}_{\text{réfl}}$.

Nous choisissons le sens de $\mathbf{E}_{\text{réfl}}$ comme indiqué sur la fig. 1.16, autrement dit $\mathbf{E}_{\text{inc}}$ et $\mathbf{E}_{\text{réfl}}$ sont en opposition de phase. Nous montrerons plus tard (ch. II) que cette situation se retrouve toujours lorsque

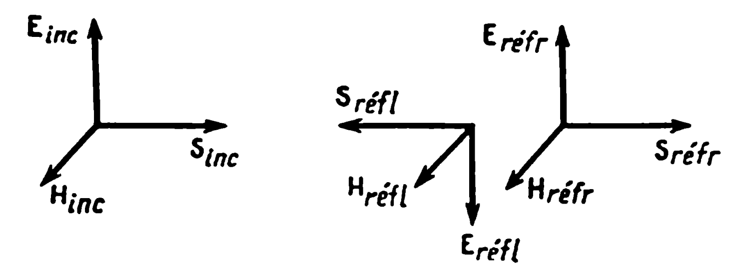


Fig. 1.16. Positions relatives des vecteurs E, H et S dans les ondes incidente, réfléchie et réfractée dans le cas où la lumière passe d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense ($n_2 > n_1$)

l'onde est réfléchie par un milieu optiquement plus dense ($n_2 > n_1$).

Considérons donc que $\mathbf{E}_{\text{inc}}$ et $\mathbf{E}_{\text{réfl}}$ sont en opposition de phase à la surface de séparation des milieux; $\mathbf{H}_{\text{inc}}$ et $\mathbf{H}_{\text{réfl}}$ doivent alors être en phase. On a alors

$$E = E_{\text{inc}} - E_{\text{réfl}} = \operatorname{Re}(-2i)\, E_0 e^{-i\omega t}\, \frac{e^{ikz} - e^{-ikz}}{2i} = 2E_0 \sin \omega t \sin kz,$$

$$H = H_{\text{inc}} + H_{\text{réfl}} = \operatorname{Re} 2\sqrt{\varepsilon}\, E_0 e^{i\omega t}\, \frac{e^{ikz} + e^{-ikz}}{2} =$$

$$= 2\sqrt{\varepsilon}\, E_0 \cos \omega t \cos kz. \qquad (1.29)$$

Analysons les propriétés de l'onde résultante (1.29). C'est une onde stationnaire à polarisation rectiligne; à la frontière des deux milieux on trouve un nœud de **E** et un ventre de **H** (c'est la seule particularité liée à la condition $n_2 > n_1$). La dépendance avec le temps des champs en différents points de l'espace (z = const) est représentée fig. 1.17, *a*. En substituant dans (1.29) des valeurs déterminées de t ($t = 0$, $T/8$ et $T/4$) on obtient les valeurs de E et H en différents points de l'espace (« photographies instantanées » — fig. 1.17, *b*).

Nous voyons ainsi que pour l'onde électromagnétique stationnaire on observe dans le temps une variation de la phase $\Delta\varphi = \pi/2$ entre les vecteurs **E** et **H**, qui dans l'onde libre étaient en phase.

Les nœuds (et respectivement les ventres) des vecteurs **E** et **H** sont spatialement distincts; la distance entre un nœud de **E** et un ventre de **H** est égale à $\lambda/4$. En tout nœud $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}] = 0$. Il

en résulte que l'énergie ne fait qu'osciller entre deux nœuds voisins et, de ce point de vue, chacun de ces segments est autonome.

Dans l'intervalle séparant leurs nœuds consécutifs, chacun des vecteurs (**E** et **H**) varient dans le temps de manière qu'il n'y ait pas de différence de phase entre leurs oscillations en deux points différents. En tous les points se trouvant entre deux nœuds la valeur E_{max} est atteinte simultanément, mais les oscillations y ont des

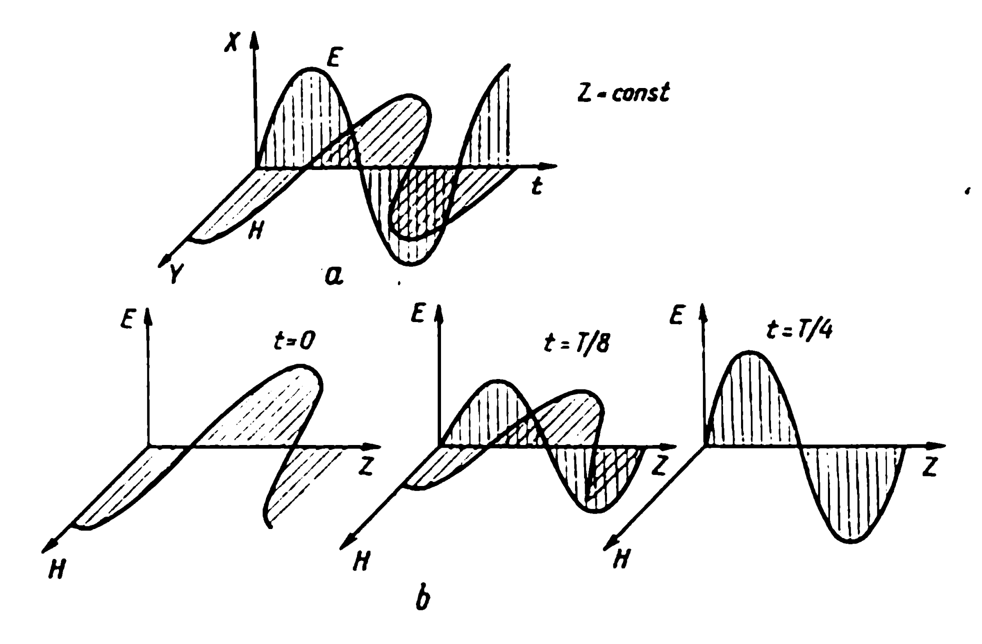


Fig. 1.17. Dépendances temporelle (*a*) et spatiale (*b*) de **E** et **H** d'une onde électromagnétique stationnaire

amplitudes différentes. Dans les nœuds, l'intensité du champ électrique est nulle $\mathbf{E} = 0$. Le vecteur **H** oscille suivant la même loi, mais avec un déphasage de $\pi/2$.

Si le récepteur de radiations détecte (comme c'est usuel) la valeur moyenne $\langle E^2 \rangle$, on peut mesurer la distance de séparation de deux ventres (ou de deux nœuds) de **E** et déterminer ainsi la longueur d'onde. Cette méthode, qui a été initialement utilisée dans les expériences classiques de Hertz, est aisément réalisable en utilisant la technique des OUC ($\lambda \approx 3$ cm) surtout avec le rayonnement presque monochromatique fourni par les klystrons. Dans ces expériences, l'onde électromagnétique tombe sous incidence normale sur la surface d'un corps présentant une bonne réflectivité pour les ondes OUC; ce peut être, par exemple, une feuille métallique que l'on déplace le long de la direction de propagation de l'onde (fig. 1.18). Le récepteur OUC enregistrera les ventres du vecteur **E**; l'intervalle entre les ventres doit être de l'ordre de 1,5 cm, distance bien perceptible dans une démonstration en salle de cours.

Il est beaucoup plus difficile de réaliser de telles expériences dans le domaine optique vu la faible longueur d'onde de ces radiations ($\lambda \approx 5000$ Å). Cette difficulté a été heureusement surmontée

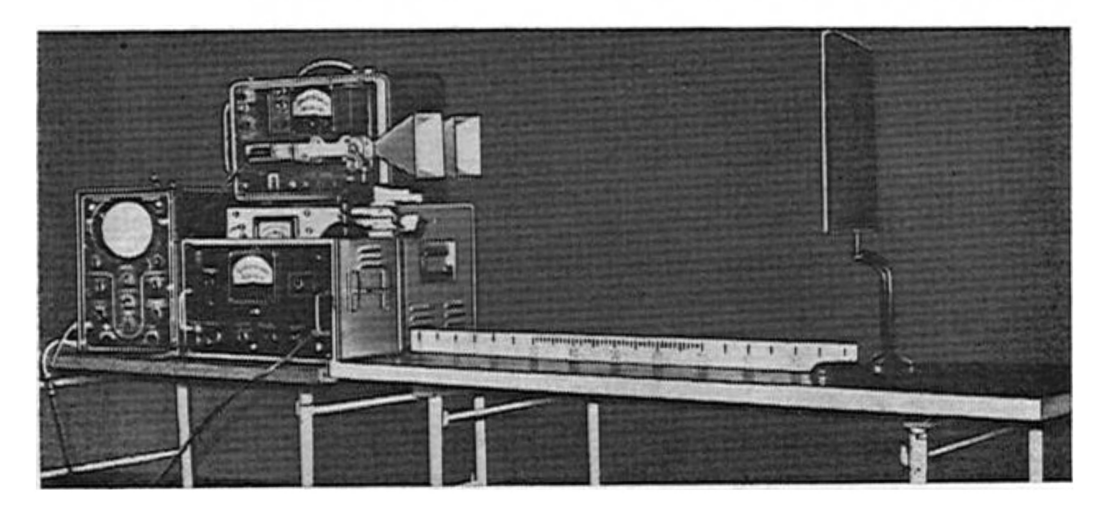


Fig. 1.18. Equipement utilisé pour la mesure des longueurs d'onde dans la gamme OUC

dans les expériences de Wiener, datant du début du XX[e] siècle. Pour étudier la réflexion d'une onde lumineuse plane à la surface d'un miroir de mercure, on disposait une pellicule de collodion recouverte d'une émulsi photographique sous un très petit angle φ

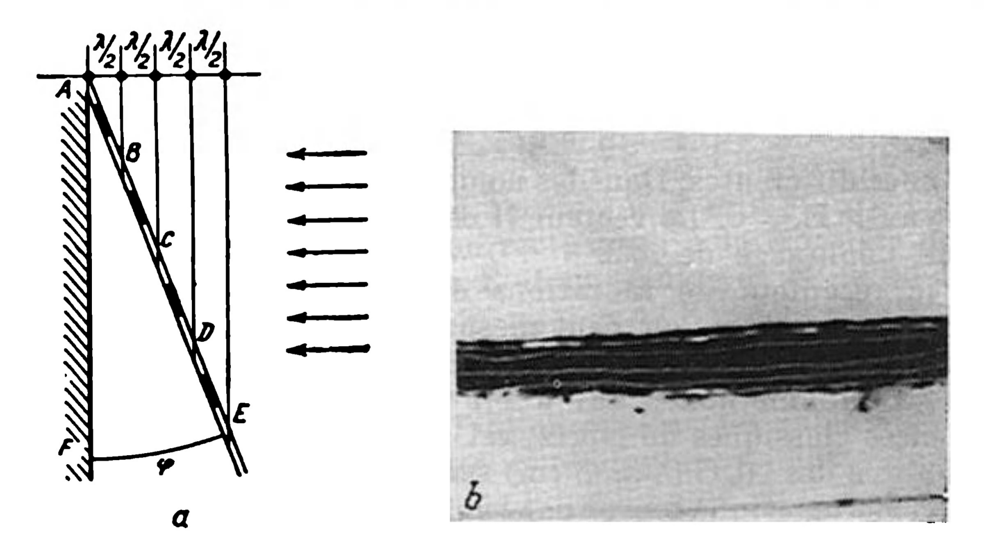


Fig. 1.19. Schéma de l'expérience de Wiener (*a*) et photographie obtenue dans cette expérience (*b*):
AE — plaque photographique; *AF* — miroir

par rapport à la surface réfléchissante. La fig. 1.19, *a* représente (à une échelle intentionnellement déformée) le schéma du montage expérimental. Après développement on voit apparaître sur la pelli-

cule une série de raies noires parallèles qui correspondent à un maximum de réaction au rayonnement. Par ce procédé on arrive à déceler les ventres d'une onde lumineuse stationnaire; l'angle φ étant petit, on obtient une bonne résolution des noircissements.

On a en effet $AB = BC = CD = \lambda/(2 \sin \varphi)$. Pour $\varphi \approx 1'$ la longueur de AB est égale à 1 mm, résultat que l'on peut vérifier sur la reproduction du cliché original (fig. 1.19, *b*).

Une analyse des résultats obtenus par cette méthode permet de répondre à une question qui se rapporte directement au problème de l'interaction de la matière et du rayonnement. Dans une onde électromagnétique stationnaire, les nœuds et les ventres des vecteurs **E** et **H** se trouvent en des points différents, ce qui permet en principe de déterminer lequel de ces vecteurs provoque les réactions photochimiques. Dans ces expériences, la lumière était réfléchie par une surface métallique qui du point de vue de la réflexion est équivalente à un diélectrique de très grand indice de réfraction. Par suite à la surface la phase du vecteur **E** varie de π, ce qui signifie qu'il y apparaît un nœud de **E** et un ventre de **H**. Un ventre primaire de **E** doit apparaître à une distance de $\lambda/4$ de la frontière. Les expériences de Wiener ont permis d'établir univoquement que la première bande de noircissement, correspondant à la réaction photochimique maximale, se situe à une distance $\lambda/4$ de la frontière. Il s'ensuit que c'est le vecteur **E** qui détermine l'effet photochimique, qui après développement se traduit par un noircissement de la plaque photographique. Plus tard d'autres chercheurs ont entrepris des études qui ont démontré que les effets de fluorescence et photo-électrique sont eux aussi déterminés par le vecteur champ électrique **E** de l'onde.

Ainsi, tandis que, initialement, on admettait que les vecteurs **E** et **H** étaient des composantes d'égale importance, l'étude de l'interaction de l'onde électromagnétique et de la matière a permis de montrer que ces vecteurs jouent des rôles différents. Ce résultat est d'ailleurs tout à fait concevable puisque les processus physiques en cause se ramènent à l'action du champ sur les charges élémentaires (en premier lieu sur les électrons libres et liés). Cette action s'exprime quantitativement par la formule de Lorentz $\mathbf{f} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{vH}]$. En général $v \ll c$, de sorte que le second terme du second membre est petit. De ce fait c'est le vecteur **E** qui détermine le mouvement des charges électriques soumises à l'action du champ électromagnétique. On arrive ainsi à justifier la notion assez imprécise de vecteur *vibration lumineuse* que l'on utilise fréquemment pour la description des phénomènes optiques. Ce vecteur vibration lumineuse peut être assimilé au vecteur **E**, tout en se rappelant que dans l'ancienne théorie ondulatoire cette notion avait un sens très différent.

§ 1.7. Rayonnement du dipôle élémentaire. Ondes électormagnétiques sphériques

Plus tard nous aurons à étudier en détail les interactions de la lumière avec la matière afin de pouvoir expliquer correctement la dispersion de la lumière et plusieurs autres phénomènes fondamentaux de l'optique. Il nous semble tout indiqué de terminer ce chapitre servant d'introduction à notre cours par la question suivante: comment un électron se mouvant sous l'action d'une force de perturbation périodique, effectuant donc un mouvement oscillatoire de fréquence ω, émet un rayonnement.

Nous allons établir pour ce cas simple les équations de champ, puis nous décrirons les propriétés des ondes émises par un électron en mouvement accéléré.

Considérons un doublet dont le moment électrique varie selon la loi $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 \cos \omega t$. Nous rappelons au lecteur qu'en électrostatique on calcule le champ créé par un système de deux charges électriques de signes contraires, situées à la distance l l'une de l'autre. Le champ électrostatique d'un tel système diminue comme $1/r^3$ à mesure que l'on s'éloigne de son centre. Nous avons à résoudre maintenant un problème dynamique consistant à calculer le champ électromagnétique d'un système de charges en mouvement.

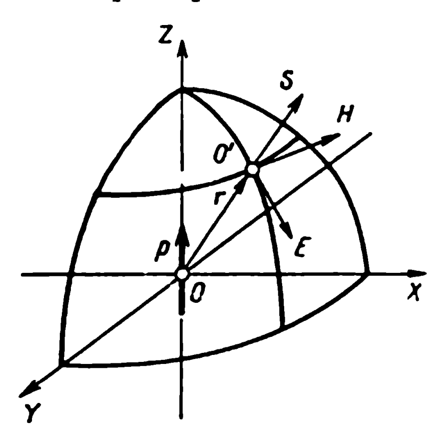


Fig. 1.20. Schéma explicitant la notion de zone d'onde d'un dipôle oscillant

On remarquera que la variation de $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ peut résulter soit d'une variation de q d'après la loi $q = q_0 \cos \omega t$ pour l constant, soit de celle de $l = l_0 \cos \omega t$, q ne changeant pas. Le premier cas intéresse surtout les radioélectriciens (rayonnement d'antenne, etc.), tandis que le second cas se trouve à la base de plusieurs théories physiques (par exemple, le modèle de Thomson de l'atome). Nous considérerons donc le cas où $l = l_0 \cos \omega t$, dans l'approximation $l \ll \lambda$, ce qui sera suffisant pour établir les principales corrélations. Tous les calculs se rapportent au vide ($\varepsilon = \mu = 1$, $u = c$) et la longueur d'onde est liée à la fréquence par $\lambda = 2\pi\,(c/\omega)$.

Nos raisonnements concernent des distances assez grandes $r \gg \lambda/2\pi$ (le vecteur r a pour origine le centre de l'oscillateur et aboutit au point O' (x, y, z) où on observe le champ créé; fig. 1.20). Cet intervalle de valeurs de r est appelé *zone d'onde*; le champ statique qui diminue rapidement avec la distance devient petit pour des valeurs de r suffisamment grandes. On démontre en électrodynamique que le champ créé dans la zone d'onde par un système neutre de

charges en mouvement (mais dont le moment dipolaire est différent de zéro) coïncide avec le champ d'un oscillateur dont le moment électrique est égal au moment du système. Ce résultat permet de ramener à ce modèle nombre de problèmes; on peut, par exemple, remplacer un corps rayonnant par la somme de dipôles élémentaires, puis étudier le comportement d'un dipôle de moment total équivalent à cette somme (*cf.* § 5.2).

Dans le cas du vide ($u = c$) dans la zone d'onde les équations de Maxwell ont pour solution (le vecteur unitaire $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}/r$) :

$$\mathbf{H}(t) = -\frac{1}{rc^2}[\mathbf{r}_1 \ddot{\mathbf{p}}(t - r/c)],$$

$$\mathbf{E}(t) = [\mathbf{H}(t)\,\mathbf{r}_1]. \qquad (1.30)$$

On remarquera qu'à un instant t et en un point O' (x, y, z) les valeurs de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ sont déterminées par les valeurs de $\ddot{\mathbf{p}}$ à un instant antérieur $t - r/c$. Le temps r/c est le temps nécessaire pour que le rayonnement du dipôle parcoure la distance séparant les points O et O'. Cela confirme l'idée de l'action de proche en proche sur laquelle se fonde la théorie électromagnétique de Maxwell.

La démonstration des formules (1.30) à partir des équations de Maxwell est généralement donnée dans les cours d'électrodynamique. Cependant, compte tenu de l'importance que présentent les expressions (1.30) et pour assurer une meilleure compréhension des conditions d'apparition des ondes électromagnétiques progressives, nous donnons ci-dessous un développement élémentaire de ces formules, en nous basant sur un modèle simple.

Considérons d'abord le champ électrique que crée une charge ponctuelle q effectuant le mouvement suivant: avant l'instant $t = 0$ la charge se trouve au repos à l'origine d'un système de coordonnées inertiel; puis, à partir de $t = 0$, cette charge commence à se mouvoir le long de l'axe OZ avec une accélération uniforme a; au bout d'un court intervalle de temps Δt l'accélération cesse d'agir et la charge continue son mouvement à la vitesse constante $v = a\,\Delta t$, qu'elle a précédemment acquise.

Représentons la carte des lignes de force du champ électrique créé par la charge en mouvement à un instant $t \gg \Delta t$. Jusqu'aux points situés en dehors d'une sphère de rayon $r = ct$, l'information concernant le changement d'état subi par la charge q à l'instant $t = 0$ n'a pas eu le temps de parvenir à l'instant t, et le champ qui y règne est le même que celui de la charge q au repos à l'origine des coordonnées :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q}{r^2}\mathbf{r}_1.$$

A l'intérieur de la sphère de rayon $r = c\,(t - \Delta t)$ apparaît le champ créé par une charge en mouvement uniforme le long de l'axe

OZ. Comme sa vitesse $v \ll c$ à l'instant t ce champ coïncide avec le champ de la charge ponctuelle q se trouvant au point $z = vt$ (si nous désirons connaître le champ existant à un instant $t \gg \Delta t$ nous pouvons négliger le déplacement de la charge en mouvement accéléré pendant l'intervalle Δt). Etant donné que les lignes de force sont continues, le champ produit peut être représenté comme indiqué fig. 1.21. Les cassures sur les lignes de force aux points où elles interceptent les sphères de rayons $r = c(t - \Delta t)$ et $r = ct$ caractérisent le champ de rayonnement se propageant de la source à une

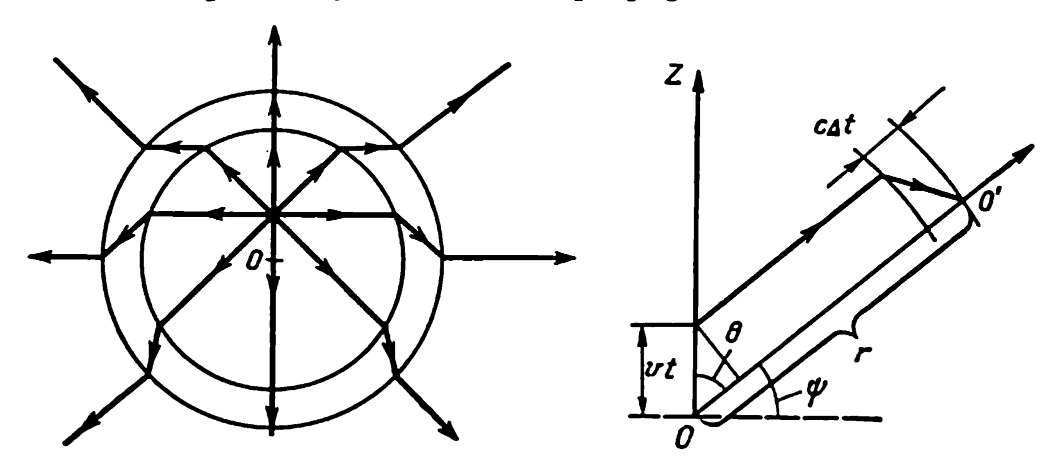


Fig. 1.21. Brisures des lignes de force du champ électrique d'une charge électrique ponctuelle en mouvement accéléré

Fig. 1.22. D ramme servant au calcul du rapport des composantes transversale et longitudinale d'un champ dans la zone de brisure des lignes de forces

vitesse c. Considérons une des lignes de force de ce champ passant par le point d'observation O' se trouvant à une distance r de l'origine des coordonnées (fig. 1.22). La direction OO' forme un angle θ avec l'axe OZ. De la fig. 1.22 on tire aisément le rapport des composantes longitudinale et transversale du champ au point de cassure:

$$\frac{E_\theta}{E_r} = \frac{vt \sin \theta}{c\Delta t}. \tag{1.31}$$

Comme $E_r = q/r^2$, on trouve pour la composante transversale E_θ:

$$E_\theta = \frac{q}{r^2} \frac{vt \sin \theta}{c\Delta t}. \tag{1.32}$$

En éliminant t par la relation $r = ct$, et remarquant que $v/\Delta t = a(0)$ est l'accélération de la charge à l'instant $t = 0$, on trouve

$$E_\theta(t) = \frac{qa(0) \sin \theta}{rc^2}. \tag{1.33}$$

On notera qu'à un instant t le champ de rayonnement au point d'observation se trouvant à la distance r de la source dépend de l'accé-

lération de la charge à l'instant antérieur $t' = t - r/c$. En généralisant ce résultat au cas d'un mouvement non relativiste et arbitraire de la charge q à proximité de l'origine des coordonnées, où son accélération est $a(t)$, on obtient pour le champ de rayonnement qui règne à l'instant t au point d'observation distant de r l'expression suivante :

$$E_\theta(r,\ t) = \frac{qa(t-r/c)\sin\theta}{rc^2} = \frac{\ddot{p}(t-r/c)\sin\theta}{rc^2}. \qquad (1.34)$$

Il s'ensuit de (1.34) que toute charge en mouvement accéléré émet une onde électromagnétique ; l'intensité du champ de rayonnement décroît en raison inverse de la distance à la source. A grande distance de la source (dans la zone d'onde) le champ de rayonnement peut être assimilé à une onde plane ; on peut donc déterminer aussitôt le champ magnétique de l'onde rayonnée, pour laquelle $|E(t)| = |H(t)|$, les directions de **E** et de **H** étant déterminées comme une hélice droite. En coordonnées sphériques (fig. 1.20) les vecteurs **E** et **H** sont définis par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}(0,\ E_\theta,\ 0) \quad E_r = E_\varphi = 0; \quad E_\theta = \frac{\ddot{p}(t-r/c)\sin\theta}{rc^2}, \\ &\mathbf{H}(0,\ 0,\ H_\varphi) \quad H_r = H_\theta = 0; \quad H_\varphi = E_\theta. \end{aligned} \qquad (1.35)$$

Les formules (1.35) relatives à l'onde électromagnétique rayonnée par une charge ponctuelle peuvent s'écrire sous la forme vectorielle qui coïncide exactement avec la formule (1.30).

Examinons une onde électromagnétique définie par les vecteurs **E** (t) et **H** (t) et issue du centre du dipôle. Remarquons tout d'abord que $\ddot{\mathbf{p}}$ et $\mathbf{p}$ sont antiparallèles. On a en effet

$$\ddot{\mathbf{p}}(t-r/c) = -\omega^2\mathbf{p}_0\cos(\omega t - kr) = -\omega^2\mathbf{p}(t-r/c). \qquad (1.36)$$

Pour tout point à la surface d'une sphère de rayon r (fig. 1.20) on peut déterminer les directions relatives des vecteurs **E** et **H** et d'un vecteur unité $\mathbf{r}_1$. Le vecteur **E** est dirigé suivant une tangente à un cercle de rayon r, et le vecteur **H** est perpendiculaire au plan de la figure.

Calculons les intensités du champ électrique et magnétique. En considérant l'angle ψ complémentaire à l'angle θ (fig. 1.22) nous avons $\sin\theta = \cos\psi$. D'après (1.35)

$$|\mathbf{E}(t)| = |\mathbf{H}(t)| = \frac{\omega^2 p_0}{c^2 r}\cos\psi\cos(\omega t - kr). \qquad (1.37)$$

Il est évident que $\frac{\omega^2 p_0}{c^2 r}\cos\psi$ est l'amplitude d'une onde sphérique issue du centre de l'oscillateur.

Tirons les conclusions qu'impliquent les expressions que nous venons d'établir.

1°. La valeur de $E(t)$ (et celle de $H(t)$) dépend notablement de l'angle ψ. Le rayonnement est maximal dans le plan équatorial où $\psi = 0$. Pour $\psi = \pi/2 \cos\psi = 0$, et l'amplitude de l'onde est nulle. Nous arrivons ainsi à un résultat fort important : *un dipôle oscillant n'émet aucun rayonnement le long de son axe.* La répartition spatiale de l'intensité de rayonnement de l'oscillateur se laisse représenter par le diagramme de la fig. 1.23.

2°. Lorsque ψ = const (le vecteur $\mathbf{r}_1$ ayant une direction bien déterminée) on observe la dépendance que nous avons déjà signalée de l'intensité du champ électromagnétique de la distance r qu'a parcourue l'onde : $E(t) = H(t) \sim \sim 1/r$. C'est une propriété importante des ondes sphériques qui se distinguent notablement des ondes planes pour lesquelles en tout point de l'espace $E_0 = H_0 =$ const. Il est cependant possible, lorsque r est suffisamment grand et qu'il varie dans des limites étroites, d'assimiler approximativement l'onde sphérique à une onde plane d'amplitude convenable. On constate d'autre part une importante différence entre le champ de l'onde considérée et le champ statique du dipôle ($E_{stat} \sim 1/r^3$). L'atténuation de l'amplitude d'une onde sphérique s'effectue comme $1/r$, donc beaucoup moins vite, de sorte que dans la zone d'onde ($r \gg \lambda/2\pi$) on peut négliger E_{stat}.

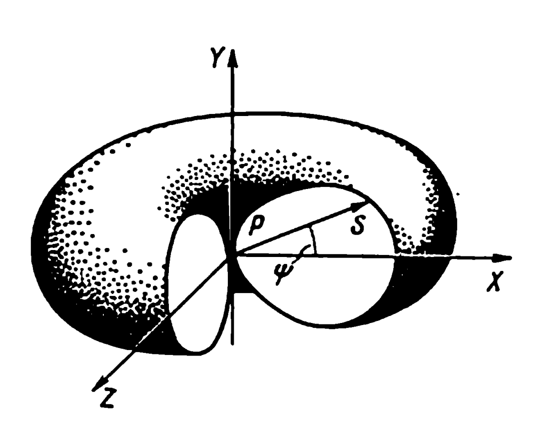


Fig. 1.23. Répartition spatiale du champ de rayonnement d'un dipôle oscillant

3°. Calculons le flux d'énergie rayonné par un électron oscillant. Nous pouvons constater tout d'abord que le vecteur $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\,\mathbf{H}]$ est toujours orienté suivant $\mathbf{r}_1$, ce qui signifie que l'énergie se propage en partant du dipôle. Le module est

$$S = \frac{\omega^4 p_0^2}{4\pi c^3 r^2}\cos^2\psi\cos^2(\omega t - kr). \qquad (1.38)$$

En prenant la moyenne dans le temps on obtient

$$\langle S\rangle = \frac{\omega^4 p_0^2}{8\pi c^3 r^2}\cos^2\psi. \qquad (1.39)$$

Or cette valeur moyenne $\langle S\rangle$ est égale à la densité moyenne du flux d'énergie électromagnétique dans une direction déterminée par l'angle ψ. Pour trouver la puissance totale $W_{ém}$ émise par le dipôle, on doit sommer ces valeurs moyennes pour toutes les directions.

En utilisant les coordonnées polaires et en remplaçant l'élément de surface d'une zone sphérique de rayon r par l'expression $2\pi r \cdot r \times$

$\times \cos\psi \cdot d\psi = 2\pi r^2 \cos\psi\, d\psi$, on obtient

$$W_{\text{ém}} = \frac{\omega^4 p_0^2}{4c^3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3\psi\, d\psi = \frac{\omega^4 p_0^2}{3c^2}. \qquad (1.40)$$

Ce résultat est fort important pour différentes applications pratiques. Il résulte de cette expression ($W_{\text{ém}} \sim \omega^4 \sim 1/\lambda^4$) qu'en radiotélégraphie on a avantage à utiliser des fréquences élevées, tandis que pour la transmission de fortes intensités de courant, on doit utiliser des fréquences basses afin que le rayonnement des lignes de transmission soit réduit au minimum. La formule (1.40) joue un rôle important dans la théorie de diffusion des ondes électromagnétiques, les ondes courtes étant sujettes à une diffusion plus forte que les ondes longues (*cf.* § 6.8).

Attachons-nous à une seule estimation qui est facile à faire et qui permet de tirer plusieurs conclusions importantes. Calculons la balance de l'énergie d'un électron lié dans un atome par des forces quasi élastiques, rapportée à un intervalle de temps égal à sa période d'oscillation. Supposons que l'énergie moyenne de cet électron soit $\langle W\rangle = \langle W_{\text{cin}}\rangle + \langle W_{\text{pot}}\rangle$ et que cette énergie soit dissipée en rayonnement. On se rend bien compte que notre raisonnement se fait dans le cadre du modèle de l'atome de Thomson. Le facteur de mérite du système est

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie emmagasinée}}{\text{énergie dissipée par période}} = 2\pi \frac{\langle W\rangle}{W_{\text{ém}} T}.$$

Dans le cadre de ce modèle on arrive aisément à évaluer le numérateur et le dénominateur et donc la valeur de Q:

$$\begin{aligned} \langle W\rangle &= \frac{m\omega^2 l_{\max}^2}{2} = \frac{m\omega^2 p_0^2}{2q^2}; \\ W_{\text{ém}} T &= \frac{\omega^4 p_0^2}{3c^3}\,\frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\omega^3 p_0^2}{3c^3}; \qquad (1.41) \\ Q &= 2\pi \frac{m\omega^2 p_0^2 \cdot 3c^3}{2q^2 \cdot 2\pi\omega^3 p_0^2} = \frac{3mc^3}{2q^2\omega}. \end{aligned}$$

Aux fréquences optiques ($\omega \approx 40 \cdot 10^{14}$ Hz) « le facteur de mérite » Q de l'atome est de l'ordre de 10^7. Ce résultat est bien intéressant, car il est bien connu que le facteur de mérite des dispositifs radioélectriques est de 10^2-10^3. Cependant il est beaucoup plus important d'évaluer le temps d'amortissement des oscillations de l'atome résultant de son rayonnement.

Rappelons que pour toute oscillation amortie la décroissance de son amplitude $E_0(t)$ peut être représentée par la loi $E_0(t) = E_0(0) \times \times e^{-\alpha t}$ (fig. 1.24). Le décrément logarithmique de l'amortissement $d = \alpha T$ est déterminé par le facteur de mérite du système selon la

formule $Q = \pi/d$. Le temps au bout duquel l'amplitude des oscillations diminue de e fois est appelé *durée d'amortissement* des oscillations résultant de l'émission d'un rayonnement; on la désigne par le symbole τ_{rayon} et on l'évalue par l'égalité bien évidente $\tau_{\text{rayon}} = 1/\alpha$. Pour le cas considéré on trouve $\tau_{\text{rayon}} \approx 10^{-8}$ s.

Ce résultat présente un grand intérêt pour la physique atomique. Nous avons estimé très grossièrement la durée de vie de l'atome vis-à-vis des processus de rayonnement. Nous verrons plus tard (ch. V)

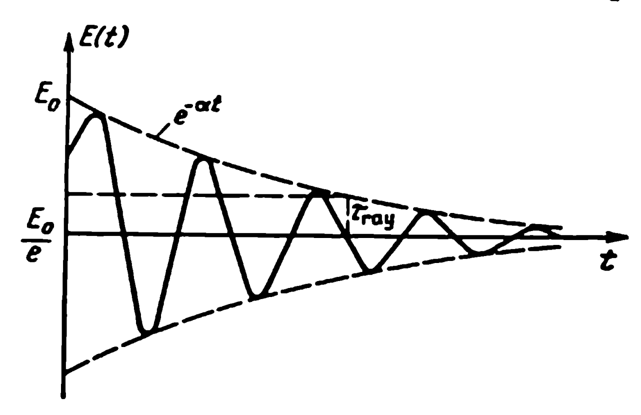


Fig. 1.24. Schéma illustrant l'introduction du temps d'amortissement des oscillations d'un atome, résultant de l'émission de radiations

que la durée de vie moyenne d'un atome à l'état excité peut dépendre d'autres processus encore, les collisions par exemple. Il est bien évident que l'étude de systèmes atomiques renfermant un nombre énorme d'atomes émetteurs ne peut se faire que par la mise en œuvre de la physique statistique; d'ailleurs pour arriver à une description correcte du rayonnement des atomes on doit faire appel à la mécanique quantique; n'empêche que la valeur obtenue $\tau_{\text{rayon}} \approx 10^{-8}$ s peut être utilisée pour estimer la contribution des différents processus liés au caractère non monochromatique des oscillations.

CHAPITRE II

RÉFLEXION ET RÉFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Les considérations développées au ch. I montrent bien qu'il est nécessaire d'étudier en détail les conditions dans lesquelles une onde électromagnétique franchit la frontière entre deux milieux. Les phénomènes physiques qui se manifestent alors doivent être caractérisés tout d'abord d'un point de vue énergétique en introduisant les notions de réflexion et de transmission d'un flux d'énergie. En plus des caractéristiques liées aux amplitudes des vecteurs **E** et **H** on a à interpréter les relations de phase à l'interface de deux milieux différents. Nous verrons que cela permet d'obtenir des informations supplémentaires concernant les phénomènes physiques à l'étude.

Du point de vue formel le problème se ramène à utiliser des conditions aux limites qui s'expriment pour les vecteurs **E** et **H** par l'égalité de leurs composantes tangentielles de part et d'autre de l'interface : $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}$, $H_{\tau_1} = H_{\tau_2}$. Nous nous limiterons encore au cas d'ondes planes et utiliserons un système de coordonnées XYZ. On posera que l'axe Z est toujours perpendiculaire à l'interface, les axes X et Y se trouvant dans le plan de cette interface. Dans le cas d'ondes de polarisation rectiligne et d'une interface plane ($E = E_x$, $H = H_y$), ces conditions aux limites s'écrivent

$$E_{x_1} = E_{x_2}, \quad H_{y_1} = H_{y_2} \text{ avec } z = 0. \tag{2.1}$$

Nous considérerons tout d'abord l'incidence normale de l'onde sur l'interface, puis le cas d'une incidence oblique ; cela nous permettra d'établir les lois de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques. Pour y arriver nous introduirons de nouvelles notions et leurs désignations et nous établirons la forme des corrélations entre les phases et entre les amplitudes à l'interface de deux diélectriques. En utilisant les résultats ainsi obtenus (formules de Fresnel) nous pourrons résoudre différents problèmes présentant un intérêt aussi bien scientifique que pratique. En étendant la même méthode d'étude au cas d'une frontière de séparation entre un conducteur et un diélectrique, nous serons à même d'obtenir des données concernant le

comportement d'une onde électromagnétique dans un *milieu conducteur*, ce qui nous permettra d'exposer des notions d'optique des métaux. En conclusion du chapitre nous examinerons les causes déterminant la pression de radiation. L'ensemble de ces données nous permettra de nous rendre compte que la théorie de Maxwell est en mesure de traiter les phénomènes physiques les plus divers.

§ 2.1. Onde électromagnétique tombant sous incidence normale sur la frontière de séparation de deux diélectriques

Considérons deux milieux non conducteurs *1* et *2* caractérisés par leurs permittivités respectives ε_1 et ε_2. Nous poserons les perméabilités magnétiques μ_1 et μ_2 égales à l'unité. Dans le premier milieu, la vitesse de phase de l'onde est $u_1 = c/\sqrt{\varepsilon_1}$ et dans le second milieu $u_2 = c/\sqrt{\varepsilon_2}$. Supposons qu'une onde **EH** venant du milieu *1* tombe perpendiculairement sur la surface plane du milieu *2*; une partie du flux incident (onde $\mathbf{E}_1\mathbf{H}_1$) sera réfléchie à la surface de

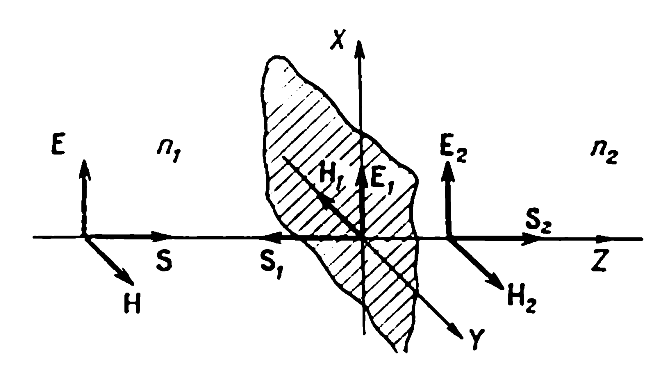


Fig. 2.1. Positions mutuelles des vecteurs **E**, **H** et **S** dans les ondes incidente, réfléchie et réfractée ($n_2 < n_1$)

celui-ci; l'autre partie pénètre dans le milieu *2* (onde $\mathbf{E}_2\mathbf{H}_2$). Ainsi, dans le milieu *1*, se propagent deux ondes — l'incidente et l'onde réfléchie (fig. 2.1) *); celles-ci ont une vitesse de propagation u_1; l'onde qui a pénétré dans le milieu *2* s'y propage à la vitesse u_2. Nous ne savons pas encore si la fréquence ω de l'onde pénétrant dans le milieu *2* est modifiée ou non; aussi désignerons-nous les fréquences des ondes incidente, réfléchie et transmise respectivement par ω, ω_1 et ω_2. Tant que l'on n'envisage pas le mécanisme du processus, il est admissible de poser dans une étude générale $\omega \neq \omega_1 \neq \omega_2$, et ce d'autant plus que cette hypothèse sera levée dans ce qui suit.

---

*) Sur cette figure, ainsi que sur les autres figures de ch. II, la disposition relative des vecteurs **E**, **H**, $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{E}_2$ et $\mathbf{H}_2$ est celle qu'ils ont à la frontière de séparation des deux milieux.

Ecrivons donc les équations d'ondes de polarisation rectiligne pour l'onde incidente (**E**, **H**), l'onde réfléchie ($\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$) et l'onde transmise ($\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$):

$$E = \operatorname{Re} E_{00} \exp[i\omega(t - z/u_1)], \qquad H = \sqrt{\varepsilon_1}\, E,$$

$$E_1 = \operatorname{Re} E_{10} \exp[i\omega_1(t + z/u_1)], \qquad H_1 = \sqrt{\varepsilon_1}\, E_1,$$

$$E_2 = \operatorname{Re} E_{20} \exp[i\omega_2(t - z/u_2)], \qquad H_2 = \sqrt{\varepsilon_2}\, E_2.$$

Connaissant les sens de propagation de ces trois ondes (sens des vecteurs **S**, $\mathbf{S}_1$ et $\mathbf{S}_2$) et tenant compte des orientations relatives des vecteurs **E** et **H** (règle de l'hélice droite) il est facile de définir les conditions aux limites (fig. 2.1):

$$E + E_1 = E_2, \quad H - H_1 = H_2. \tag{2.2}$$

On doit faire deux remarques à propos de l'écriture de ces égalités.

On notera tout d'abord que les égalités (2.2) sont écrites sous leur forme scalaire car on suppose que les vecteurs **E**, $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$ sont dirigés suivant une même droite et les vecteurs **H**, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ le sont suivant une autre droite perpendiculaire au vecteur **E**. La disposition relative des vecteurs **E**, **H**, **S**; $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{S}_1$ et $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$, $\mathbf{S}_2$ est celle de l'hélice droite; les modules de ces vecteurs sont reliés entre eux par les relations

$$H = n_1 E, \quad H_1 = n_1 E_1, \quad H_2 = n_2 E_2,$$

où $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ et $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$.

En second lieu, on notera que l'apparition du signe moins dans la seconde égalité (2.2) tient à ce que le vecteur concerné est orienté antiparallèlement au même vecteur de l'onde incidente. Sur la fig. 2.1 nous avons supposé, par exemple, que le vecteur $\mathbf{H}_1$ est antiparallèle au vecteur **H**. On aurait pu tout aussi bien affecter le signe moins au vecteur $\mathbf{E}_1$, mais $\mathbf{H}_1$ aurait alors été positif, en vertu de la règle de l'hélice droite. Il importe donc de se rappeler les conventions adoptées lors de la discussion des résultats définitifs. Notons encore que les signes des quantités algébriques figurant dans (2.2) sont déterminés, comme nous le démontrerons plus loin, par le rapport des indices de réfraction n_1 et n_2 des deux milieux.

Les conditions aux limites que nous venons d'écrire doivent être vérifiées pour toute valeur de t; donc, avec $z = 0$, on doit avoir

$$E_{00} e^{i\omega t} + E_{10} e^{i\omega_1 t} = E_{20} e^{i\omega_2 t}. \tag{2.3}$$

Or, l'identité (2.3) ne peut être vérifiée (pour toute valeur arbitraire de t) que si $\omega = \omega_1 = \omega_2$. On pouvait s'attendre à ce résultat puisqu'il ne peut y avoir aucune raison physiquement valable pour que la fréquence de l'onde incidente change par suite d'une réflexion ou d'une réfraction de la lumière à la frontière de séparation de deux

diélectriques. On notera cependant que lors de l'interaction avec la matière d'une onde électromagnétique de très grande intensité l'égalité $\omega = \omega_1 = \omega_2$, quelque évidente ne soit-elle, peut cesser d'être vérifiée. C'est là un des problèmes cruciaux de l'optique non linéaire qui a connu un fort développement au cours de ces dernières années. Quelques notions préliminaires de ce nouveau domaine de la science sont données au § 2.5.

L'identité (2.3) simplifie grandement l'écriture des formules puisqu'on peut alors ne plus tenir compte de la dépendance de **E** et **H** avec le temps, ce qui permet de définir les conditions aux limites pour les amplitudes des champs électriques et magnétiques.

Dans le cas particulier d'une incidence normale on a :

$$E_{00}+E_{10}=E_{20}, \quad H_{00}=\sqrt{\varepsilon_1}\,E_{00},$$
$$H_{00}-H_{10}=H_{20}, \quad H_{10}=\sqrt{\varepsilon_1}\,E_{10},$$
$$H_{20}=\sqrt{\varepsilon_2}\,E_{20}.$$

Après quelques transformations simples on obtient

$$E_{00}+E_{10}=E_{20}, \quad E_{00}-E_{10}=\frac{n_2}{n_1}E_{20}.$$

De là on déduit l'expression définitive des amplitudes des ondes réfléchie et transmise pour le cas d'une incidence normale sur la surface de séparation de nos deux milieux

$$E_{10}=\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}E_{00}, \quad E_{20}=\frac{2n_1}{n_1+n_2}E_{00}. \tag{2.4}$$

Procédons à une discussion des résultats obtenus.

Dans le cas où $n_1 > n_2$, E_{10} et E_{00} sont de même signe. Se trouve donc réalisé le cas représenté fig. 2.1, qui nous sert de référence : à la frontière de séparation de deux diélectriques les vecteurs **E** et $\mathbf{E}_1$ oscillent en phase, tandis que les vecteurs **H** et $\mathbf{H}_1$ présentent une différence de phase égale à π.

Dans le cas où $n_2 > n_1$, E_{10} et E_{00} sont des signes contraires. Cela signifie que par rapport à la phase du vecteur **E**, la phase du vecteur $\mathbf{E}_1$ a varié de π ; à l'interface des diélectriques les vecteurs **H** et $\mathbf{H}_1$ oscillent en phase. C'est ce dernier cas qui est envisagé sur la fig. 1.16 qui illustre la formation d'une onde stationnaire.

Nous avons établi ainsi une règle qui, en optique, s'énonce de la manière suivante : *lorsque la lumière est réfléchie par la surface d'un milieu de plus grande densité optique* ($n_2 > n_1$) *une demi-longueur d'onde* ($\lambda/2$) *est perdue.*

On notera que le signe de E_{20} coïncide toujours avec celui de E_{00}. Cela signifie que le vecteur $\mathbf{E}_2$ est toujours de même phase que le vecteur **E**. Les vecteurs $\mathbf{H}_2$ et **H** se comportent de même.

Introduisons maintenant quelques grandeurs fondamentales que l'on aura par la suite à utiliser largement (*facteurs énergétiques de réflexion* $\mathscr{R}$ et *de transmission* $\mathscr{T}$); on les définit comme suit

$$\mathscr{R}=\frac{\text{flux moyen d'énergie de l'onde réfléchie}}{\text{flux moyen d'énergie de l'onde incidente}}=\frac{\left\langle \frac{c}{4\pi} E_1H_1\right\rangle}{\left\langle \frac{c}{4\pi} EH\right\rangle},$$
$$\mathscr{T}=\frac{\text{flux moyen d'énergie de l'onde transmise}}{\text{flux moyen d'énergie de l'onde incidente}}=\frac{\left\langle \frac{c}{4\pi} E_2H_2\right\rangle}{\left\langle \frac{c}{4\pi} EH\right\rangle}. \quad (2.5)$$

En utilisant maintenant les corrélations (2.4) entre les amplitudes E_{00}, E_{10}, E_{20} pour le cas d'une incidence normale de l'onde sur la frontière de deux diélectriques on a

$$\mathscr{R}=\left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^2=\left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2,$$
$$\mathscr{T}=\frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E_{20}}{E_{00}}\right)^2=\frac{4n_2n_1}{(n_1+n_2)^2}. \quad (2.5a)$$

Pour ce type de processus se trouve vérifiée l'égalité

$$\mathscr{T}+\mathscr{R}=1. \quad (2.5b)$$

Cette égalité découle de la loi de conservation de l'énergie et on voit aussitôt que les facteurs de réflexion et de transmission définis par (2.5a) satisfont à (2.5b).

On voudrait souligner que dans ce chapitre on ne considère que les processus qui ont pour siège la frontière de deux milieux, ce qui fait que l'on n'y tient pas compte de l'absorption d'énergie dars les milieux *1* et *2* (*cf.* § 2.5). En appliquant la loi de conservation de l'énergie à un élément de volume, on doit tenir compte de la diminution du flux d'énergie dans les ondes incidente, réfléchie et transmise. De ce fait on verra apparaître dans le premier membre d'une expression telle que (2.5b) un terme supplémentaire (voir, par exemple, formule (5.79)).

Procédons à une estimation numérique du facteur de réflexion et de celui de transmission pour un cas particulier. Lorsque la lumière passe de l'air ($n_1 = 1$) dans le verre (dans la partie visible du spectre $n_2 \approx 1,5$)

$$\mathscr{R}=\left(\frac{n_2-1}{n_2+1}\right)^2\approx 4\,\% \quad \text{et} \quad \mathscr{T}=\frac{4n_2}{(1+n_2)^2}\approx 96\,\%.$$

Il en résulte que le verre ordinaire ne réfléchit qu'une petite portion de la lumière tombant sous incidence normale et, ainsi que le montre la pratique quotidienne, le verre ne peut, dans ces conditions, servir de miroir. Cependant ces 4 pour cent de l'énergie ra-

diante qui sont réfléchis à chaque traversée de la frontière air-verre jouent un rôle important dans les systèmes optiques complexes présentant un grand nombre de frontières (12 à 16). Aussi lors de la construction d'objectifs optiques élaborés on met en œuvre différents procédés pour réduire la réflexion aux frontières air-verre (« bleutage » optique; *cf.* § 5.7).

§ 2.2. Les lois de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques

Procédons maintenant à une étude préalable du cas général: l'onde électromagnétique tombe sous un angle quelconque sur la frontière de séparation de deux milieux. Nous n'utiliserons pas dans ce paragraphe les corrélations entre les amplitudes des intensités des champs électrique et magnétique qui sont vérifiées à la surface de séparation; nous nous contenterons d'écrire les équations initiales dont l'étude permet d'en déduire aussitôt les lois de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques.

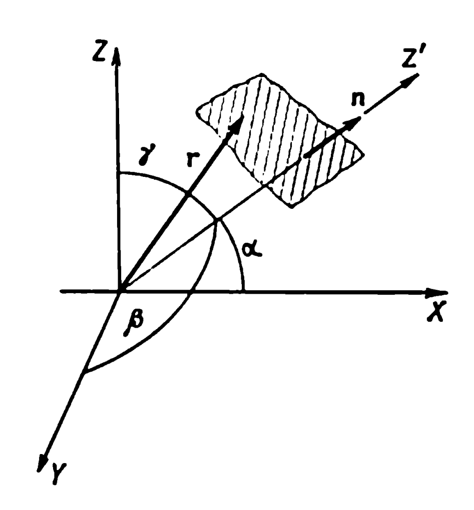


Fig. 2.2. Schéma vectoriel servant à l'établissement de l'équation d'une onde plane se propageant dans une direction Z' arbitraire

Commençons par écrire l'équation d'une onde électromagnétique plane se propageant dans une direction arbitraire Z' à la vitesse u_1 (fig. 2.2). Désignons par x, y, z les coordonnées courantes d'un point se trouvant sur un plan dont la normale **n** coïncide avec la direction Z'; désignons par **r** le rayon vecteur de ce point. Si cos α, cos β et cos γ sont les cosinus directeurs de la normale **n**, nous obtiendrons pour une onde se propageant le long de Z' l'expression (2.6) ci-dessous. On notera que dans cette expression la phase initiale est inclue dans E_{00}:

$$E = \operatorname{Re} E_{00} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{(\mathbf{rn})}{u_1}\right)\right] =$$
$$= \operatorname{Re} E_{00} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}{u_1}\right)\right]. \qquad (2.6)$$

Ecrivons maintenant les expressions pour les ondes incidente, réfléchie et transmise. Supposons comme ci-dessus que le plan XY satisfaisant à la condition $z = 0$ soit la frontière de séparation de deux milieux. Posons pour fixer les idées que, dans l'onde incidente, la normale **n** se trouve dans le plan ZX (cos $\beta = 0$). Nous n'imposons aucune limitation à la direction des normales $\mathbf{n}_1$ de l'onde réflé-

chie et $\mathbf{n}_2$ de l'onde réfractée. Considérons le cas particulier d'une onde de polarisation rectiligne, lorsque l'axe OY est confondu avec le vecteur $\mathbf{E}$. On a alors

$$E = \operatorname{Re} E_{00} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x\cos\alpha + z\cos\gamma}{u_1}\right)\right],$$

$$E_1 = \operatorname{Re} E_{10} \exp\left[i\omega_1\left(t - \frac{x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1}{u_1}\right)\right],$$

$$E_2 = \operatorname{Re} E_{20} \exp\left[i\omega_2\left(t - \frac{x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2}{u_2}\right)\right].$$

Formulons maintenant les conditions aux limites concernant l'égalité des composantes tangentielles de l'intensité du champ électrique pour $z = 0$:

$$E_\tau + E_{\tau_1} = E_{\tau_2}.$$

Cette condition doit être vérifiée à tout instant t et pour toutes les coordonnées x, y. Cela implique que

$$E_{00\tau} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x\cos\alpha}{u_1}\right)\right] + E_{10\tau} \exp\left[i\omega_1\left(t - \frac{x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1}{u_1}\right)\right] =$$

$$= E_{20\tau} \exp\left[i\omega_2\left(t - \frac{x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2}{u_2}\right)\right]. \qquad (2.7)$$

Cette égalité n'est vérifiée que si les conditions suivantes sont remplies:

1) $\omega = \omega_1 = \omega_2$ (*cf.* § 2.1);

2) $(\cos\beta_1)/u_1 = (\cos\beta_2)/u_2 = 0$.

En supposant que la normale $\mathbf{n}$ à l'onde incidente $\mathbf{E}$ se trouve toute entière dans le plan ZX, nous sommes arrivés à la conclusion que les normales aux ondes réfléchie et réfractée ($\mathbf{n}_1$ et $\mathbf{n}_2$) sont elles aussi dans ce plan (fig. 2.3):

3) $(\cos\alpha)/u_1 = (\cos\alpha_1)/u_1 = (\cos\alpha_2)/u_2$ d'où il s'ensuit:

a) $\cos\alpha = \cos\alpha_1$, et donc $\alpha = \pm\alpha_1$. De ces deux valeurs possibles la signification physique valable revient à $-\alpha_1$.

Nous avons obtenu ainsi la *loi de réflexion des ondes électromagnétiques*. En passant aux angles complémentaires nous retrouvons la formulation usuelle de cette loi: *l'angle de réflexion de l'onde est égal à l'angle d'incidence*;

b) $\cos \alpha/\cos \alpha_2 = u_1/u_2$. Or la fig. 2.3 montre que $\alpha + \gamma = \pi/2$ et que $\alpha_2 + \gamma_2 = \pi/2$. Par conséquent

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \gamma_2} = \frac{u_1}{u_2}.$$

Pour mettre cette *loi de réfraction des ondes électromagnétiques* sous sa forme usuelle, on se rappellera que $u_1 = c/n_1$ et $u_2 = c/n_2$. On obtient en conséquence *)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \gamma_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (2.8)$$

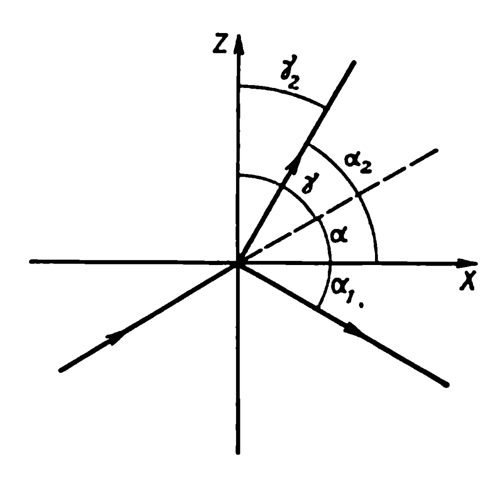


Fig. 2.3. Diagramme illustrant les lois de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques On indique les directions des normales aux fronts d'onde des ondes incidente, réfléchie et réfractée

La formule (2.8) est appelée en optique *loi de Snellius*. Il est bien connu que les lois de réflexion et de réfraction sont à la base de l'optique géométrique. Nous voyons que, dans la théorie électromagnétique de la lumière, ces lois découlent, sous leur forme la plus générale, sans qu'il soit nécessaire de faire quelque hypothèse que ce soit, comme une conséquence des conditions aux limites imposées aux lois de Maxwell. Ces lois sont vérifiées pour toutes les ondes électromagnétiques quelles que soient leurs fréquences.

Nous concluons donc que les directions des ondes, réfléchie et réfractée, sont déterminées univoquement par les expressions (2.7) et (2.8). Les développements simples que nous venons de donner permettent tout aussi bien de calculer les intensités de ces ondes en fonction de l'angle d'incidence et de l'indice de réfraction.

§ 2.3. Les formules de Fresnel

Lors de l'établissement et de la discussion des formules de Fresnel on peut ne pas tenir compte de la dépendance avec le temps des vecteurs intensités des champs électrique et magnétique et formuler les conditions aux limites pour les projections des amplitudes de **E** et de **H**, qui tiennent compte de la phase initiale des oscillations. Nous assimilerons la lumière non polarisée à une somme de deux

---

*) Dans ce qui suit, nous désignerons l'angle d'incidence par φ, l'angle de réflexion par φ_1 et l'angle de réfraction par φ_2. La formule (2.8) s'écrira alors:

$$\sin \varphi/\sin \varphi_2 = n_2/n_1.$$

ondes planes se propageant dans la même direction à la même vitesse de phase u, étant polarisées le long de deux directions mutuellement perpendiculaires, et dont les phases sont indépendantes l'une de l'autre. En procédant ainsi on arrive à bâtir des modèles de n'importe quelle superposition d'ondes électromagnétiques de polarisation elliptique, correspondant aux conditions réelles d'excitation d'ondes lumineuses (*cf.* § 5.2).

Il est facile de calculer, pour tout instant t, l'intensité résultante $|\mathbf{E}|$ du champ électrique à condition de connaître deux de ses projections sur la surface de séparation des deux milieux ($E_{\parallel}$ et $E_{\perp}$). En effet, $|\mathbf{E}| = \sqrt{E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2}$. Inversement, connaissant **E**, on peut la décomposer en deux composantes orthogonales. Pour plus de commodité, les directions de ces composantes de **E** peuvent être fixées comme suit : la première composante se trouve dans le plan de l'onde incidente, désignons-la par $E_{\parallel}$, la seconde $E_{\perp}$ vibre dans une direction perpendiculaire à ce plan. Nous définirons les conditions aux limites pour les amplitudes séparément pour ces deux directions orthogonales de vibrations du vecteur champ électrique, et nous ferons de même pour établir les formules de Fresnel.

1. Le vecteur E se trouve dans le plan d'incidence de l'onde électromagnétique. On a représenté fig. 2.4 les directions des vecteurs

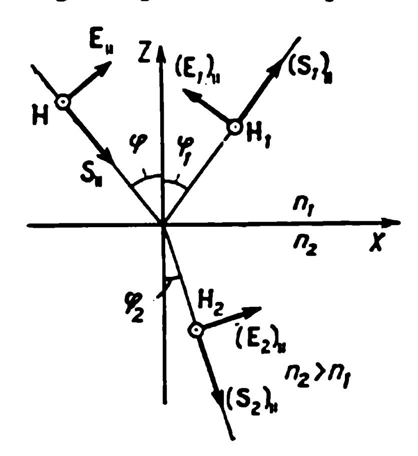


Fig. 2.4. Directions des vecteurs **E** et **H** à la surface de séparation de deux milieux
Le vecteur **E** se trouve dans le plan d'incidence

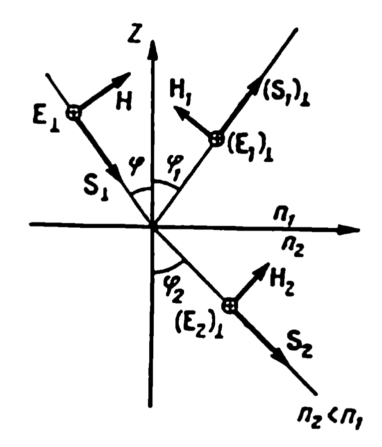


Fig. 2.5. Directions des vecteurs **E** et **H** à la surface de séparation de deux milieux
Le vecteur **E** est perpendiculaire au plan d'incidence

$\mathbf{E}_{\parallel}$, $(\mathbf{E}_1)_{\parallel}$ et $(\mathbf{E}_2)_{\parallel}$ à un instant t quelconque. Pour nos considérations ultérieures, le choix de ces directions (donc du signe de leurs projections sur l'axe X) ne présente qu'un intérêt relatif, puisque l'analyse des résultats finals permettra d'apporter toute rectification utile. Nous ne fixons ces orientations que par analogie avec le cas de l'incidence normale avec $n_2 > n_1$. La direction des vecteurs **H**, $\mathbf{H}_1$ et $\mathbf{H}_2$

est prédéterminée par le choix fait pour **E**, $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$. Dans le cas considéré, les vecteurs **H**, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ sont tous dirigés perpendiculairement au plan du dessin et pointent vers le lecteur. Les projections des amplitudes des vecteurs **E** et **H** sur l'axe X sont:

$$E_{00}\cos\varphi_1 - E_{10}\cos\varphi_1 = E_{20}\cos\varphi_2, \quad H_{00} + H_{10} = H_{20}.$$

Remarquant que $H_{00} = n_1 E_{00}$, $H_{10} = n_1 E_{10}$, $H_{20} = n_2 E_{20}$, $n_2/n_1 = \sin\varphi_1/\sin\varphi_2$, on obtient:

$$E_{00} - E_{10} = E_{20}\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1}, \quad E_{00} + E_{10} = E_{20}\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}. \tag{2.9}$$

On a alors

$$\frac{E_{00}-E_{10}}{E_{00}+E_{10}} = \frac{\sin\varphi_2\cos\varphi_2}{\sin\varphi_1\cos\varphi_1} = \frac{\sin 2\varphi_2}{\sin 2\varphi_1}$$

$$(E_{10})_{\parallel} = \frac{\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2}{\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2}(E_{00})_{\parallel} =$$

$$= \frac{2\sin(\varphi_1-\varphi_2)\cos(\varphi_1+\varphi_2)}{2\sin(\varphi_1+\varphi_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)}(E_{00})_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_1-\varphi_2)}{\operatorname{tg}(\varphi_1+\varphi_2)}(E_{00})_{\parallel}. \tag{2.10}$$

En additionnant les équations (2.9) on trouve

$$2(E_{00})_{\parallel} = (E_{20})_{\parallel}\left(\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1} + \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_1}{\sin\varphi_2\cos\varphi_1}(E_{20})_{\parallel},$$

et on en tire

$$(E_{20})_{\parallel} = \frac{2\sin\varphi_2\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)}(E_{00})_{\parallel}. \tag{2.10a}$$

Les expressions (2.10) et (2.10a) renferment toutes les données requises pour résoudre les problèmes pouvant nous intéresser. Le lecteur pourrait sans difficulté trouver la même corrélation entre les amplitudes des vecteurs **H**, $\mathbf{H}_1$ et $\mathbf{H}_2$.

2. **Le vecteur E est perpendiculaire au plan d'incidence de l'onde.** Pour traiter ce cas, nous adopterons les directions des vecteurs **H**, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ représentées fig. 2.5. Les vecteurs $\mathbf{E}_{\perp}$, $(\mathbf{E}_1)_{\perp}$ et $(\mathbf{E}_2)_{\perp}$ sont alors normaux au plan de la figure et pointent vers l'arrière-plan par rapport au lecteur. Les projections des amplitudes de ces différents vecteurs sur les axes correspondants sont

$$E_{00} + E_{10} = E_{20}, \quad H_{00}\cos\varphi_1 - H_{10}\cos\varphi_1 = H_{20}\cos\varphi_2.$$

Cette dernière égalité peut s'écrire

$$E_{00} - E_{10} = \frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1}\,\frac{n_2}{n_1}E_{20} = \frac{\cos\varphi_2\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1\sin\varphi_2}E_{20}.$$

On en tire les corrélations cherchées

$$(E_{10})_{\perp} = -\frac{\sin(\varphi_1-\varphi_2)}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)}(E_{00})_{\perp},$$

$$(E_{20})_{\perp} = \frac{2\sin\varphi_2\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)}(E_{00})_{\perp}. \tag{2.11}$$

Analysons les résultats. Considérons tout d'abord les intensités relatives des ondes réfléchie et réfractée. Pour décrire les processus se déroulant à la frontière de deux milieux en termes de flux d'énergie, nous avons introduit plus haut, d'une part, le facteur de réflexion $\mathcal{R} = \left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^2$ et, d'autre part, le facteur de transmission $\mathcal{T} = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E_{20}}{E_{00}}\right)^2$. Calculons le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ en fonction de l'angle d'incidence.

L'analyse des formules de Fresnel fait voir que les composantes $(E_1)_{\parallel}$ et $(E_1)_{\perp}$ varient inégalement avec l'angle d'incidence φ_1. En effet si $\varphi_1 + \varphi_2 \to \pi/2$, alors $\operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_2) \to \infty$ et par suite $\mathcal{R}_{\parallel} = 0$. Cependant le facteur de réflexion $\mathcal{R}_{\perp}$ ne s'annule pas pour $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$ puisque le dénominateur de (2.11) est alors égal à $\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \to 1$. Il apparaît ainsi que pour un certain angle d'incidence la surface de séparation ne réfléchit qu'une onde électromagnétique d'une polarisation bien déterminée. L'onde incidente pour laquelle le plan de vibration du vecteur **E** est parallèle au plan d'incidence ne subira aucune réflexion pour $(\varphi_1 + \varphi_2) = \pi/2$. Le vecteur **E** de l'onde réfléchie (pour $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$) vibrera dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence. La terminologie que nous avons adoptée n'est pas toujours celle dont on use dans les cours d'optique. Ainsi, pour le cas considéré, on dira que la lumière réfléchie est polarisée dans le plan d'incidence. Il s'ensuit que le plan de polarisation de la lumière est un plan orthogonal à la direction de vibrations du vecteur **E**.

Pour ce cas particulier, expérimentalement découvert par Malus, sont vérifiées les corrélations suivantes: avec

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2, \quad \text{on a } \sin\varphi_2 = \cos\varphi_1,$$

et par suite

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1} = \operatorname{tg}\varphi_1.$$

Cette dépendance de l'angle pour lequel l'onde réfléchie est polarisée rectilignement du rapport des indices de réfraction des deux diélectriques considérés est connue sous le nom de *loi de Brewster*; l'angle correspondant est appelé l'*angle de Brewster* (φ_{Br}). Avec cette notation, on écrira

$$\operatorname{tg}\varphi_{Br} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{2.12}$$

Pour le cas du passage d'une onde lumineuse (région visible du spectre) de l'air dans le verre $\operatorname{tg}\varphi_{Br} \approx 1{,}5$ et l'angle $\varphi_{Br} \approx 57°$.

On notera que dans le cas d'une lumière totalement polarisée on n'observe une réflexion que lorsque les normales aux ondes réflé-

chie et réfractée sont orthogonales (fig. 2.6). En appliquant alors les résultats concernant le rayonnement d'un dipôle (*cf.* § 1.7) il devient facile d'interpréter l'effet par les considérations de la théorie électronique. Si nous rattachons l'existence d'une onde réfléchie aux oscillations induites des électrons dans le second milieu, il ne doit pas y avoir de flux d'énergie dans une direction perpendiculaire à la normale de l'onde réfractée, puisque l'électron ne rayonne pas dans la direction le long de laquelle il oscille (fig. 2.7). On voit

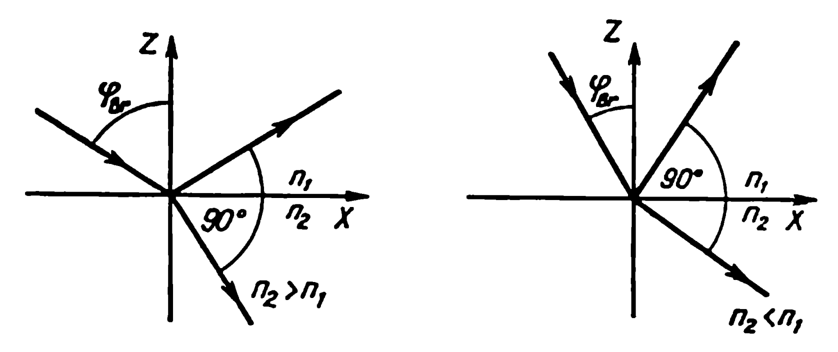


Fig. 2.6. Lorsque la lumière incidente tombe sous l'angle de Brewster sur la surface de séparation de deux milieux, les normales aux fronts des ondes réfractée et réfléchie sont rectangulaires

aussitôt que cette dernière limitation ne concerne que les électrons vibrant dans le plan d'incidence de l'onde sous l'action de $(E_2)_{\parallel}$. Par ailleurs, les électrons étant soumis à $(E_2)_{\perp}$ sont relancés dans une direction perpendiculaire au plan d'incidence; le rayonnement résultant peut se propager sans limitation aucune dans la direction définie par (2.12) pour déterminer ainsi la polarisation de l'onde réfléchie.

Revenons maintenant à l'étude de la dépendance du facteur de réflexion $\mathcal{R}$ avec l'angle d'incidence de l'onde électromagnétique. Lorsque $\varphi = \varphi_1 = 0$, l'angle φ_2 est nul lui aussi. Pour réduire la longueur des calculs nous utiliserons la formule intermédiaire

$$\frac{E_{00}-E_{10}}{E_{00}+E_{10}}=\frac{n_1}{n_2}\frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1}.$$

En posant $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, il vient

$$\mathcal{R}=\left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^2=\left(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\right)^2. \qquad (2.13)$$

Une formule semblable a été déjà utilisée pour la résolution du problème particulier d'une onde électromagnétique tombant sous incidence normale sur la surface de séparation de deux milieux. Dans le cas présent il ne sert à rien de considérer les composantes $E_{\parallel}$ et $E_{\perp}$, étant donné qu'il ne se produit aucun changement de la polarisation et les deux composantes sont réfléchies également.

Il est tout aussi facile de montrer que pour $\varphi \rightarrow \pi/2$ (incidence rasante de l'onde électromagnétique sur la surface de séparation des milieux) le facteur de réflexion de $E_{\parallel}$ ainsi que celui de $E_{\perp}$ tend vers l'unité. Tout le monde a pu observer ce résultat dans la pratique. Il suffit de se rappeler la netteté de l'image réfléchie dans les eaux d'une rivière d'objets éloignés (la berge opposée du fleuve par exemple) et les essais infructueux de se voir, comme dans une glace, en se penchant sur l'eau, car en regardant suivant la normale à la surface de celle-ci vous ne voyez que le fond.

La fig. 2.8 représente les variations de $\mathscr{R}_{\parallel}$ et $\mathscr{R}_{\perp}$ en fonction de l'angle d'incidence, ainsi que celles des facteurs de transmission

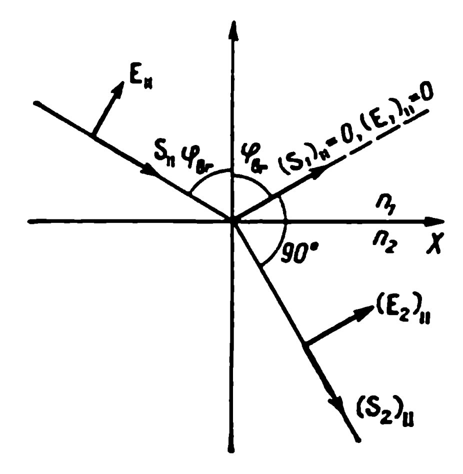


Fig. 2.7. Schéma illustrant l'interprétation de la loi de Brewster par la théorie électronique

Dans l'onde incidente, le vecteur **E** se trouve dans le plan d'incidence. Il n'y a pas d'onde réfléchie de cette polarisation puisque les électrons ne rayonnent pas le long de la direction de leurs vibrations

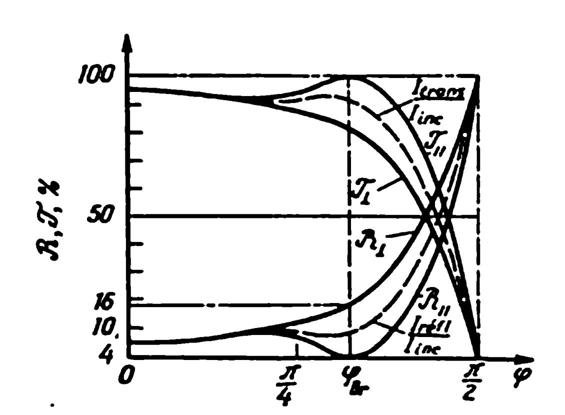


Fig. 2.8. Variation du facteur de réflexion $\mathscr{R}$ et du facteur de transmission $\mathscr{T}$ en fonction de l'angle d'incidence pour le passage de l'air ($n_1 \approx 1$) dans e verre ($n_2 \approx 1{,}5$)

$\mathscr{T}_{\parallel}$ et $\mathscr{T}_{\perp}$, dont les valeurs doivent compléter à l'unité celles de $\mathscr{R}_{\parallel}$ et $\mathscr{R}_{\perp}$ (compte non tenu des pertes d'absorption). Nous avons déjà mentionné que la lumière naturelle tombant sur une surface de séparation de deux milieux est composée de deux ondes orthogonales $E_{\parallel}$ et $E_{\perp}$ dont les phases sont indépendantes l'une de l'autre. L'intensité totale de la lumière réfléchie mesurée sans tenir compte de sa polarisation est donnée par

$$I_{\text{réfl}} = \frac{1}{2} I_{\text{inc}} \left[\frac{\operatorname{tg}^2(\varphi-\varphi_2)}{\operatorname{tg}^2(\varphi+\varphi_2)} + \frac{\sin^2(\varphi-\varphi_2)}{\sin^2(\varphi+\varphi_2)} \right]. \tag{2.14}$$

La courbe représentant le rapport $I_{\text{réfl}}/I_{\text{inc}}$ en fonction de l'angle d'incidence passe entre les courbes représentant $\mathscr{R}_{\parallel}$ et $\mathscr{R}_{\perp}$ ne coïncidant avec ces dernières qu'aux points $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi/2$. Sur

cette même figure est indiqué le facteur de transmission moyen I_{trans}/I_{inc}.

Rappelons qu'il s'agit ici, comme partout ailleurs, de mesurer le facteur de réflexion qui, par définition est égal au rapport du flux d'énergie électromagnétique dans l'onde réfléchie au flux moyen de l'onde incidente. Or, comme la lumière incidente non polarisée présente une symétrie de révolution autour de son axe, c'est-à-dire que $\langle (E_{00})^2_{\parallel} \rangle = \langle (E_{00})^2_{\perp} \rangle$, il convient de parler d'un facteur de

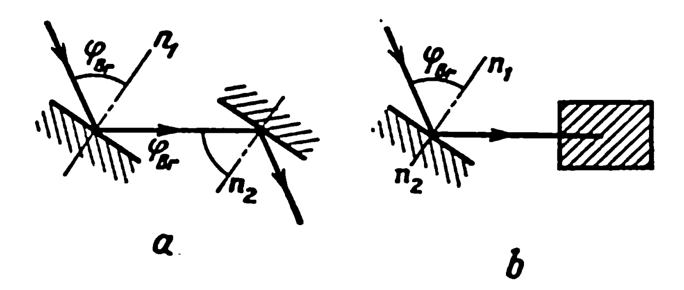


Fig. 2.9. Schéma de principe d'une expérience démontrant la polarisation de la lumière réfléchie par un verre noir sous l'angle de Brewster

réflexion global qui est égal à la demi-somme des flux moyens dont les plans de polarisation du vecteur **E** sont orthogonaux. C'est en ce sens que l'on utilise ci-dessus le terme *intensité de la lumière réfléchie et de la lumière incidente*.

Cet effet peut faire l'objet d'une démonstration facile dont le schéma est donné fig. 2.9. La lumière est réfléchie par un verre noir. L'onde réfractée est alors entièrement absorbée et la seconde face de la lame de verre ne donne lieu à aucune réflexion; ce fait doit être spécialement mentionné puisque les formules de Fresnel données ci-dessus ont été établies pour le cas du passage de la lumière d'un milieu diélectrique indéfini dans un autre milieu d'extension également indéfini, et non pour une lame d'épaisseur finie présentant deux surfaces de réflexion. En présence de deux surfaces de réflexion les résultats expérimentaux auraient été différents et leur comparaison avec la théorie, inadéquate. Assurément, l'utilisation d'une lame de verre noir ne correspond pas exactement aux conditions initiales du problème considéré (concernant les effets observés à la surface de séparation de deux diélectriques parfaits dénués d'absorption). Cependant l'absorption par le verre noir est faible et les altérations qui en résultent n'affectent pratiquement pas les résultats de l'expérience.

Interprétons les résultats expérimentaux. Lorsqu'une lumière naturelle (non polarisée) tombe sur le premier miroir sous un angle brewstérien, la lumière réfléchie se trouve totalement polarisée. Atteignant le second miroir, cette lumière sera ou bien totalement réfléchie ($\mathbf{n}_2 \parallel \mathbf{n}_1$, fig. 2.9, *a*), ou bien elle ne le sera pas du tout

($\mathbf{n}_2 \perp \mathbf{n}_1$, fig. 2.9, *b*), puisque, dans ce dernier cas, le deuxième miroir ne renvoie qu'une lumière dont la polarisation est différente de celle qui a été créée lors de la première réflexion. On peut vérifier par une expérience spéciale que c'est bien la polarisation de la lumière réfléchie par le premier miroir qui détermine les conditions de réflexion sur le second. On peut, par exemple, remplacer le premier miroir par un polariseur (un polaroïd ou un prisme de Nicol, *cf.* § 3.1). En modifiant la polarisation de la lumière tombant sur le second miroir, il devient facile de passer du maximum au minimum d'intensité de la lumière à la sortie du système. Notons également qu'en remplaçant l'un des miroirs diélectriques par un miroir métallique usuel, aucune position du second miroir ne permettra d'assurer l'extinction de la lumière. Il s'ensuit que par réflexion sur un miroir métallique on ne peut obtenir une lumière polarisée rectilignement (*cf.* § 2.5).

Les notions de facteurs de réflexion et de transmission qui ont été introduites ne sont exactement définies que pour une lumière polarisée rectilignement, dont les vibrations du vecteur **E** se trouvent ou bien dans le plan incident, ou bien dans un plan qui lui est perpendiculaire. En pratique on doit mesurer le flux de lumière réfléchie (ou transmise) de polarisation quelconque; pour un angle d'incidence donné le facteur de réflexion peut alors varier entre deux valeurs limites, la polarisation de la lumière réfléchie pouvant être fort différente de celle de la lumière incidente. Pour pouvoir déterminer ces importantes caractéristiques d'une lumière réfléchie ou réfractée, il est commode de faire appel à la notion de *polarisation partielle*. Dans ce cas, les vibrations du vecteur **E** prédominent, dans une certaine direction, sur les vibrations le long de toutes les autres directions (dans le cas d'une polarisation rectiligne, les vibrations s'effectuent le long d'une direction unique). Autrement dit une lumière partiellement polarisée est un mélange d'une lumière naturelle (non polarisée) et d'une lumière de polarisation rectiligne. Pour fixer le taux de polarisation on introduit généralement la fonction

$$\Delta = \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel} \cdot 100\,\%.$$

Il est clair que pour une lumière non polarisée $I_\perp = I_\parallel$ et $\Delta = 0$. Pour une lumière réfléchie à la surface d'un diélectrique sous l'angle brewstérien $I_\parallel = 0$ et $\Delta = 100\ \%$; la lumière est donc totalement polarisée. Quant à l'onde réfractée (pour $\varphi = \varphi_{Br}$) le taux de polarisation est inférieur à 100 %. En comparant les formules de Fresnel pour les amplitudes $(E_{20})_\parallel$ et $(E_{20})_\perp$ de la lumière réfractée, on trouve

$$\left| \frac{(E_{20})_\parallel}{(E_{20})_\perp} \right| = \left| \frac{1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \right| \geqslant 1.$$

Par conséquent $(I_{réfr})_{\parallel} \sim (E_{20})^2_{\parallel}$ est toujours plus grand que $(I_{réfr})_{\perp} \sim (E_{20})^2_{\perp}$ et le taux de polarisation Δ est donc négatif. Un calcul simple montre que, dans le cas du passage de l'air dans le verre (pour $\varphi = \varphi_{Br}$) $\Delta = -8\ \%$.

Ainsi, lorsque la lumière tombe sous l'incidence brewstérienne sur la surface de séparation de deux diélectriques, l'onde réfléchie est totalement polarisée et l'onde réfractée ne l'est que partiellement; le vecteur **E** vibre alors dans le plan d'incidence. L'examen des courbes de variation des facteurs de réflexion et de transmission (fig. 2.8) montre que pour $\varphi = \varphi_{Br}$ le flux d'énergie réfléchie n'est pas grand, la majeure partie du flux se propageant dans la direction de l'onde réfractée. Il en résulte que pour obtenir de la lumière polarisée, il convient de faire subir à la lumière un grand nombre de réfractions sous l'angle brewstérien, puisqu'à chaque fois son taux de polarisation augmente. Le calcul montre que pour $\varphi = \varphi_{Br}$ une pile de dix lames de verre produit une lumière polarisée à presque 100 pour cent. Par ailleurs, l'intensité des radiations transmises est notablement plus grande que celle de l'onde réfléchie. Un tel dispositif est compact et tout à la fois commode et facile à réaliser. On l'utilise dans la partie visible du spectre où l'absorption de la lumière transmise est négligeable pour certains verres. Il est facile de montrer par une démonstration à quel point baisse rapidement le taux de polarisation d'une lumière ayant traversé la pile de lames, lorsqu'on s'écarte de l'angle d'incidence brewstérien.

Passons maintenant à l'étude des corrélations existant entre les phases de l'onde réfléchie et de l'onde réfractée. Calculons comment varie la phase de $\mathbf{E}_1$ et de $\mathbf{E}_2$ par rapport à celle de **E**, en fonction de l'angle d'incidence φ. Nous utiliserons le fait que le changement de signe de la projection est équivalent à une variation égale à π de la phase de la vibration correspondante (la disposition initiale des vecteurs **E**, $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$ est celle de la fig. 2.4).

Considérons d'abord le cas le plus simple et montrons que les ondes incidente et réfractée ont même phase. Rappelons [*cf.* (2.10a)] que lorsque $\varphi_1 = \varphi$ on a

$$\frac{(E_{20})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = \frac{2\cos\varphi\sin\varphi_2}{\sin(\varphi+\varphi_2)\cos(\varphi-\varphi_2)}.$$

Il est facile de se rendre compte que $(E_{20})_{\parallel}$ et $(E_{00})_{\parallel}$ sont toujours de même signe. En effet tant que $0 < \varphi + \varphi_2 < \pi$, on a $\sin(\varphi + \varphi_2) > 0$. Que ce soit l'angle φ ou l'angle φ_2 qui est le plus grand, $\cos(\varphi - \varphi_2)$ reste positif tant que $0 < |\varphi - \varphi_2| < \pi/2$; il s'ensuit que les vecteurs $(\mathbf{E}_2)_{\parallel}$ et $\mathbf{E}_{\parallel}$ sont toujours de même phase. Des considérations analogues montrent que les vecteurs $(\mathbf{E}_2)_{\perp}$ et $\mathbf{E}_{\perp}$ se comportent de même.

L'étude de la corrélation entre les phases pour le cas d'une onde réfléchie est plus compliquée. Nous la commencerons pour le cas

où $n_2 > n_1$, ce qui implique $\varphi > \varphi_2$. Considérons les vecteurs $(\mathbf{E}_1)_{\|}$ et $\mathbf{E}_{\|}$; nous avons

$$\frac{(E_{10})_{\|}}{(E_{00})_{\|}} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi-\varphi_2)}{\operatorname{tg}(\varphi+\varphi_2)}.$$

Déterminons le signe de ce rapport pour les deux cas suivants:

$$\varphi+\varphi_2 < \pi/2, \quad \text{donc } \varphi < \varphi_{Br};$$
$$\varphi+\varphi_2 > \pi/2, \quad \text{donc } \varphi > \varphi_{Br}.$$

Avec les conditions admises nous avons alors

$$\operatorname{tg}(\varphi-\varphi_2) > 0, \quad \operatorname{tg}(\varphi-\varphi_2) > 0,$$
$$\operatorname{tg}(\varphi+\varphi_2) > 0, \quad \operatorname{tg}(\varphi+\varphi_2) < 0.$$

Dans le premier cas, $(E_{10})_{\|}$ et $(E_{00})_{\|}$ sont de même signe et, dans le second, ces vecteurs sont de signes contraires.

Pour déterminer dans quelles conditions $(\mathbf{E}_1)_{\|}$ et $\mathbf{E}_{\|}$ sont de même phase, nous devons nous rappeler leurs orientations relatives indiquées fig. 2.4, que nous avons utilisées pour établir les formules de Fresnel. Comme nous avons postulé que les projections de ces vecteurs sur la surface plane de séparation des milieux sont de signes opposés, nous pouvons formuler les conclusions suivantes.

Lorsque $\varphi+\varphi_2 < \pi/2$ ($\varphi < \varphi_{Br}$), $(\mathbf{E}_1)_{\|}$ et $\mathbf{E}_{\|}$ oscillent en opposition de phase. Lorsque $\varphi + \varphi_2 > \pi/2$ ($\varphi > \varphi_{Br}$) les deux composantes de l'intensité du champ électrique sont de même phase. La variation du déphasage entre les ondes incidente et réfléchie avec l'angle d'incidence représentée fig. 2.10, *a* illustre ces résultats.

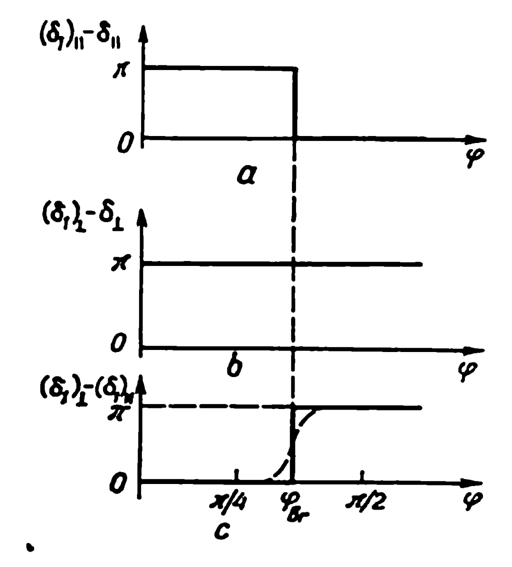


Fig. 2.10. Corrélations des phases des ondes incidente et réfléchie

Dans le cas où l'on considère les vecteurs du champ électrique oscillant suivant la normale au plan d'incidence $[(\mathbf{E}_1)_{\perp}$ et $\mathbf{E}_{\perp}]$ et que $\varphi > \varphi_2$ ($n_2 > n_1$), on trouve, compte tenu de (2.11), que aussi bien pour $\varphi+\varphi_2 < \pi/2$ que pour $\varphi+\varphi_2 > \pi/2$ le rapport $(E_{10})_{\perp}/(E_{00})_{\perp}$ est négatif. Il en résulte que ces vecteurs oscillent toujours en opposition de phase (fig. 2.10, *b*). Notons que sur la fig. 2.5 les vecteurs $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ pointaient dans le même sens.

On peut donc tirer les conclusions suivantes pour le cas où l'onde électromagnétique est réfléchie par un milieu de plus grande densité

optique ($n_2 > n_1$): si $\varphi < \varphi_{Br}$ les deux composantes du vecteur E_1 [$(E_1)_\perp$ et $(E_1)_{||}$] sont toutes les deux en opposition de phase par rapport à l'intensité du champ E de l'onde incidente. Notons que dans le cas particulier de la réflexion d'une onde électromagnétique tombant suivant la normale à la surface de séparation des diélectriques, nous avons obtenu un résultat semblable (*cf.* § 2.1). Maintenant nous sommes à même d'affirmer que dans le cas de la réflexion d'une onde électromagnétique à la surface d'un milieu de plus grande densité optique ($n_2 > n_1$), une demi-onde est perdue (la phase du vecteur E varie de π dans l'onde réfléchie) et ce, non seulement sous incidence normale, mais pour tous les angles φ inférieurs à l'angle de Brewster.

Si l'angle d'incidence est plus grand que l'angle de Brewster ($\varphi + \varphi_2 > \pi/2$), les composantes $(E_1)_{||}$ et $(E_1)_\perp$ se comportent de manière différente: la phase de $(E_1)_\perp$ est toujours opposée à celle de l'onde incidente (comme dans le cas de petits angles d'incidence), tandis que $(E_1)_{||}$ est en phase avec $E_{||}$. Il en résulte qu'à l'angle de Brewster, la différence de phase entre $(E_1)_{||}$ et $(E_1)_\perp$ varie brusquement; pour $\varphi < \varphi_{Br}$ ces vecteurs sont de même phase, tandis que pour $\varphi > \varphi_{Br}$ ces vecteurs vibrent en opposition de phase (fig. 2.10, *c*). Ce résultat, déduit des formules de Fresnel, a été maintes fois confirmé par l'expérience et on a noté qu'à proximité de l'angle de Brewster la variation de phase est moins brusque que ne le laissent prévoir les calculs (voir la courbe en pointillé de la fig. 2.10, *c*). On a avancé différentes interprétations pour rendre compte de cette anomalie; Drude a supposé qu'il existait, entre les deux diélectriques, une mince couche intermédiaire dont la permittivité ε est intermédiaire entre ε_1 et ε_2. L'épaisseur de cette couche doit dépendre de l'état des surfaces en contact, de leur poli et d'autres facteurs. Wood a examiné une influence éventuelle des tensions mécaniques internes apparaissant dans le verre lors de son polissage. On n'a cependant pas réussi à accorder les conclusions de Drude avec les résultats de l'expérience.

En conclusion nous définirons brièvement les corrélations de phase entre les ondes incidente et réfléchie pour le cas $n_1 > n_2$ ($\varphi <$ $< \varphi_2$). Dans le cas d'une onde dont le vecteur E vibre dans le plan d'incidence ($E_{||} \neq 0$, $E_\perp = 0$), on tire des égalités (2.9) que $(E_1)_{||}$ et $E_{||}$ ont même phase tant que $\varphi < \varphi_{Br}$, mais sont en opposition de phase pour $\varphi > \varphi_{Br}$. Dans le cas d'une onde pour laquelle E_1 et E sont perpendiculaires au plan d'incidence ($E_\perp \neq 0$, $E_{||} = 0$), les vecteurs $(E_1)_\perp$ et $E_\perp$ sont toujours de même phase ($\varphi \gtrless \varphi_{Br}$).

Il s'ensuit que pour une réflexion sur la surface d'un milieu moins dense ($n_1 > n_2$), sous un angle d'incidence inférieur à l'angle brewstérien, les ondes incidente et réfléchie sont en phase, ce qui signifie qu'à la réflexion il n'y a pas de perte d'une demi-onde. L'étude du cas où l'angle d'incidence est supérieur à l'angle de Brewster (notons

que, pour le cas $n_2/n_1 < 1$ — par exemple, passage du verre à l'air — on a $\varphi_{Br} < 45°$) est rendue difficile par le fait qu'il existe un angle $\varphi = \varphi_{lim}$ pour lequel $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$, c.-à-d. tout le flux incident est réfléchi et il n'existe pas d'onde réfractée. On admettait avant que les formules de Fresnel cessaient d'être valables pour $\varphi \geqslant \varphi_{lim}$, mais on s'est aperçu ensuite qu'en exprimant les amplitudes et les angles sous forme de quantités complexes, on arrivait à décrire convenablement ce cas particulier de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques (phénomène de la réflexion interne totale), qui présentait à lui seul un très grand intérêt.

§ 2.4. Réflexion interne totale

Nous avons déjà indiqué que lorsqu'une onde électromagnétique tombant sous un angle d'incidence $\varphi \geqslant \varphi_{lim}$ est réfléchie par la surface d'un milieu moins réfringent ($n_2/n_1 < 1$), l'énergie radiante reste en totalité enfermée dans le premier milieu; cet effet a, en conséquence, reçu le nom de *réflexion interne totale*.

Des expériences assez simples permettent de visualiser cet effet. La fig. 2.11 représente des prismes en verre dans lesquels on observe

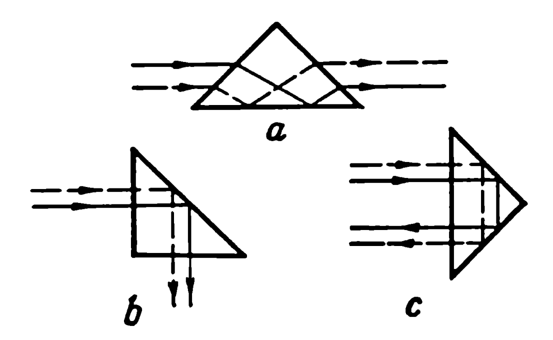


Fig. 2.11. Différents types de prismes à réflexion totale: *a*) prisme redresseur; *b*) prisme redresseur à déviation; *c*) prisme reverseur

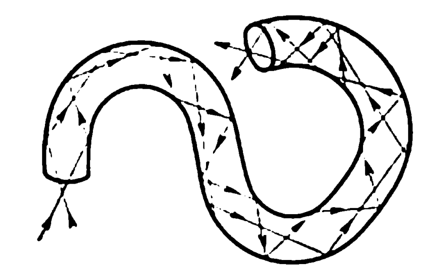


Fig. 2.12. Représentation schématique d'un guide de lumière en fibre

une réflexion interne totale. Pour le système verre-air $n_2/n_1 \sim 1/1{,}5$ et $\varphi_{lim} \approx 42°$. Par suite un faisceau lumineux tombant sur une face du prisme sous 45° correspond au cas où $\varphi > \varphi_{lim}$. On peut réaliser des expériences analogues avec des ondes radio ultra-courtes en utilisant un prisme en paraffine. On réalise une expérience fort spectaculaire avec un « guide de lumière ». Un tube en verre est plusieurs fois recourbé de telle sorte que partout $\varphi > \varphi_{lim}$. Dans ces conditions, le flux lumineux après avoir subi maintes réflexions internes, émerge à l'autre bout du guide sans que l'énergie radiante subisse de pertes notables (fig. 2.12). Un tel guide de lumière est semblable aux guides d'ondes largement utilisés en technique UHF

(*cf.* § 1.2). Ce procédé de transmission de flux lumineux trouve des applications en *optique des fibres* pour la transmission d'informations par un signal lumineux modulé, bien que l'on se soit heurté au début à toutes sortes de difficultés que l'on ne commence à surmonter que depuis peu par la mise en œuvre de fibres en verres très purs et homogènes. En effet, la présence dans les fibres de verre d'inclusions d'air, de poussières, de fentes, etc., donne lieu à une diffusion des ondes lumineuses et à un tel accroissement des pertes d'énergie qu'il devient impossible de les utiliser pour la transmission optique à grande distance. A la suite d'études effectuées dans cette décennie, on a mis au point une technologie de production de fibres de haute qualité. Dans ces fibres perfectionnées, les pertes d'énergie sont du même ordre de grandeur que l'amortissement d'une impulsion électrique se propageant dans un conducteur métallique. On peut s'attendre à ce que les avantages que présente la transmission d'informations aux fréquences optiques ne seront pas utilisés que dans l'espace cosmique, où sont absents les brouillages accompagnant inévitablement la propagation des ondes lumineuses libres dans l'atmosphère terrestre.

L'effet de la réflexion totale permet d'expliquer la réfraction que subissent les ondes radioélectriques dans l'ionosphère. On sait qu'à une altitude comprise entre 100 et 300 km au-dessus de la terre se trouve une couche ionisée réfléchissant les ondes radioélectriques de longueurs d'ondes $\lambda \geqslant 10$ m. Les ondes plus courtes arrivent à traverser l'ionosphère, ce qui permet de les mettre à profit en radioastronomie. Il s'avère que dans l'ionosphère se trouve réalisé le cas où $u > c$, la vitesse de phase est plus grande que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. La physique de ces processus est présentée au ch. IV, aussi nous suffit-il d'indiquer ici qu'avec l'altitude on observe une diminution de l'indice de réfraction n, qui dépend d'ailleurs de la fréquence. Pour une certaine longueur d'onde ($\lambda \geqslant 10$ m), les ondes électromagnétiques subissent une réflexion totale, et ceci permet de réaliser des transmissions radioélectriques à grande distance ; ce comportement sert de critère naturel pour distinguer les ondes courtes des ondes ultra-courtes.

Procédons maintenant à une étude de l'effet de la réflexion totale. Pour établir les équations de base nous utiliserons encore une fois des quantités complexes pour les amplitudes des ondes réfléchies et réfractées, puis, dans les formules définitives, nous passerons aux quantités réelles.

1. Etude de l'onde réfractée. Il ne serait pas parfaitement exact d'affirmer que le flux d'énergie radiante ne pénètre pas du tout dans le second milieu, étant totalement réfléchi à la surface de séparation. Nous allons montrer que dans le cas d'une réflexion interne totale ($\varphi > \varphi_{lim}$) une onde électromagnétique pénètre tout de même dans

le second milieu et se propage le long de la surface de séparation des deux milieux. Pour ce faire, écrivons l'expression caractérisant l'onde réfractée dirigée dans le second milieu suivant l'axe X' (fig. 2.13). Nous avons déjà établi (*cf.* (2.6)) que pour une onde se propageant dans le second milieu suivant l'axe X', on a

$$E_2 = E_{20} \exp\left[i\omega\left(t - x'/u_2\right)\right] = E_{20} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x \sin\varphi_2 + z\cos\varphi_2}{u_2}\right)\right] =$$

$$= \underbrace{E_{20} \exp\left[-\frac{i\omega z \cos\varphi_2}{u_2}\right]}_{\text{I}} \underbrace{\exp\left[i\omega\left(t - \frac{x}{u_2/\sin\varphi_2}\right)\right]}_{\text{II}}. \quad (2.15)$$

Dans cette expression le terme I définit l'amplitude d'une certaine onde II se propageant le long de l'axe X à la vitesse $u_2/\sin\varphi_2$. L'amplitude complexe I dépend de la coordonnée z caractérisant la profondeur de pénétration de l'onde dans le second milieu. Etudions de

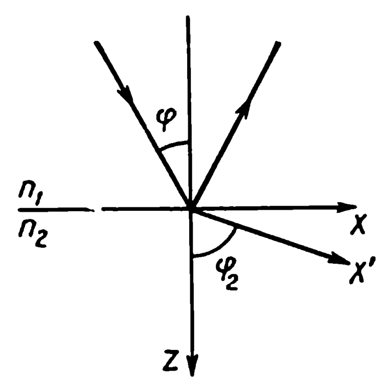


Fig. 2.13. Diagramme illustrant la marche de l'onde réfractée dans le cas d'une réflexion interne totale ($n_1 > n_2$)

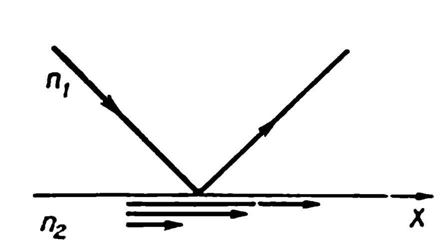


Fig. 2.14. Formation lors d'une réflexion totale d'une onde incohérente dirigée parallèlement à la surface de séparation de deux milieux

La longueur des droites fléchées caractérise la diminution de l'amplitude de cette onde à mesure qu'elle pénètre plus avant dans le milieu le moins dense

plus près cette *onde non homogène* (substituée à l'onde homogène), se propageant le long de la surface de séparation des milieux, dans la direction X'. Evaluons d'abord la valeur de $\cos\varphi_2$:

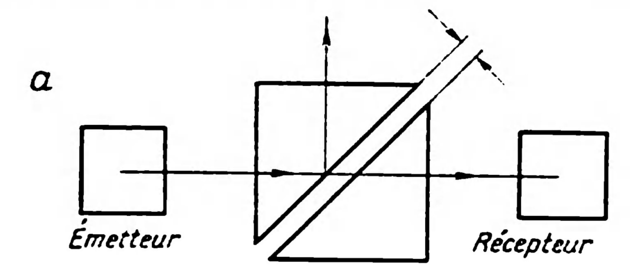
$$\cos\varphi_2 = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2} = \pm i\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2 - 1}.$$

Ici $\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2 - 1}$ est une quantité réelle puisque pour $\varphi > \varphi_{\text{lim}}$, $\sin\varphi > \frac{n_2}{n_1} = \sin\varphi_{\text{lim}}$. Pour l'amplitude de l'onde

non homogène on trouve alors l'expression suivante

$$E_{20}\exp\left[-\frac{i\omega z\cos\varphi_2}{u_2}\right]=E_{20}\exp\left[\pm\frac{\omega}{u_2}\cdot z\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2-1}\right]=$$
$$=E_{20}\exp\left[\pm\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2-1}\right]. \qquad (2.16)$$

Le signe plus dans l'exposant de la fonction exponentielle correspond à une croissance infinie de l'amplitude dans le second milieu, ce qui est dénué de sens physique. Le signe moins correspond à une onde dont l'amplitude décroît rapidement avec la pénétration dans



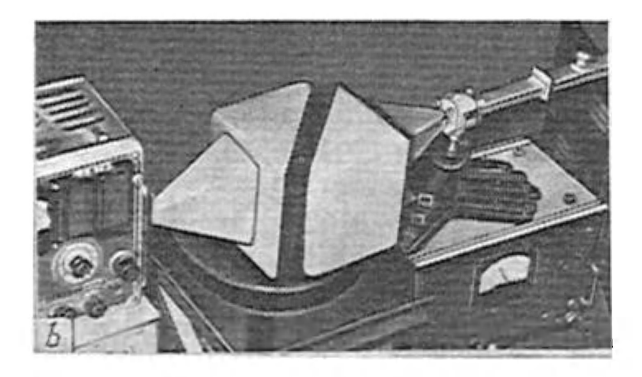


Fig. 2.15. Schéma d'une expérience pour la démonstration de la déviation d'une partie du flux d'énergie par réflexion totale (*a*) et vue d'ensemble de l'équipement utilisé pour réaliser cette expérience dans la gamme OUC (*b*)

le second milieu. En fait cette onde non homogène n'existe que dans une couche superficielle du second milieu, dont l'épaisseur est approximativement égale à la longueur d'onde de la radiation (fig. 2.14).

Nous sommes en présence d'une contradiction apparente : l'expérience montre que dans le cas d'une réflexion interne totale, toute l'énergie radiante est réfléchie (ce résultat sera confirmé lorsque nous aurons analysé l'onde réfléchie) et cependant une certaine fraction du flux d'énergie se propage dans une couche superficielle du second milieu. L'existence de cette migration d'énergie peut être confirmée sans difficulté par le calcul : pour un processus stationnaire, la valeur moyenne de la composante normale du flux d'énergie

$\langle S_{nor}\rangle = 0$, tandis que la valeur moyenne de la composante parallèle à l'interface $\langle S_{tange}\rangle \neq 0$. Un tel état de chose ne peut avoir lieu que si une fraction du flux d'énergie pénètre d'abord dans le second milieu, puis s'en échappe. La pénétration de l'énergie électromagnétique dans le second milieu peut être liée aux phénomènes physiques qui se manifestent lors de l'établissement du processus.

Cette sorte de dérivation d'une fraction du flux d'énergie dans le second milieu peut être décelée expérimentalement et utilisée à des fins pratiques. Il est commode de procéder aux expériences dans la gamme OUC, puisque l'épaisseur de la couche dans laquelle s'écoule l'énergie est de l'ordre de la longueur d'onde. Si l'on dispose côte à côte deux prismes à réflexion interne totale, tout en laissant entre elles un interstice (fig. 2.15), le récepteur de rayonnement enregistrera une énergie plus ou moins grande suivant la largeur de l'interstice. En faisant varier celle-ci, on arrive à modifier la quantité d'énergie transmise, ce qui revient à moduler l'amplitude de l'onde.

Pour réaliser des expériences analogues dans la gamme optique, il faut assurer une plus haute précision puisque la longueur d'onde (et par suite l'interstice) est 100 000 fois plus petite. En utilisant une solution de fluorescéine déposée sur la face d'un prisme tournant, on arrive à réaliser une expérience bien spectaculaire démontrant la présence de l'énergie radiante dans un milieu de moindre réfringence. Le principe de cette expérience a été suggéré par plusieurs physiciens (Wood, Mandelstamm, et d'autres).

2. Etude de l'onde réfléchie. Partons des formules de Fresnel écrites comme suit

$$\frac{(E_{10})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}}=\frac{\operatorname{tg}(\varphi-\varphi_2)}{\operatorname{tg}(\varphi+\varphi_2)}=\frac{\sin 2\varphi-\sin 2\varphi_2}{\sin 2\varphi+\sin 2\varphi_2}=\frac{\sin\varphi\cos\varphi-\sin\varphi_2\cos\varphi_2}{\sin\varphi\cos\varphi+\sin\varphi_2\cos\varphi_2},$$

$$\frac{(E_{10})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}}=\frac{-\sin(\varphi-\varphi_2)}{\sin(\varphi+\varphi_2)}=-\frac{\sin\varphi\cos\varphi_2-\sin\varphi_2\cos\varphi}{\sin\varphi\cos\varphi_2+\sin\varphi_2\cos\varphi}.$$

En utilisant la corrélation

$$\cos\varphi_2=-i\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\varphi\right)^2-1}=-i\sqrt{\left(\frac{\sin\varphi}{n_{12}}\right)^2-1},$$

où $n_{12}=\frac{n_2}{n_1}<1$ et $\sin\varphi = n_{12}\sin\varphi_2$, on obtient après quelques substitutions et transformations simples

$$\frac{(E_{10})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}}=\frac{n_{12}^2\cos\varphi+i\sqrt{\sin^2\varphi-n_{12}^2}}{n_{12}^2\cos\varphi-i\sqrt{\sin^2\varphi-n_{12}^2}},$$

$$\frac{(E_{10})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}}=\frac{\cos\varphi+i\sqrt{\sin^2\varphi-n_{12}^2}}{\cos\varphi-i\sqrt{\sin^2\varphi-n_{12}^2}}. \tag{2.17}$$

Il est facile de montrer que pour $\varphi \geqslant \varphi_{lim}$ on a $\left|\frac{(E_{10})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}}\right| = \left|\frac{(E_{10})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}}\right| = 1$.

Cela signifie qu'effectivement dans le cas d'une réflexion interne totale tout le flux d'énergie retourne dans le premier milieu ; par suite, lorsqu'on décrit un processus stationnaire, il n'est pas nécessaire de tenir compte de la fraction d'énergie qui dérive vers le second milieu.

Pour étudier la dépendance du facteur de réflexion $\mathcal{R}$ avec l'angle d'incidence φ nous considérerons le cas du passage de la lumière du verre dans l'air ($n_2 < n_1$), qui est un cas fréquent. On a alors $\varphi_{\lim} \approx 42°$ .L'angle de Brewster donné par la condition $\operatorname{tg} \varphi_{Br} = n_{12}$ serait encore plus petit ($\varphi_{Br} \approx 33°$). La dépendance avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion $\mathcal{R}_{\parallel} = [(E_{10})_{\parallel}/(E_{00})_{\parallel}]^2$ et $\mathcal{R}_{\perp} = [(E_{10})_{\perp}/(E_{00})_{\perp}]^2$, qui sont déterminés par les formules (2.17), doit avoir l'allure de la courbe en traits forts de la fig. 2.16; pour

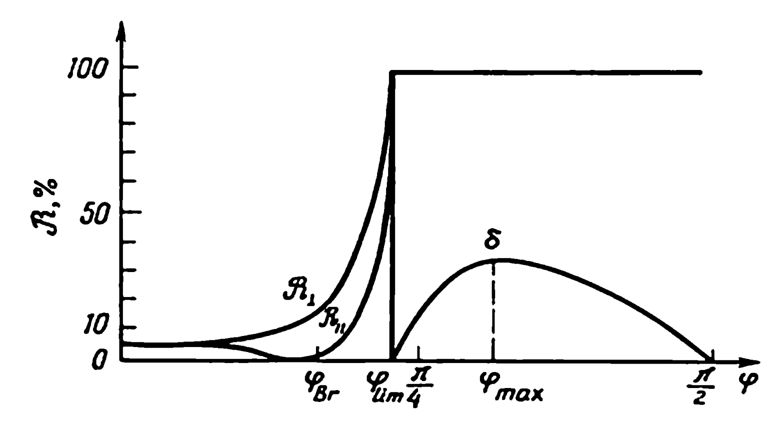


Fig. 2.16. Variation du facteur de réflexion $\mathcal{R}$ en fonction de l'angle d'incidence La réflexion totale se manifeste lorsque $\varphi = \varphi_{\lim}$. La figure représente ainsi la variation du déphasage δ avec φ, pour $\varphi > \varphi_{\lim}$

$\varphi = 0$, comme auparavant (dans le cas où $n_2 > n_1$) le facteur de réflexion ~ 4 %. Pour $\varphi = \varphi_{Br}$, on trouve $\mathcal{R}_{\parallel} = 0$, ce qui signifie que n'est réfléchie que l'onde pour laquelle le vecteur **E** vibre dans une direction perpendiculaire au plan d'incidence ($\mathcal{R}_{\perp} \neq 0$). Pour $\varphi \to \varphi_{\lim}$ (et non pas pour $\varphi \to \pi/2$, comme dans le cas $n_2 > n_1$), le flux d'énergie radiante est réfléchi en totalité en donnant lieu à l'effet de réflexion interne totale ($\mathcal{R} \to 1$).

Remarquons que lorsque $\varphi \to \varphi_{\lim}$ le facteur de réflexion croît très rapidement. De ce fait on peut utiliser l'effet de réflexion totale en mesurant $\varphi_{\lim}$ pour déterminer l'indice de réfraction d'une substance quelconque, ce qui est largement utilisé dans la pratique.

Pour établir les corrélations de phase, on doit multiplier puis diviser les formules (2.17) par des quantités qui sont conjuguées entre elles par leurs dénominateurs, ce qui permet de séparer les parties réelles et les parties imaginaires. Il est cependant plus commode de mettre en œuvre la théorie des quantités complexes *), selon laquelle

*) On sait (voir § 1.3) que tout nombre complexe $C = a + bi$ peut être présenté comme $C = C_0 e^{i\delta}$, C_0 étant un nombre réel et $\operatorname{tg} \delta = b/a$.

si $z = \frac{a+bi}{a-bi}$, $|z| = 1$ et $\operatorname{tg} \delta/2 = b/a$. Il est facile de vérifier ces résultats par le procédé évoqué ci-dessus.

Démontrons maintenant que l'effet de réflexion totale s'accompagne d'un changement de polarisations du rayonnement, une onde polarisée rectilignement se transforme en une onde elliptique.

Adoptons les notations $\frac{(E_{10})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = e^{i\delta_{\parallel}}$ et $\frac{(E_{10})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = e^{i\delta_{\perp}}$. On écrira alors

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\parallel}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n_{12}^2}}{n_{12}^2 \cos \varphi}, \quad \operatorname{tg} \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n_{12}^2}}{\cos \varphi}.$$

Ceci montre que $\delta_{\parallel} \neq \delta_{\perp}$, ce qui signifie que les brusques variations de phase se manifestant lors du passage d'un milieu à un autre ne sont pas égales, ce qui implique que l'onde réfléchie est polarisée elliptiquement.

Il devient alors aisé d'évaluer quantitativement le taux de polarisation elliptique. Désignons par $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$ la différence entre les sauts de phase. Les expressions de $\delta_{\perp}$ et $\delta_{\parallel}$ permettent d'établir la dépendance du déphasage avec l'angle d'incidence:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{12}^2}}{\sin^2 \varphi}. \tag{2.18}$$

Il est évident que $\operatorname{tg}(\delta/2)$ s'annule deux fois:

a) pour $\varphi = \varphi_{\text{lim}}$ puisque alors $\sin \varphi_{\text{lim}} = n_{12}$;

b) pour $\varphi = \pi/2$ puisque $\cos \pi/2 = 0$ (incidence rasante).

Dérivons (2.18) par rapport à φ, et égalant à zéro $\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\operatorname{tg}\frac{\delta}{2}\right)$, on obtient la condition d'extrémum. Il apparaît que le déphasage maximum se manifeste lorsque se trouve vérifiée l'égalité $\sin^2 \varphi_{\max} = 2n_{12}^2/(1 + n_{12}^2)$. En portant cette valeur dans (2.18) on trouve $\operatorname{tg} \frac{\delta_{\max}}{2} = (1 - n_{12}^2)/2n_{12}$. Il en résulte que plus grande est la différence des indices de réfraction des deux milieux (c.-à-d. $n_{12} = n_2/n_1$ plus petit) plus grand est le déphasage entre les deux vibrations. On voit tout de suite que pour obtenir une polarisation circulaire [$\delta_{\max} = \pi/2$ et $\operatorname{tg}(\delta_{\max}/2) = 1$] il faut que la différence des indices de réfraction soit très grande. De la condition $(1 - n_{12}^2)/2n_{12} = 1$ on tire $n_{12} \approx 0{,}4$, ce qui, dans la gamme optique, n'est réalisable que pour le passage du diamant ($n_1 \approx 2{,}4$) dans l'air ($n_2 = 1$).

Dans la partie droite de la fig. 2.16 on a représenté la variation de déphasage $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$ en fonction de l'angle d'incidence compris entre φ_{lim} et $\pi/2$. Pour le passage verre-air $\varphi_{\max} \approx 51°$, de sorte qu'une seule réflexion ne peut assurer l'obtention d'une polarisation circulaire, puisque $\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = 0{,}42$.

Fresnel, au cours d'une étude de ces effets, a élaboré un procédé original de production de lumière circulaire par réflexion interne totale. On démontre qu'en utilisant un prisme de verre de forme géométrique appropriée, on peut obtenir deux réflexions sur les faces de ce prisme produisant le déphasage $\delta = \pi/2$ requis pour transformer une lumière rectiligne en une lumière circulaire (fig. 2.17).

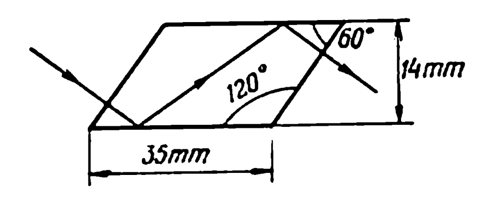


Fig. 2.17. Prisme de Fresnel

Il est évident que pour assurer l'égalité des amplitudes de deux ondes polarisées orthogonales, le plan de polarisation de l'onde primaire doit former un angle de $\pi/4$ avec le plan de la figure.

Il convient de se pencher sur la question de la mise en évidence d'une polarisation circulaire. La méthode générale consiste à transformer un rayonnement de polarisation circulaire en un rayonnement

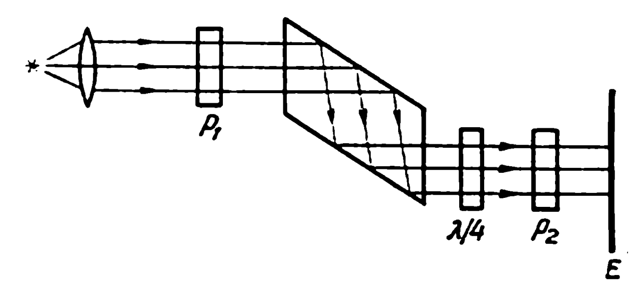


Fig. 2.18. Etude de la polarisation circulaire réalisée avec un prisme de Fresnel

polarisé rectilignement, ce dernier pouvant être détecté par le procédé usuel de rotation d'un polaroïde servant d'analyseur. On sait qu'une lumière rectiligne ne peut traverser l'analyseur si la direction des oscillations permises dans l'analyseur est orthogonale au plan de vibrations du faisceau lumineux incident.

Pour transformer une lumière circulaire en une lumière rectiligne, on doit introduire, à l'aide d'un dispositif convenable, un déphasage supplémentaire $\delta = \pi/2$ entre deux ondes polarisées dans des directions mutuellement orthogonales. Pour cela on utilise généralement des lames quart d'onde (*cf.* § 3.1). Le prisme de Fresnel peut lui aussi jouer pratiquement le rôle d'un dispositif introduisant un déphasage entre deux ondes polarisées suivant des directions mutuellement orthogonales. Ce procédé présente l'avantage d'une faible dépendance du déphasage réalisé en fonction de la longueur d'onde de

la lumière incidente (ce qui le distingue des lames quart d'onde).

Pour l'étude du prisme de Fresnel on peut utiliser le montage représenté fig. 2.18. La lumière incidente traverse d'abord le polariseur P_1 et se transforme en lumière rectiligne. En tournant le polariseur P_2 nous observerons l'extinction périodique de la lumière émergente; celle-ci correspond à une direction bien déterminée des vibrations rectilignes; le prisme de Fresnel transforme la lumière rectiligne en lumière circulaire, qui passant à travers une lame quart d'onde redonne une lumière rectiligne. Cette même méthode expérimentale peut être utilisée pour la démonstration de l'effet en ondes ultra-courtes; on utilise alors le *grand rhomboèdre de Fresnel* en paraffine.

§ 2.5. Réflexion métallique des ondes électromagnétiques

Pour bâtir une théorie physique décrivant convenablement la réflexion des ondes électromagnétiques par les surfaces métalliques, on est amené à tenir compte des ondes secondaires générées par les oscillations forcées des électrons libres dont la densité est très grande dans les métaux. Une telle théorie doit être nécessairement quantique, puisque les mouvements des électrons dans un métal sont régis non pas par la théorie classique, mais par la mécanique quantique. L'exposé de cette théorie serait par ailleurs inadéquat aux objectifs de ce livre.

Nous montrerons ci-dessous que les principales propriétés optiques des métaux peuvent être interprétées dans le cadre d'une théorie phénoménologique que nous exposons ci-après. Au préalable, nous devons préciser la spécificité de ce problème. On sait que la plupart des métaux présentent de grands facteurs de réflexion. Par ailleurs, le rayonnement est fortement absorbé même par des couches métalliques très minces. L'expérience montre également que l'onde électromagnétique réfléchie par une surface métallique présente une polarisation elliptique, exception faite du cas d'une incidence normale.

La pénétration de l'onde électromagnétique dans le métal fait inévitablement apparaître un courant de conduction $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ et des pertes de Joule correspondantes. Aussi, pour bâtir une théorie, continuerons-nous à nous baser sur les équations de Maxwell, mais nous y tiendrons compte des termes caractérisant la conductibilité du milieu ($\mathbf{j} \neq 0$) que nous avons négligés lors de l'étude des diélectriques.

Le rapport des flux d'énergie réfléchi et absorbé doit dépendre de la conductivité électrique σ du métal. L'expérience montre que plus la conductivité du métal est grande, mieux il réfléchit les ondes lumineuses (c'est ainsi que les métaux nobles et alcalins sont de bons réflecteurs). Les métaux qui ont une conductivité faible ont de faibles facteurs de réflexion (le fer par exemple). Dans le cas d'un bon con-

ducteur, les pertes par effet Joule doivent être négligeables. Nous qualifierons de *parfait* ($\sigma \to \infty$) un conducteur réfléchissant en totalité les ondes électromagnétiques ($\mathscr{R} \to 1$). Nous préciserons cette définition dans ce qui suit.

Pour formuler correctement les principes de base de la théorie, on doit avant tout tenir compte de l'absorption des ondes électromagnétiques, négligée jusqu'à présent. Dans l'étude des phénomènes se produisant à la surface de séparation de deux diélectriques, on partait de l'égalité $\mathscr{R} + \mathscr{T} = 1$, ce qui nous permettait de postuler que la somme des flux d'énergie des ondes réfléchie et réfractée était toujours égale au flux d'énergie incident. Or tout milieu absorbe plus ou moins de l'énergie radiante, ce qui entraîne inéluctablement une atténuation de l'onde électromagnétique dont l'amplitude décroît progressivement. Pour une onde amortie se propageant le long de l'axe Z, l'intensité du rayonnement s'exprime, sous forme différentielle, par l'expression

$$dI = -qI\,dz.$$

En découle l'équation $I = I_0 e^{-qz}$ connue sous le nom de *loi de Bouguer*. Cette équation décrit quantitativement la décroissance de l'intensité du rayonnement à mesure de sa pénétration dans le milieu absorbant. Dans cette équation différentielle, on pose que le facteur d'absorption q ne dépend pas de l'intensité de la lumière. Cette hypothèse étaye l'étude de tous les effets que nous considérerons. La validité de cette approximation linéaire est vérifiée par un grand nombre de données expérimentales. Ce n'est qu'en mettant en œuvre des sources de lumière de très grande puissance (laser), qui ont fait récemment leur apparition, qu'il devient nécessaire de tenir compte de la dépendance de q avec I, et ce fut l'une des raisons de la naissance de l'*optique non linéaire* (voir aussi § 2.1).

Introduisons à la place de q la quantité $\varkappa = q\lambda/(4\pi)$ caractérisant l'absorption par une substance quelconque (dans le présent cas il s'agit d'un métal) d'un rayonnement de longueur d'onde λ. On notera que λ est la longueur d'onde dans le corps à l'étude, qui est liée à la longueur d'onde λ_0 dans le vide par la corrélation évidente $\lambda = \lambda_0/n$. La loi de Bouguer s'écrit maintenant

$$I = I_0 \exp\left[-\frac{4\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right]. \tag{2.19}$$

Cette forme de la loi de Bouguer convient mieux à la description de l'absorption dans les métaux. Ainsi, par exemple, pour $n\varkappa = 1$, sur un parcours dans le métal égal à la longueur d'onde dans le vide ($z = \lambda_0$) l'intensité diminue de $e^{4\pi}$ fois ($\sim$100 000). Pour la plupart des métaux $n\varkappa$ est compris entre 1 et 5.

Ecrivons maintenant l'expression de l'intensité E du champ électrique de l'onde se propageant dans une substance quelconque.

Comme $I \sim \langle E^2 \rangle$, nous avons de (2.19)

$$E = E_0 \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right] \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{u}\right)\right] =$$
$$= E_0 \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right] \exp\left[i2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0}\right)\right]. \qquad (2.20)$$

Le terme $E_0 \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right]$ représente dans cette formule l'amplitude de l'onde amortie, l'amortissement allant dans le sens de la propagation.

Faisons un pas de plus dans la voie de l'établissement de la théorie, nous verrons plus loin toute sa signification. Introduisons la notion d'*indice de réfraction complexe*

$$n' = n\,(1 - i\varkappa). \qquad (2.21)$$

En portant cette expression dans l'équation générale de l'onde amortie (2.20) on obtient

$$E = E_0 \exp\left[i2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n'}{\lambda_0} z\right)\right]. \qquad (2.20a)$$

Tout formellement c'est là l'équation d'une onde plane (amplitude E_0 = const); nous pouvons donc utiliser toutes les formules que nous avons établies précédemment en y remplaçant le facteur de réflexion réel n par la quantité complexe $n' = n - in\varkappa$, dont la partie réelle caractérise toujours la réfraction de l'onde électromagnétique et la partie imaginaire $in\varkappa$ caractérise l'absorption des radiations (cela ressort de la formule (2.20)).

Tâchons de préciser la signification de cette substitution toute formelle. Si n' est une quantité complexe, l'angle de réfraction φ_2 sera lui aussi complexe pour tous les angles d'incidence φ, exception faite de $\varphi = 0$; la raison en est que l'égalité suivante doit être toujours vérifiée

$$\sin\varphi / \sin\varphi_2 = n' = n\,(1 - i\varkappa).$$

Nous retrouvons donc la situation que nous avons analysée au paragraphe précédent, à la différence près que dans le présent cas φ_2 est une quantité complexe pour $\varphi \neq 0$ et non seulement pour $\varphi > > \varphi_{\text{lim}}$ (cas de la réflexion totale).

Le fait que φ_2 est une quantité complexe implique que les amplitudes des ondes réfléchie et réfractée figurant dans les formules de Fresnel seront elles aussi complexes; ce résultat est déterminé par la polarisation elliptique de rayonnement (*cf.* § 1.2). Il s'ensuit que si sur une surface métallique tombe une onde de polarisation rectiligne, les ondes réfléchie et réfractée seront elliptiques, fait que nous avons cité au début de ce paragraphe en faisant le point des données expérimentales. L'étude de l'onde réfractée présente des difficultés dues à ce qu'elle est totalement absorbée dans une mince

couche superficielle du métal; aussi les études expérimentales concernent-elles l'onde réfléchie par la surface métallique. Cette méthode inaugurée par Drude au début du XX[e] siècle reste toujours le procédé le plus courant pour l'étude des propriétés optiques des métaux.

Le principe de la *méthode de Drude* consiste en ceci : lorsqu'une onde électromagnétique est réfléchie par une surface métallique, on obtient une onde elliptique; par conséquent on doit voir apparaître un déphasage δ entre $(E_1)_{\parallel}$ et $(E_1)_{\perp}$. En mesurant δ et le facteur de réflexion $\mathscr{R}$ pour un angle d'incidence donné, on détermine n et $\varkappa$, puis on les relie aux constantes du milieu (σ, ε) à l'aide des équations de Maxwell.

L'introduction de l'indice de réfraction complexe n' permet d'utiliser les formules de Fresnel, établies pour des oscillations non amorties. On a notamment

$$\frac{(E_{10})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi-\varphi_2)}{\operatorname{tg}(\varphi+\varphi_2)} = \rho_1 \exp(i\delta_{\parallel}), \tag{2.22}$$

$$\frac{(E_{10})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = -\frac{\sin(\varphi-\varphi_2)}{\sin(\varphi+\varphi_2)} = \rho_2 \exp(i\delta_{\perp}). \tag{2.23}$$

Dans le cas général $\delta_{\parallel} \neq \delta_{\perp}$ et il y a donc déphasage entre les deux composantes orthogonales du vecteur **E**, ce qui entraîne une polarisation elliptique de l'onde réfléchie par le métal. C'est ce qui permet de déterminer $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$.

Afin de présenter le plus simplement possible la méthode de détermination du facteur de réflexion $\mathscr{R}$, nous ferons usage des équations établies pour de petits angles d'incidence. Pour l'incidence normale d'une onde plane venant du vide et tombant sur la surface d'un diélectrique, nous avons trouvé que $E_{10}/E_{00} = (n-1)/(n+1)$. Par conséquent pour le cas d'une réflexion métallique sous un angle φ peu différent de zéro *), on trouve en remplaçant n par $n' = n - in\varkappa$

$$\frac{E_{10}}{E_{00}} = \frac{(n-1)-i\varkappa n}{(n+1)-i\varkappa n}. \tag{2.24}$$

Comme $\mathscr{R}$ est égal au produit de E_{10}/E_{00} par la quantité conjuguée $(E_{10}/E_{00})^*$, nous avons

$$\mathscr{R} = \left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)\left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^* = \frac{(n-1)^2+(n\varkappa)^2}{(n+1)^2+(n\varkappa)^2} = 1 - \frac{4n}{(n+1)^2+(n\varkappa)^2}. \tag{2.25}$$

Il s'ensuit qu'ayant mesuré $\mathscr{R}$ et δ, on peut déterminer sur une base expérimentale les parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction complexe (les grandeurs n et $n\varkappa$). Il faut maintenant relier ces grandeurs aux propriétés du milieu, donc calculer les caractéristiques σ et ε du métal. Pour cela nous utiliserons les équations

*) On remarquera que si l'angle φ était exactement nul, il n'y aurait aucune polarisation elliptique dans l'onde réfléchie.

de Maxwell

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) = \frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

où $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ et $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$.

Nous avons vu précédemment que la différentiation $\partial/\partial t$ se ramène ici à une multiplication par $i\omega$. De l'équation de Maxwell contenant un terme en $\mathbf{j} \neq 0$ nous concluons que nous devons remplacer la valeur réelle de ε par son expression complexe

$$\varepsilon' = \varepsilon - \frac{4\pi\sigma}{\omega}\,i = \varepsilon - \frac{2\sigma}{\nu}\,i. \tag{2.26}$$

L'indice de réfraction complexe n' est lié à cette expression complexe de la permittivité ε' par la relation $n' = \sqrt{\varepsilon'}$. En élevant (2.21) au carré nous avons

$$n^2\,(1 - 2i\varkappa - \varkappa^2) = \varepsilon - i2\sigma/\nu.$$

En séparant les parties réelle et imaginaire nous obtenons la relation cherchée entre les propriétés optiques n et $n\varkappa$ du métal et ses propriétés électriques σ et ε:

$$n^2\,(1 - \varkappa^2) = \varepsilon,$$
$$n^2\varkappa = \sigma/\nu. \tag{2.27}$$

En divisant membre par membre ces deux équations nous trouvons

$$(1 - \varkappa^2)/\varkappa = \varepsilon\nu/\sigma. \tag{2.28}$$

Cela signifie que $\varkappa \to 1$ lorsque $\sigma \to \infty$. Simultanément on tire de l'équation $n^2\varkappa = \sigma/\nu$ que $n \to \infty$ pour $\sigma \to \infty$. Nous sommes en mesure maintenant de préciser ce qu'il faut entendre par *conducteur parfait*, caractérisé par $\varkappa = 1$, $\sigma \to \infty$ et $n \to \infty$. En substituant $n \to \infty$ dans (2.25) on voit qu'on a alors $\mathcal{R} = 1$, ce qui veut dire que la totalité du flux d'énergie est réfléchie.

Il convient de préciser les limites d'application de la théorie que nous venons d'exposer. Notons tout d'abord qu'il est difficile de la vérifier quant à la dépendance des constantes électriques avec la fréquence de la lumière incidente. Il convient plutôt de considérer le comportement dans l'infrarouge lointain, où on peut remplacer $\sigma(\nu)$ par la valeur statique de la conductivité du métal. Or, si l'on compare les valeurs expérimentales de $n^2\varkappa \approx 1{,}5$ (voir tableau 2.1) avec la valeur de σ/ν qui pour le cuivre atteint 5000 (valeur statique de $\sigma \approx 5\cdot10^{17}\ \text{s}^{-1}$), il apparaît qu'il est impossible d'utiliser pour la région visible du spectre ($\nu \approx 10^{14}$ Hz) les formules (2.27) reliant entre elles les constantes optiques et électriques. La courbe de la fig. 2.19 montre que pour la lumière visible (et *a fortiori* pour l'ultraviolet) l'argent ne peut être considéré comme un conducteur

Tableau 2.1

Constantes optiques de quelques métaux

Métal	$\mathcal{R}$	n	$n\varkappa$	Métal	$\mathcal{R}$	n	$n\varkappa$
Na	0,97	0,044	2,42	Hg	0,77	1,60	4,80
Ag	0,94	0,20	3,44	Cu	0,71	0,62	2,57
Cd	0,84	1,13	5,01	Pb	0,54	3,46	3,25
Al	0,83	1,44	5,23	Fe	0,33	1,51	1,63
Au	0,82	0,47	2,83				

parfait et ce n'est que dans le rouge et l'infrarouge que l'on constate un accord satisfaisant entre la théorie et l'expérience. C'est en raison de la dépendance de $\mathcal{R}$ avec ν que les couches minces d'argent observées par transparence présentent une teinte violette caractéristique.

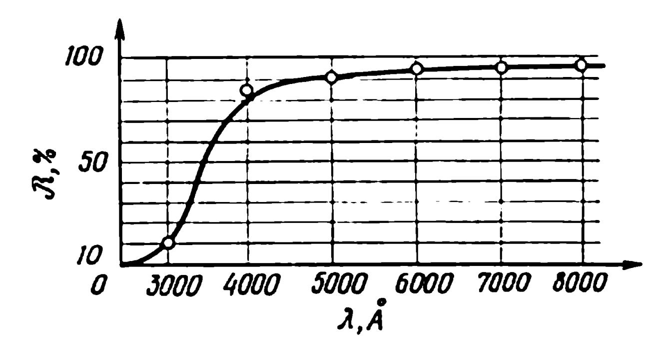


Fig. 2.19. Variation du facteur de réflexion de l'argent avec la longueur d'onde

L'examen des données du tabl. 2.1 relevées pour $\lambda = 5893$ Å (lumière jaune) montre que dans de nombreux cas $n \ll 1$. Il en résulte que la vitesse de phase $u = c/n$ dans ces métaux est plus grande que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. Ce résultat n'est pas tout à fait inattendu puisqu'il est bien connu qu'il n'existe aucune limite à la vitesse de phase (*cf.* ch. VII). Il en va tout autrement lorsque $n^2(1 - \varkappa^2) = \varepsilon$ est négatif. Voilà qui est dénué de tout sens physique et témoigne de l'inadéquation des formules (2.27) pour la lumière visible. La fig. 2.20 représentant la variation de n et $\varkappa$ de l'argent (valeurs calculées et expérimentales) en fonction de la longueur d'onde illustre cette conclusion.

Dans l'infrarouge, la théorie a été vérifiée dans la gamme de 10 à 25 µm par mesure des pertes à la réflexion sur plusieurs métaux nobles. Il est facile de voir [*cf.* (2.25) et (2.27)] que lorsque $\varkappa = 1$ et

Tableau 2.2

Pertes de réflexion pour plusieurs métaux

Métal	Pertes de réflexion		$(1-\mathcal{R}_1)/(1-\mathcal{R}_2)$
	$\lambda_1 = 12$ µm	$\lambda_2 = 25$ µm	
Ag	9,05	7,07	1,2
Pt	10,6	6,88	1,5
Au	13,8	8,10	1,7
Cu	12,1	6,67	1,8

que $n \gg 1$, les pertes de lumière à la réflexion sont données par:

$$1 - \mathcal{R} = 2/n = 2\sqrt{\nu/\sigma}. \qquad (2.29)$$

Comme $\nu \sim 1/\lambda$ les pertes par réflexion varient suivant $\sim 1/\sqrt{\lambda}$.

Les données du tableau 2.2 témoignent d'un accord satisfaisant entre les valeurs du rapport des pertes par réflexion $(1-\mathcal{R}_1)/(1-\mathcal{R}_2)$ et la quantité $\sqrt{\lambda_2/\lambda_1} = \sqrt{25/12} \approx$ $\approx 1,5$. Dans des expériences analogues réalisées au début du XX[e] siècle on étudia par ailleurs σ en fonction de T qui, on le sait bien, est en bon accord avec la loi $\sigma \sim 1/T$ (si les températures ne sont pas trop basses). Les valeurs de la conductivité déduites des mesures optiques satisfaisaient à cette loi de dépendance avec la température.

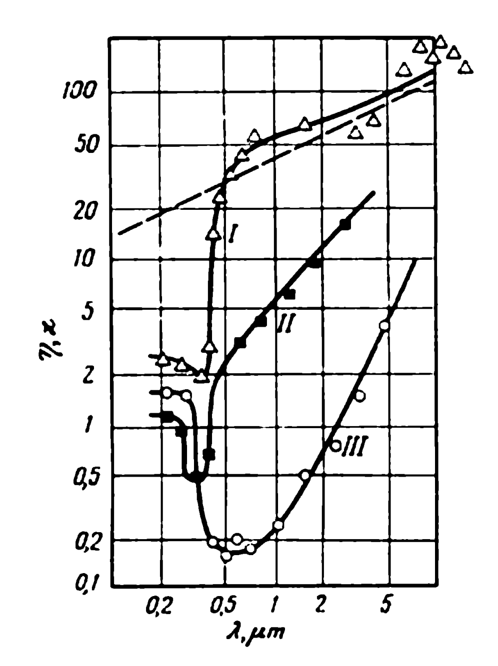


Fig. 2.20. Variation des constantes optiques de l'argent, donnée à une échelle logarithmique en fonction de la longueur d'onde

La droite en pointillé représente la variation théorique de $n\varkappa$; les courbes expérimentales *I*, *II*, *III* représentent respectivement $\frac{2}{1-\mathcal{R}}$, n et $n\varkappa$

Ainsi, dans la région de l'infrarouge, l'accord entre la théorie de Drude et l'expérience est satisfaisant; on peut donc utiliser la formule (2.27) pour calculer σ et ε à partir des valeurs expérimentales des constantes optiques n et $n\varkappa$ du métal. Remarquons que l'opération inverse (calcul de n et $n\varkappa$ à partir des valeurs expérimentales de σ et ε) a échoué, étant donné qu'il n'existe pas de méthodes de mesure suffisamment précises de ces constantes électriques à des fréquences aussi élevées.

§ 2.6. Pression de radiation

Pour terminer l'étude des phénomènes physiques liés à la réflexion des ondes électromagnétiques, nous allons analyser les causes de l'existence d'une *pression de radiation*. Le calcul de cet effet très général fut effectué pour la première fois par Maxwell pour le cas de la réflexion d'une onde lumineuse par une surface métallique. La confirmation expérimentale du calcul théorique par le physicien russe P. Lébédev joua un rôle important dans la consécration de la théorie électromagnétique de la lumière.

La mesure d'une force infime agissant sur une surface réfléchissante (par une journée ensoleillée la force s'exerçant sur 1 m^2 de surface terrestre n'est que de 0,5 dyne) est un problème des plus ardus. Les difficultés expérimentales étaient d'autant plus grandes qu'à l'époque où Lébédev procédait à ces expériences, la technique du vide était encore rudimentaire. Dans un vide insuffisamment poussé, les effets secondaires (thermiques et autres) exercent une grande influence. Il suffit de noter qu'en observant l'action de la lumière sur deux ailettes disposées dans le ballon évacué dont l'une est brillante et l'autre noircie (c'est le procédé que l'on utilise souvent pour la démonstration de la pression de radiation), le système se met à tourner dans le sens inverse de celui prévu par la théorie. Cela tient à ce que les effets secondaires déterminés par l'atmosphère résiduelle sont notablement plus importants que l'effet que l'on cherche à observer. En 1873, le physicien Crooks avait à tort affirmé que dans une telle expérience il avait réussi à déceler la pression de radiation dont l'existence avait été prévue par de nombreux savants dès le XVIIe siècle. Les calculs que Maxwell effectua dans cette même année ont montré que l'effet attendu devait être de plusieurs ordres de grandeur plus faible que les forces rotatoires mesurées dans cette expérience simple. Actuellement, on sait bien que c'est ainsi que se manifestent les effets dits *radiométriques* dus au bombardement moléculaire d'une surface échauffée par la lumière incidente. Lébédev réussit ses expériences grâce à une méthode bien élaborée et à une technique expérimentale où les effets « radiométriques » étaient réduits au minimum. Dans l'expérience, de très petites ailettes de bonne conductibilité thermique étaient suspendues à un fil en verre de silice et étaient éclairées par brèves impulsions; on mesurait la torsion du fil qui en résultait; le flux lumineux était mesuré par un thermoélément sensible. Par la suite, Lébédev réussit à résoudre un problème bien plus compliqué consistant à mesurer la pression de radiation s'exerçant sur les gaz; il fit ainsi prévaloir l'hypothèse concernant l'incurvation des queues de comètes sous l'action du rayonnement solaire.

On démontre aisément que lorsqu'une onde électromagnétique est réfléchie par une surface métallique, il doit y apparaître une

force de pression de radiation dont la direction coïncide avec le vecteur densité de flux d'énergie électromagnétique S (fig. 2.21). Pour arriver à une description quantitative de cet effet, on doit utiliser les formules de Fresnel en y substituant les expressions de la permittivité complexe caractérisant la réflexion métallique des ondes électromagnétiques. Ces calculs, bien qu'assez élaborés, constituent un excellent exercice aidant à assimiler les notions introduites au § 2.5; ci-après nous trouverons la formule de la pression de radiation pour le cas général. La démonstration simple de cette expression est basée sur des notions élémentaires de la théorie électronique.

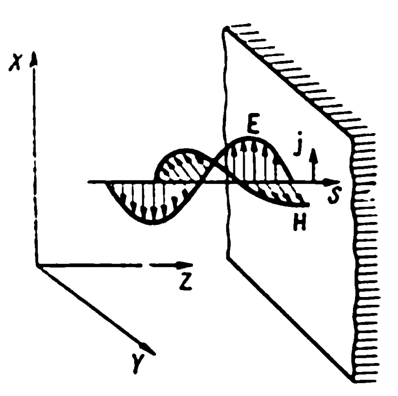


Fig. 2.21. Apparition d'un courant superficiel de densité j de même direction que E, à proximité de la surface d'un métal sur lequel tombe une onde lumineuse

Il est facile de voir que l'effet de pression de radiation doit s'observer chaque fois que les ondes électromagnétiques sont réfléchies ou absorbées par n'importe quelle substance irradiée. En effet, toute variation du flux radiant doit faire apparaître une force supplémentaire que l'on peut interpréter comme une pression de radiation. Puisque tout corps renferme des particules chargées (électrons), nous pouvons supposer que lors de l'interaction de l'onde électromagnétique avec la matière, donnant lieu à la réflexion ou à l'absorption d'une partie du flux lumineux, la composante électrique du champ électromagnétique exercera sur chaque électron une force $q\mathbf{E}$ et lui communiquera une vitesse **v**. L'autre composante (**H**) de ce champ agira sur la charge mobile avec la force de Lorentz $\Delta\mathbf{f} = q[\mathbf{v}\,\mathbf{H}]/c$. La moyenne par rapport à la période d'une oscillation est telle que la charge mobile n'est soumise effectivement qu'à la force de Lorentz bien que celle-ci soit beaucoup plus petite que la force d'excitation de l'électron ($v \ll c$):

$$\mathbf{f}_{\text{él}} = q\mathbf{E}. \qquad (2.30)$$

Transformons l'expression de la force agissant sur l'électron en introduisant le vecteur unitaire **n** normal au front de l'onde électromagnétique; dans un milieu isotrope la direction de ce vecteur coïncide avec le vecteur densité de flux d'énergie électromagnétique S. Il est clair que $\mathbf{H} = [\mathbf{n}\,\mathbf{E}]$ et comme la vitesse **v** de la charge électrique est colinéaire à **E**, on a $(\mathbf{v}\,\mathbf{n}) = 0$. Dans ces conditions

$$\Delta\mathbf{f} = \frac{q}{c}\,[\mathbf{v}[\mathbf{n}\mathbf{E}]] = \mathbf{n}\,\frac{q}{c}\,(\mathbf{v}\mathbf{E}) = \frac{1}{c}\,\mathbf{n}\,(\mathbf{f}_{\text{él}}\mathbf{v}). \qquad (2.31)$$

On remarquera que le produit de la force $\mathbf{f}_{\text{él}} = q\mathbf{E}$ par la vitesse **v** de l'électron est égal à dA/dt, qui est la puissance cédée à l'électron

par l'onde électromagnétique:

$$\Delta \mathbf{f} = \frac{1}{c} \mathbf{n} \frac{dA}{dt}. \tag{2.32}$$

Il importe de noter que dans (2.32), exprimant la force agissant sur l'électron, ne figure plus sa charge électrique q. Ce fait facilite la solution du problème relatif à l'action qu'exerce l'onde électromagnétique sur une surface d'aire σ qui absorbe en totalité le rayonnement incident.

Nous caractériserons l'orientation de cette surface absorbante par le vecteur de la normale $\boldsymbol{\sigma}$ (fig. 2.22). On a alors $dA/dt = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}$, et $\mathbf{S} = cW\mathbf{n}$. En substituant ces expressions dans (2.32) on obtient

$$\Delta \mathbf{f} = W\mathbf{n} (\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}). \tag{2.33}$$

Il ressort de cette expression que la lumière exerce une pression sur la surface dans la direction du vecteur $\mathbf{n}$ qui est colinéaire au vecteur densité de flux d'énergie électromagnétique $\mathbf{S}$. Pour calculer

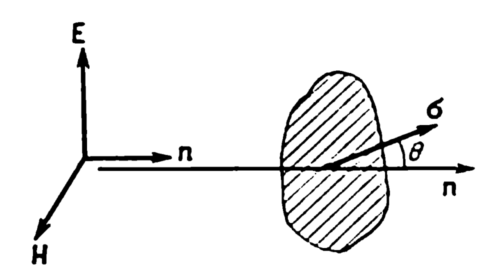


Fig. 2.22. Orientation de l'élément de surface σ où se produit l'absorption par rapport à la normale au front d'onde d'une onde électromagnétique incidente

la pression de radiation p, qui est numériquement égale à la force normale agissant sur l'unité de surface, on posera $|\mathbf{n}| = 1$ et $(\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}) = 1$. On a alors

$$p = W. \tag{2.34}$$

Rappelons que cette relation a été obtenue en admettant que la surface d'aire σ absorbe la totalité du rayonnement auquel elle est exposée.

C'est maintenant chose aisée que de calculer la pression de radiation dans le cas général. Soit une surface σ sur laquelle tombe un rayonnement de densité d'énergie W. Cette surface absorbe une partie du rayonnement incident et réfléchit la partie restante. En désignant par W_1 la densité d'énergie dans l'onde réfléchie, on a par définition $W_1 = \mathcal{R} W$ (*cf.* § 2.2). Calculons la force $\Delta \mathbf{f}$ s'exerçant sur la surface $\boldsymbol{\sigma}$. La fig. 2.23 précise les directions des vecteurs $\mathbf{n}$ et $\mathbf{n}_1$ des ondes incidente et réfléchie, ainsi que la direction de la normale à la surface $\boldsymbol{\sigma}$. L'angle d'incidence φ est égal à l'angle de réflexion φ_1. La force

agissant sur la surface d'aire σ est

$$\Delta\mathbf{f} = W\mathbf{n}\,(\mathbf{n}\sigma) + W_1\mathbf{n}_1\,(\mathbf{n}_1\sigma). \tag{2.35}$$

Pour trouver la pression de radiation p, on a à calculer la force $\Delta\mathbf{f}$ agissant sous incidence normale sur l'unité de surface. On a alors

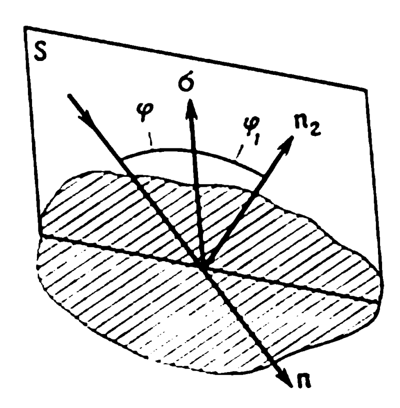


Fig. 2.23. Orientations relatives d'une lame σ à réflexion partielle et des normales aux fronts d'onde des ondes électromagnétiques incidente et réfléchie:
S — plan d'incidence

$\mathbf{n} = -\mathbf{n}_1$ et $(\mathbf{n}\sigma) = -(\mathbf{n}_1\sigma) = 1$. Conformément aux résultats du calcul de Maxwell on obtient

$$p = W\,(1 + \mathcal{R}). \tag{2.36}$$

Il est évident que dans le cas d'une réflexion totale (par exemple, réflexion par un métal idéal) le coefficient énergétique $\mathcal{R} = 1$, et la pression de radiation sera donnée par la formule

$$p = 2W = 2\,\frac{|\mathbf{S}|}{c}. \tag{2.37}$$

Dans le cas d'une absorption totale $\mathcal{R} = 0$, et selon la formule (2.34) on écrira

$$p = W = \frac{|\mathbf{S}|}{c}.$$

Nous avons établi ainsi qu'une surface réfléchissant la totalité du rayonnement incident doit être soumise à une pression de radiation double de celle relative au cas où elle absorberait la totalité du rayonnement. Il convient donc de monter une expérience consistant à éclairer par une lumière visible un tourniquet à deux ailettes, dont l'une est argentée et l'autre recouverte de noir de fumée. La force de la pression de radiation appliquée sur l'ailette argentée sera presque double de celle qui agit sur l'ailette noircie ; il s'avère cependant fort délicat de mettre en évidence cet effet, vu qu'il est facilement masqué par les forces radiométriques qui sont notablement plus fortes.

De cette étude de la nature de la pression de radiation on peut conclure qu'il serait parfaitement légitime d'introduire la notion

d'une *impulsion du champ électromagnétique* (g) uniformément répartie dans tout l'espace où le vecteur S de densité du flux de l'énergie du champ électromagnétique diffère de zéro. En effet, prenons comme point de départ (2.32) qui, pour l'unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation n de l'onde, s'écrit

$$\Delta \mathbf{f} = \frac{1}{c} \mathbf{n} \frac{dA}{dt} = \frac{\mathbf{S}}{c}. \qquad (2.38)$$

Si l'onde se propage dans le vide (à la vitesse c), cette surface sera traversée en une seconde, par toute l'énergie renfermée dans un parallélépipède droit ayant pour base 1 cm² et pour hauteur la vitesse de la lumière c. Par suite le produit $\Delta \mathbf{f}$ par $\Delta t = 1$ s représentera l'impulsion du champ concentré dans un volume numériquement égal à c cm³. La densité moyenne de l'impulsion du champ électromagnétique est donc

$$\mathbf{g} = \mathbf{S}/c^2 = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{EH}]. \qquad (2.39)$$

Toute l'importance de ce résultat se manifeste lors de l'étude de la théorie photonique (*cf.* § 8.5). Pour l'instant, il convient de souligner que l'existence d'une pression de radiation et la réalité de la notion d'impulsion du champ électromagnétique qui s'y rattache ont pu être développées dans le cadre de la théorie électromagnétique de la lumière.

Au cours de ces dernières années l'effet de pression de radiation a de nouveau suscité l'intérêt des chercheurs. Dans ces nouvelles expériences, on a mis à profit certaines propriétés du rayonnement laser, notamment sa monochromaticité et le fait qu'un laser peut être assimilé à une source lumineuse ponctuelle. Grâce à ces propriétés le rayonnement laser peut être focalisé avec une grande précision *). En utilisant des systèmes optiques de bonne qualité (*cf.* § 6.8), on arrive à focaliser le rayonnement laser en une tache de rayon dont l'ordre de grandeur est celui de la longueur d'onde des radiations générées. Des estimations simples montrent que si au foyer d'un rayonnement laser d'une puissance de 1 W (puissance qui est facilement réalisable avec un laser à argon émettant une lumière verte) se trouve un corpuscule dont la masse $\approx 10^{-12}$ g et qui réfléchisse tout le rayonnement incident, ce corpuscule doit acquérir sous l'action de la pression de radiation une accélération 10^6 fois plus grande que celle due à la pesanteur.

Il est bien évident que la réalisation expérimentale de cette idée se heurte à de grosses difficultés. Il est par exemple absolument impossible d'utiliser des particules métalliques hautement réfléchissantes, puisque, même si leur facteur de réflexion atteint 98 %,

*) Nous examinerons en détail, au ch. VI, le problème de la cohérence spatiale du rayonnement laser, propriété qui le rend équivalent à une source ponctuelle; on y indique aussi les conditions de focalisation.

les deux pour cent d'énergie qu'elles absorbent suffisent pour les porter à haute température, parfois jusqu'au point de fusion. L'expérience n'a pu être réalisée qu'en utilisant des particules sphériques en diélectrique transparent en suspension dans de l'eau distillée *). Bien que leur coefficient de réflexion soit petit [$\mathcal{R} \sim (\Delta n)^2$; *cf.* § 2.2], les forces agissant sur les particules sont suffisamment grandes et on arrive à démontrer de façon irréfutable que ces forces sont dues à la pression de radiation et non à des processus secondaires.

Une autre variante bien spectaculaire de cette expérience est illustrée par la fig. 2.24. Ici, une petite sphère en verre de 20 μm de diamètre soumise à l'action d'un pinceau de rayonnement laser d'une puissance de 250 MW est suspendue dans l'air au-dessus d'une lame de verre. Bien que la bille soit petite et qu'on ne la voit qu'à grand-peine à l'œil nu, au cours des expériences on l'aperçoit parfaitement grâce à sa brillance due à la diffusion du rayonnement laser. Une des difficultés de cette expérience résidait en ce que la particule adhérait à la plaque de verre par action de forces de Van der Waals atteignant 10^4 g. Pour la libérer on appliquait à la plaque de verre des vibrations de fréquence acoustique. Dès que la particule se trouve libérée des forces d'attraction moléculaires, elle commence à monter en l'air sous l'action de la pression de radiation. A l'équilibre, la force de pesanteur compense la force ascentionnelle de radiation. Dans l'expérience que nous décrivons la particule brillant d'un vif éclat se maintenait à 1 cm au-dessus de la plaque de verre.

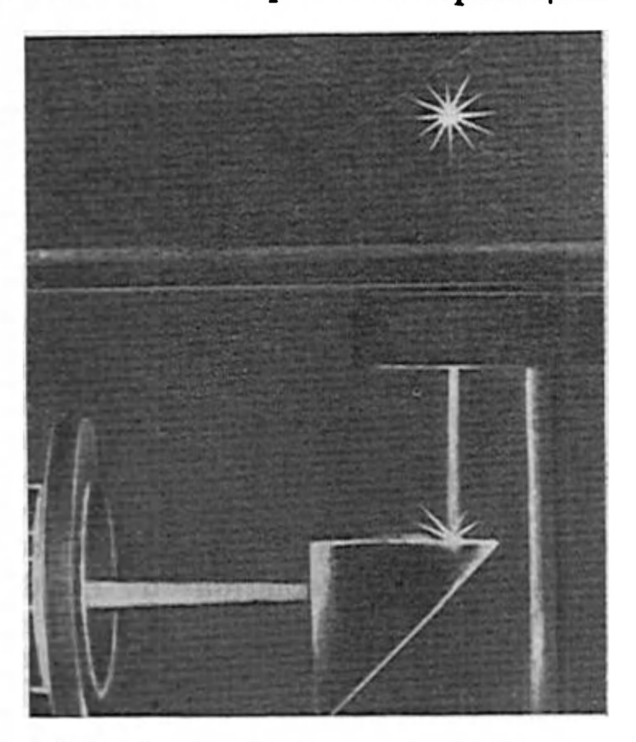


Fig. 2.24. Particule en lévitation sous l'action de la pression de radiation créée par un faisceau laser vertical

Ces expériences démontrent qu'il est en principe possible d'utiliser la pression des radiations laser pour résoudre nombre de problèmes posés par la physique atomique, par exemple, celui de fortes accélérations dans le vide de petits corpuscules, celui de la séparation des composantes de différentes masses d'un mélange gazeux, notamment la séparation des isotopes.

*) Voir Ouspekhi Fiz. Naouk, 1973, 110, nº 1, p. 101.

CHAPITRE III

ÉLÉMENTS D'OPTIQUE CRISTALLINE

Dans ce qui précède, nous avons supposé que le milieu dans lequel se propageaient les ondes électromagnétiques était isotrope. Or, on trouve dans la nature des corps qui ne sont pas isotropes et où le passage de la lumière s'accompagne d'effets spécifiques ; ce chapitre est consacré à l'étude de ces nouveaux effets.

La nature physique des phénomènes qui se manifestent alors résultent des interactions de l'onde lumineuse et d'une substance dont l'anisotropie est due soit à une structure particulière de ses molécules, soit, ce qui est plus fréquent, à des particularités de structure de son réseau cristallin dont les nœuds sont occupés par les atomes ou les ions de la substance.

Les actions réciproques des radiations et de la *matière cristalline* ne peuvent plus être représentées par le modèle d'un dipôle oscillant (*cf.* § 1.7) puisque, dans les cristaux, chaque électron en état d'oscillation est lié non seulement à une seule charge positive, mais se trouve encore soumis à l'action du champ électrique créé par toutes les charges du réseau cristallin. Pour arriver à une description adéquate des milieux anisotropes, on est amené à considérer trois oscillations mutuellement perpendiculaires et à caractériser trois axes orthogonaux du cristal par trois indices de réfraction de valeurs différentes. Nous montrerons ci-dessous que dans le cas de la classe de cristaux uniaxes, qui sont assez nombreux, le problème peut être traité en considérant deux oscillateurs seulement.

L'adéquation des conceptions développées sur la base de ces modèles est confirmée par une énorme masse de données expérimentales. Ainsi, par exemple, l'étude de cristaux cubiques de haute symétrie montre qu'on n'y décèle pas les effets liés à l'orientation du cristal par rapport au faisceau de lumière incident. Cependant, en incorporant dans le réseau cubique des impuretés, des centres locaux anisotropes peuvent apparaître. Le cristal reste macroscopiquement isotrope, mais une anisotropie « latente » due à ces centres peut se révéler en le soumettant à différentes actions anisotropes (lumière, champs électrique et magnétique, contraintes mécani-

ques). Même une substance parfaitement isotrope (un liquide par exemple) peut être rendue anisotrope par application de contraintes mécaniques ou électriques.

L'optique cristalline est donc un secteur très particulier de la physique de la lumière, présentant une grande importance aussi bien scientifique que technique. Des monographies entières y sont consacrées; aussi nous nous contenterons d'exposer les aspects suivants: principaux résultats expérimentaux et possibilité de les interpréter à l'aide de la théorie électromagnétique. Comme l'exposé de la théorie rigoureuse exige la mise en œuvre d'un appareil mathématique compliqué et lourd, nous nous limiterons à formuler les idées de base, puis nous donnerons une interprétation qualitative développée des propriétés fondamentales de l'onde lumineuse se propageant dans un cristal; nous envisagerons notamment la *biréfringence*, la *polarisation rectiligne* des rayons ordinaire et extraordinaire le long de deux directions orthogonales et l'apparition d'une *polarisation elliptique* de l'onde pour une orientation déterminée du cristal par rapport à la direction d'une lumière rectiligne incidente. Nous décrirons ensuite brièvement la méthode d'Huygens pour la construction du front de l'onde, à l'aide de laquelle on arrive à déterminer plus simplement les directions des rayons ordinaire et extraordinaire (*cf.* § 3.3). Enfin on examinera la question de la rotation du plan de polarisation par les corps cristallisés et amorphes.

§ 3.1. Description des expériences de base

La *biréfringence* est la propriété fondamentale des rayons lumineux traversant des corps cristallisés, cette propriété fut découverte en 1669 par Bartholin et étudiée en détail par Huygens qui exposa ses résultats dans son célèbre « Traité de la lumière » (1690), où l'on décrit les causes de ce qui se passe lors de la réflexion et de la réfraction, notamment lors de la réfraction extraordinaire dans le spath d'Islande. Le phénomène de biréfringence en OUC ne fut découvert qu'au XXe siècle par P. Lébédev; comme, en OUC, la biréfringence joue un rôle moins important dans les applications techniques que dans la gamme optique, nous ne considérerons que ce dernier cas.

Il est toujours opportun de choisir en qualité de corps d'étude le *spath d'Islande*, bien que tous les cristaux présentent à divers degrés cette même propriété. L'expérience montre que lorsqu'on fait passer à travers un cristal de spath un pinceau de lumière, on voit apparaître à la sortie deux rayons que l'on désigne avec Huygens sous le nom de rayons *ordinaire* et *extraordinaire* (fig. 3.1). Cet effet s'observe tout aussi bien sous incidence normale sur une face naturelle du cristal. En ce qui concerne le rayon extraordinaire, l'indice de réfraction n_e dépend de la direction du rayon dans le cristal, tandis

que pour le rayon ordinaire l'indice de réfraction n_o est indépendant — en demeurant constant — de l'angle d'incidence du pinceau de lumière. Pour les cristaux de spath d'Islande $n_o = 1,658$ et $1,486 \leqslant n_e \leqslant 1,658$ (pour une lumière de longueur d'onde $\lambda = 5893$ Å — doublet jaune du sodium). Donc, ici $n_e \leqslant n_o$, et les cristaux correspondants sont dits *négatifs*. Il existe, d'autre part, une classe importante de cristaux (tel le quartz) pour lesquels $n_e \geqslant n_o$. Ces cristaux sont dits *positifs*.

Dans tout cristal il existe une direction le long de laquelle il n'y a pas de biréfringence, donc $n_e = n_o$. Cette direction particulière

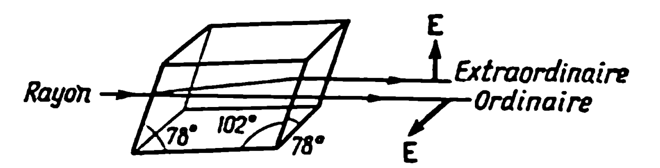


Fig. 3.1. Division d'un rayon de lumière non polarisée en deux rayons polarisés par passage à travers un cristal de spath d'Islande

est appelée *axe optique du cristal*. Tout plan passant par l'axe optique est appelé *plan de section principale* (en abrégé, *section principale*). On trouve dans la nature des cristaux *uniaxes* et des cristaux *biaxes*. Dans les expériences, on utilise surtout les cristaux uniaxes, dont le spath d'Islande et le quartz, du fait que l'étude théorique du passage de la lumière à travers les cristaux uniaxes est plus facile à faire. Ce sont ces cristaux que nous prendrons surtout en considération.

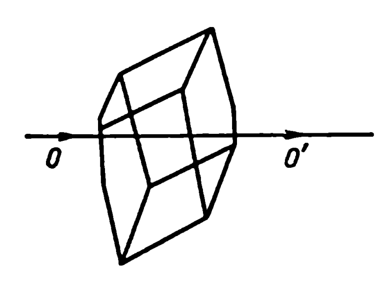


Fig. 3.2. Transmission d'un rayon parallèlement à l'axe optique OO' d'un cristal : il n'y a pas de biréfringence

Dans les cristaux de spath d'Islande, l'axe optique est confondu en direction avec la ligne reliant entre eux deux angles obtus du cristal (la face naturelle de ces cristaux a la forme d'un losange, dont les angles obtus sont approximativement égaux à 102° et les angles aigus à 78°). Sectionnons les angles obtus suivant des plans perpendiculaires à l'axe optique (fig. 3.2). En faisant passer à travers ce cristal un étroit pinceau de lumière, on constate qu'il n'y a jamais de biréfringence, si le rayon lumineux se propage parallèlement à l'axe optique du cristal. Cela signifie que la notion d'axe optique est liée non pas à une ligne, mais à une direction dans le cristal.

Les deux rayons qui apparaissent dans le cristal lors de la biréfringence sont complètement polarisés dans des plans rectangulaires. Il est facile d'en faire la démonstration expérimentale ; dirigeons la lumière émergente sur un analyseur (un polaroïd ou un prisme de

Nicol). En tournant l'analyseur d'un certain angle, nous arrivons à éteindre l'un des rayons, l'autre traversant l'analyseur; si on tourne maintenant l'analyseur encore d'un angle $\pi/2$, nous laissons passer le premier rayon et nous éliminons le second. L'étude de ce comportement montre que le vecteur E du rayon ordinaire vibre dans un plan perpendiculaire à la section principale, tandis que pour le rayon extraordinaire le vecteur E vibre dans le plan de la section principale *) (fig. 3.1).

La propagation de l'onde lumineuse le long d'une direction perpendiculaire à l'axe optique du cristal présente un intérêt considérable. L'expérience montre que dans ce cas également il n'y a pas de biréfringence; cependant des études plus poussées ont montré que la différence des indices de réfraction $| n_o - n_e |$ est la plus grande suivant cette direction-là. Il s'ensuit que si l'on fait tomber sur une section du cristal perpendiculaire à son axe optique une lumière rectiligne (dont le vecteur E vibre dans un plan qui n'est ni la section principale ni le plan qui lui est perpendiculaire), on verra se propager suivant une seule et même direction deux ondes animées de vitesses différentes ($u_1 = c/n_o$ et $u_2 = c/n_e$); ces deux ondes sont polarisées suivant des directions mutuellement orthogonales. Suivant l'épaisseur d de la lame, ces ondes émergent du cristal avec une différence de phase δ plus ou moins grande. On sait que lorsque $\delta = 0, \pi, \ldots$, l'onde résultante sera polarisée rectilignement. Dans tous les autres cas, la polarisation sera elliptique. Voilà que nous disposons encore d'un procédé de production de lumière elliptique, plus exactement d'un procédé de transformation d'une polarisation rectiligne en une polarisation elliptique. Par ailleurs, l'onde elliptique peut apparaître par suite d'une réflexion interne totale ou d'une réflexion d'une lumière de polarisation plane sur une surface métallique (voir § 2.4 et 2.5).

Examinons de plus près les conditions d'obtention d'une lumière à polarisation circulaire qui est un cas particulier de la lumière elliptique. Pour une lumière circulaire, le déphasage δ doit être égal à $(2k + 1)\,\pi/2$. En plus, les amplitudes de deux vibrations mutuellement orthogonales doivent être identiques. Ces conditions sont remplies pour une orientation du vecteur E, dans la lumière incidente, bien déterminée par rapport à l'axe optique du cristal. Il est facile de se rendre compte que si l'angle fait par E et la section principale vaut 45°, les amplitudes des rayons ordinaire et extraordinaire seront égales, et pour $\delta = (2k + 1)\,\pi/2$ du cristal émerge une onde circulaire. C'est le principe même du fonctionnement des *lames quart-d'onde* (fig. 3.3) que l'on peut utiliser aussi bien pour transformer une lumière rectiligne en lumière circulaire

*) Dans le langage des opticiens, on dirait plutôt que « le rayon ordinaire est polarisé dans le plan de la section principale ».

que pour la transformation inverse, nécessaire pour procéder à une analyse de la lumière elliptique (nous avons déjà mentionné cette méthode au § 2.4). Procédons à un calcul élémentaire de l'épaisseur optique *) d'une lame quart-d'onde. Nous avons dit plus haut que $\delta = (2k + 1)\,\pi/2$; mais comme en même temps $\delta = (2\pi/\lambda)\,(n_o - n_e)\,d$, on trouve que

$$d\,(n_o - n_e) = (2k + 1)\,\lambda/4,$$

ce qui explique la dénomination « lame quart-d'onde ».

Ces lames sont généralement au quartz et parfois en mica, qui, bien qu'étant un cristal biaxe, peut être utilisé à ces mêmes fins. On peut mettre en évidence les propriétés d'une lame quart-d'onde en la plaçant entre deux polariseurs croisés. Si en faisant tourner un polariseur, l'intensité de la lumière émergente ne change pas, cela témoigne que l'épaisseur de la lame est convenable, et à sa sortie on obtient une lumière circulaire. Si l'on adjoint à cette lame une lame identique, on ramène la polarisation circulaire à une polarisation rectiligne; pour s'en rendre compte il suffit de tourner l'analyseur. Il est évident que dans toutes ces expériences il importe que la condition donnée ci-dessus soit remplie, c.-à-d. il faut que le vecteur E de la lumière tombant sur la lame fasse un angle $\pi/4$ avec la section principale. Pour satisfaire à cette condition, il suffit de tourner, l'un par rapport à l'autre, la lame et le polariseur autour de la direction du pinceau incident. A noter que si la direction de vibrations du vecteur E dans l'onde incidente coïncide avec l'axe optique de la lame quart-d'onde (ou avec une direction perpendiculaire à cet axe), la lame ne sera traversée que par une seule onde, et de cette lame émerge une lumière rectiligne.

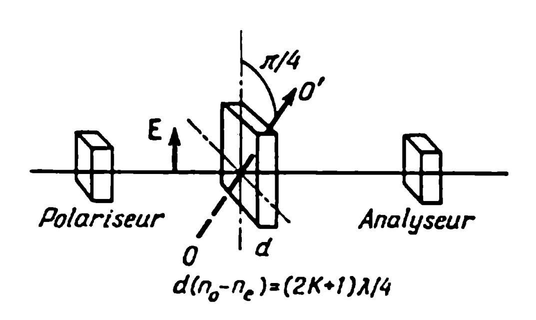


Fig. 3.3. Schéma d'un montage à lame quart-d'onde utilisé pour produire une lumière polarisée circulairement

OO' — axe optique de la lame quart-d'onde

Il importe de tenir à l'esprit que tous ces effets ne s'observent que si la lumière utilisée est polarisée rectilignement. Si l'on éclaire la lame avec une lumière naturelle (non polarisée) il est évident que la lumière émergente ne sera pas elliptique. Ce résultat est évident puisqu'une lumière naturelle est un rayonnement dans lequel le déphasage entre les vibrations rectangulaires est aléatoire. Aussi

*) Puisque la vitesse de l'onde électromagnétique dans une substance est $u = c/n$, on démontre aisément que le retard de phase est déterminé par le produit de la longueur d du trajet par l'indice de réfraction n. Ce produit est appelé *chemin optique*.

l'introduction d'un déphasage supplémentaire ne change rien à ses caractéristiques.

Pour transformer une lumière elliptique en lumière rectiligne (ainsi que pour transformer une polarisation rectiligne en une polarisation elliptique d'une valeur donnée de δ), on peut utiliser un coin cristallin taillé de façon bien déterminée par rapport à son axe optique (fig. 3.4). Son utilisation permet de compenser n'importe quel déphasage. En plaçant ce coin entre deux polariseurs et l'éclairant avec une source ponctuelle de lumière on observe à la sortie

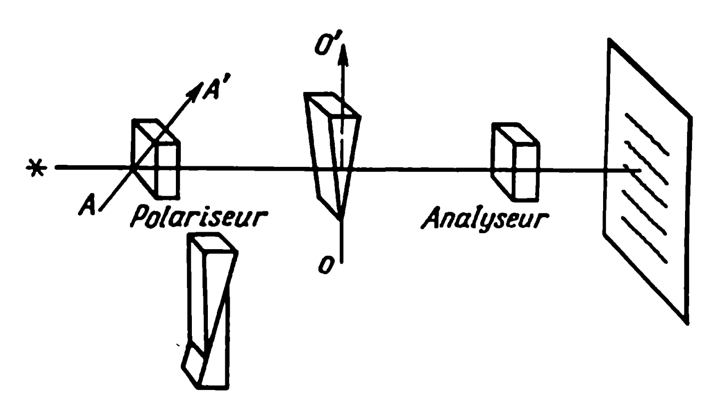


Fig. 3.4. Schéma d'un montage de mesure de la polarisation elliptique au moyen d'un coin

En bas, on a représenté un système de deux coins accouplés utilisé souvent dans les compensateurs. Les axes optiques du polariseur AA' et du coin OO' forment entre eux un certain angle

une succession de franges sombres, parallèles à sa face réfringente et qui correspondent à $\delta = k\pi$. Si l'on dispose, derrière le coin, une lame quart-d'onde on observe un déplacement des franges. Lorsque le coin est éclairé par une source non ponctuelle, il est nécessaire de se servir d'une lentille pour focaliser, sur l'écran, les franges localisées sur la surface du coin cristallin. Cette expérience permet de comprendre le fonctionnement des dispositifs utilisés pour la mesure du degré d'ellipticité d'un rayonnement (dispositifs appelés *compensateurs*). On utilise généralement deux coins accolés suivant leurs faces obliques, que l'on peut faire glisser l'un par rapport à l'autre, créant ainsi le déphasage requis δ de deux ondes polarisées suivant deux plans rectangulaires. Les coins glissant l'un sur l'autre sont équivalents à une lame d'épaisseur variable.

Examinons plus en détail la question de l'intensité d'une lumière, polarisée dans un plan, après qu'elle aura traversé une lame cristalline quelconque. Désignons par BB' la direction de vibrations du vecteur E du rayon ordinaire (fig. 3.5). OO' sera alors la direction de vibrations de E du rayon extraordinaire. Il est clair que $OO' \perp BB'$ et se trouve dans le plan de la section principale du cristal. Supposons qu'une onde plane tombe sur le cristal et que la direction AA' de vibrations du vecteur E fait avec BB' un angle α. En désignant

respectivement par $(E_0)_o$ et $(E_0)_e$ les amplitudes de vibrations du vecteur E dans le rayon ordinaire et extraordinaire, il vient

$$(E_0)_o = (E_0)_{\text{inc}} \cos\alpha, \quad (E_0)_e = (E_0)_{\text{inc}} \sin\alpha.$$

Comme l'intensité I de la lumière est définie comme le carré de l'amplitude des oscillations, on obtient

$$I_o = I_{\text{inc}} \cos^2\alpha, \quad I_e = I_{\text{inc}} \sin^2\alpha.$$

Il s'ensuit que

$$\frac{I_e}{I_o} = \text{tg}^2\alpha, \quad I_o + I_e = I_{\text{inc}}. \tag{3.1}$$

La valeur du rapport I_o/I_e dépend de l'angle α. De $\pi/2$ en $\pi/2$, soit I_o soit I_e s'annulent. Ces corrélations sont connues sous le

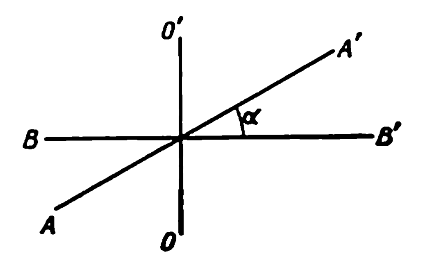


Fig. 3.5. Diagramme pour la démonstration de la loi de Malus

nom de la *loi de Malus*, et on peut en faire une démonstration expérimentale à l'aide du montage illustré par la fig. 3.6. En faisant tourner le polariseur par rapport au cristal et en choisissant le

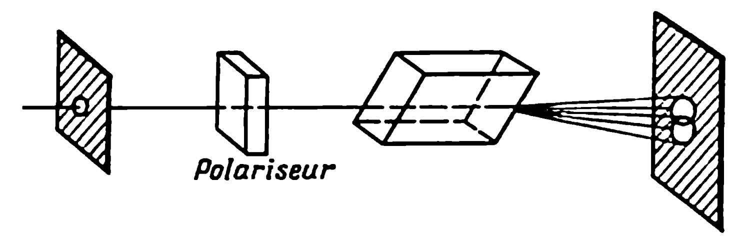


Fig. 3.6. Schéma d'une expérience illustrant les règles de Malus

diamètre du faisceau lumineux de telle sorte que dans l'épaisseur du cristal les faisceaux se recouvrent partiellement, nous constaterons que tant que les faisceaux se superposent, l'intensité lumineuse est constante, mais dès que l'on tourne le cristal par rapport au polariseur, l'intensité relative des taches lumineuses change.

Pour réaliser cette expérience, on utilise les dispositifs et les accessoires permettant d'obtenir une lumière polarisée, qui mettent à profit les propriétés dont il a été question ci-dessus. Parmi ces dispositifs figure le *prisme de Nicol* (fig. 3.7) qui permet d'éliminer

l'un des rayons par réflexion totale et absorption sur une face latérale noircie, ou bien on l'évacue du dispositif dans le cas d'un flux important (fig. 3.7, *a*) ; l'autre rayon traverse le cristal. Pour fabriquer le polariseur de Nicol on découpe d'une manière déterminée un cristal de spath d'Islande. Les deux moitiés du cristal sont ensuite recollées au baume du Canada ; c'est une substance transparente pour la lumière visible, dont l'indice de réfraction $n_{\text{b. c}} \approx 1{,}55$ vérifie la condition $n_e < n_{\text{b. c}} < n_o$. Avec la forme géométrique adoptée, une lumière tombant sur le prisme de Nicol sous un angle d'incidence convenable, le rayon ordinaire subit dans la couche de baume du Canada une réflexion totale, tandis que le rayon extraordinaire traverse le prisme. Le prisme de Nicol est un excellent polariseur (le rayon émergent est complètement polarisé), mais les cristaux parfaits de spath d'Islande de grandes dimensions sont plutôt rares, de sorte que la réalisation d'un grand prisme est fort coûteuse. Par ailleurs le baume du Canada absorbe les rayons ultraviolets ; par suite on utilise dans l'ultraviolet les *prismes de Wollaston* (fig. 3.7, *b*), utilisant eux aussi le spath d'Islande, mais sans baume du Canada. Les directions des axes optiques dans les deux moitiés du cristal de spath qui forment ensemble le prisme biréfringent, sont orthogonales. De ce fait à l'intérieur du prisme les rayons ordinaire et extraordinaire divergent et émergent du cristal sous des angles différents (fig. 3.7, *b*). On obtient ainsi deux rayons divergents, polarisés dans des directions rectangulaires. On notera que du prisme de Nicol (fig. 3.7, *a*) émerge un rayon complètement polarisé.

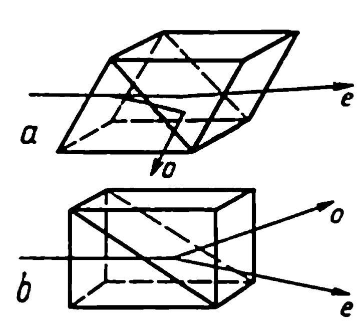


Fig. 3.7. Prisme de Nicol (*a*) et prisme de Wollaston (*b*)

Il existe d'autres polariseurs qui, eux, sont basés sur le phénomène du *dichroïsme*, propriété de certains cristaux d'assurer une absorption sélective de la lumière d'une certaine polarisation. Parmi ceux-ci la tourmaline est un cristal qui manifeste la propriété d'absorber presque complètement le rayon ordinaire, tandis que le rayon extraordinaire d'une composition spectrale déterminée (région jaune-vert du spectre visible) traverse le cristal. De ce fait les cristaux de tourmaline se comportent non seulement en polariseurs, mais encore comme des filtres de lumière. Le dichroïsme est un phénomène compliqué que nous n'analyserons pas ici. On notera seulement que le dichroïsme est surtout utilisé pour la réalisation de *polaroïds* qui sont largement utilisés en sciences et en techniques. Un polaroïd est constitué par une multitude de petits cristaux doués de la propriété du dichroïsme, déposés sur un support transparent, en celluloïd par exemple. On obtient ainsi des feuilles de grandes

dimensions assurant une polarisation pratiquement complète de la lumière de presque toute la partie visible du spectre; ce n'est que pour le rouge et le violet que le degré de polarisation est relativement faible.

Pour conclure revenons sur l'aspect qualitatif de la nature des phénomènes déterminant la biréfringence et les autres particularités du passage de la lumière à travers les cristaux. Il est évident que la principale propriété physique se trouvant à l'origine de ces phénomènes est l'anisotropie des cristaux. Il serait cependant correct de considérer l'anisotropie comme un effet plutôt intégral, résultant d'une répartition ordonnée des molécules et non de l'asymétrie des molécules elles-mêmes; en effet cette dernière doit s'annuler pour une disposition chaotique des molécules et, dans le cas général, elle ne peut conduire à l'apparition de directions privilégiées dans la substance considérée.

Nous avons déjà mentionné que sous l'action de contraintes extérieures un corps isotrope peut devenir anisotrope. Il en résulte qu'il est possible de créer artificiellement des milieux biréfringents. Dans ce qui suit, nous décrivons deux procédés essentiels de production de milieux biréfringents artificiels.

1. Anisotropie résultant de contraintes mécaniques. Si l'on soumet un corps transparent à une compression (ou à une traction), celui-ci est transformé en un « quasi-cristal » dont l'axe optique est

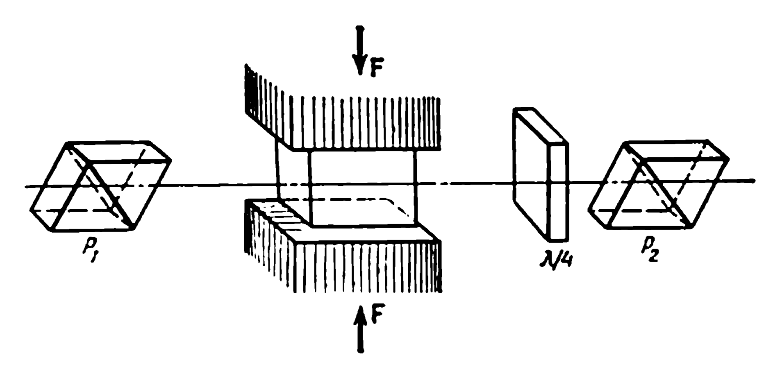


Fig. 3.8. Schéma de montage pour l'étude de la biréfringence mécanique résultant de la déformation d'un corps transparent isotrope

dirigé le long de la direction d'application de la contrainte (compression ou traction). Il est bien évident que dans un plan perpendiculaire à la direction de compression toutes les propriétés doivent être symétriques; il convient de parler alors de la création d'un quasi-cristal uniaxe. Cet effet peut être aisément démontré par l'expérience (voir schéma du montage expérimental fig. 3.8). A travers le corps soumis à la compression on fait passer un faisceau lumineux perpendiculairement à l'axe optique ainsi généré; il est évident que, dans ces cocditions, on doit obtenir à la sortie une lumière elliptique.

Pour déterminer Δn, on utilise une lame quart-d'onde; la direction de vibration du vecteur E de l'onde qui a traversé le polariseur P_1 et l'analyseur P_2 doit faire avec l'axe du quasi-cristal un angle égal à $\pi/4$. Il apparaît que $\Delta n \sim F$, F étant la tension interne induite dans le cristal. Il s'ensuit qu'en mesurant Δn on peut évaluer la contrainte à laquelle se trouve soumis le corps à l'étude. Cela permet d'élaborer un procédé optique d'étude des tensions internes dans différents systèmes. Il va de soi qu'il n'est utilisable que pour les corps transparents, mais on peut modeler sur des corps transparents les systèmes mécaniques à l'étude et évaluer les tensions existant dans leurs parties constituantes. Le procédé optique est largement mis en œuvre pour la détection, dans les verres optiques, des

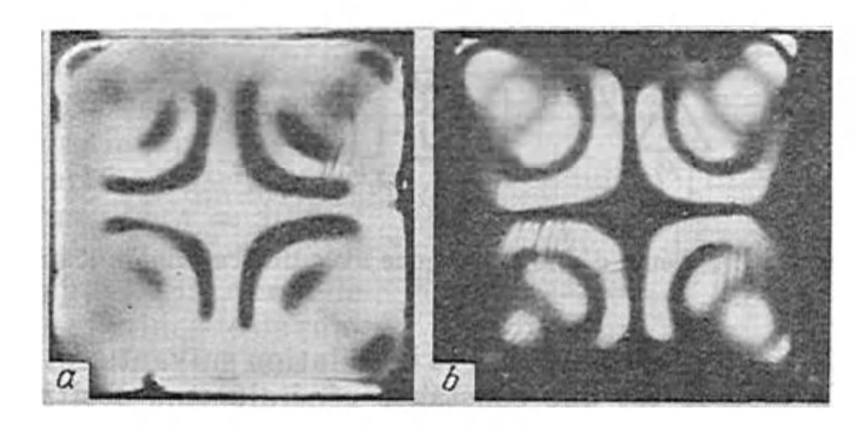


Fig. 3.9. Figures apparaissant en lumière polarisée dans un verre comportant des tensions mécaniques internes

a) cube en verre trempé disposé entre polaroïds parallèles; *b*) les polaroïds sont en positions rectangulaires

tensions qui y apparaissent lors de leur fabrication. Toutes les pièces importantes des dispositifs optiques sont en règle générale examinées en lumière polarisée pour déceler les tensions résiduelles toujours possibles. La fig. 3.9 montre les cartes de tensions internes décelées dans des verres qui ont subi un traitement thermique. La différence $\Delta n = n_e - n_o$ dépend de la longueur d'onde, de sorte qu'en éclairant ces verres avec une lumière non monochromatique la carte des tensions en lumière polarisée apparaît colorée.

2. Anisotropie due aux champs électriques. L'apparition d'une anisotropie dans un cristal placé dans un champ électrique a été décelée en 1875 par Kerr et, depuis cette époque, trouve de nombreuses applications. Actuellement l'*effet Kerr* est bien connu tant du point de vue expérimental que de celui de la théorie. L'acquisition de connaissances aussi complètes a été rendue possible grâce à ce que l'effet Kerr se manifeste dans des substances se trouvant à l'état liquide et à l'état gazeux dont l'étude est plus facile que celle des

corps solides. Le schéma expérimental est relativement simple (fig. 3.10). On dispose entre deux polariseurs croisés P_1 et P_2 un condensateur plat. Entre les armatures du condensateur on place une cuvette renfermant du nitrobenzène liquide, substance où l'effet Kerr est intense. Lorsqu'on applique une différence de potentiel, les molécules de nitrobenzène se polarisent et s'alignent le long du champ, créant ainsi une anisotropie dont la direction privilégiée (axe optique du quasi-cristal) se confond avec celle du champ électrique. De même que dans le cas d'application de contraintes mécaniques à un cristal, la lumière transmise est polarisée elliptiquement; elle passe partiellement à travers un second polariseur croisé par rapport au premier, de sorte qu'il ne laisse pas pass·ı la lumière

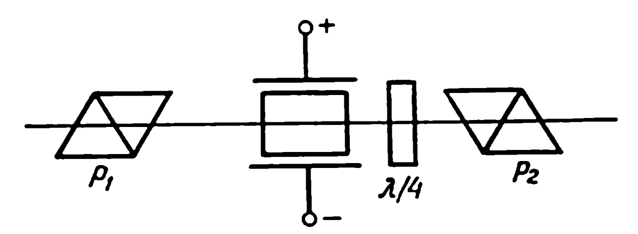


Fig. 3.10. Schéma d'une expérience avec une cellule de Kerr

rectiligne. L'expérience conduit à la corrélation suivante $\Delta n = n_e - - n_o = KE^2$, où K est une constante généralement positive. Pour certaines substances, K est négative (donc $n_o > n_e$, le quasi-cristal est dit *négatif*).

Cet effet particulier a été interprété par Born qui a développé ainsi la théorie initiale du phénomène due à Langevin. Dans la théorie de Langevin, on postulait l'apparition et l'alignement de moments dipolaires induits sous l'action du champ électrique appliqué ; la théorie de Born tient compte, en plus de ceux-ci, de l'orientation des moments dipolaires permanents existant dans certains liquides. Le signe de la constante de Kerr dépend de l'influence relative de ces deux processus physiques.

La valeur absolue K de la constante de Kerr caractérise l'aptitude d'une substance donnée à son utilisation dans une cellule de Kerr. D'habitude on entend par constante de Kerr cette constante exprimée en unités de longueur d'onde, c.-à-d. K/λ. Sa valeur diminue notablement lorsque la température s'élève, puisque l'agitation thermique des molécules s'oppose à leur alignement suivant la direction du champ appliqué. La constante de Kerr du nitrobenzène est assez grande, et l'effet se laisse observer facilement si l'on applique aux bornes du condensateur une impulsion de tension de quelques centaines de volts d'amplitude. Quant aux autres liquides et surtout pour les gaz, l'effet Kerr ne se manifeste que sous une intensité de champ électrique beaucoup plus importante.

La particularité la plus notable de l'effet Kerr, celle-là même qui détermine sa large utilisation pratique, est sa très faible inertie. Cette propriété des cellules de Kerr a été vérifiée dans toute une série d'expériences ingénieuses (voir schéma de montage fig. 3.11) et a fait ensuite l'objet de bien des études détaillées. La source lumineuse (étincelle condensée) et la cellule de Kerr sont alimentées par une seule et même source de courant. Dès qu'une étincelle jaillit entre les électrodes et donne naissance à une impulsion lumineuse, l'effet Kerr commence aussitôt à décroître par suite de la relaxation des moments dipolaires des molécules. A l'aide d'un système de miroirs on peut allonger le chemin optique entre la source lumineuse et la cellule de Kerr. L'expérience montre que pendant le temps que met la lumière pour parcourir un trajet de 400 cm, toute trace de biréfringence disparaît. On en déduit le temps d'inertie du processus qui est caractérisé par une durée moyenne de $\tau \approx 10^{-8}$ s. Dans d'autres expériences, on a tenu compte de la durée de formation de l'étincelle de rupture dans le gaz, ce qui a encore réduit le temps d'inertie de l'effet Kerr ($\tau < 10^{-9}$ s). Tous ces résultats ont conduit à l'élaboration d'un obturateur optique sans temps d'inertie, ce qui a permis de jeter les bases de la physique des processus extrarapides (*technique dans la gamme des nanosecondes*; 1 ns = 10^{-9} s). Au cours de ces dernières années, cette technique commence à jouer un rôle important en raison de l'apparition de flux lumineux de très grande puissance, générés par les lasers. En effet, en générant dans un laser à cristal une impulsion lumineuse d'une énergie de ~10 J et d'une durée ~10^{-3} s, la puissance de cette impulsion atteint 10 kW. Si maintenant on arrive à désexciter ce système durant 10^{-8} s à l'aide d'un système à grande vitesse de fonctionnement (une cellule de Kerr par exemple) la puissance de l'impulsion atteindra alors 1 GW. Les « impulsions gigantesques » présentent des propriétés physiques absolument nouvelles. La mise en œuvre de flux lumineux d'aussi grande puissance est fort importante aussi bien pour l'optique non linéaire, qui se développe rapidement, que pour la solution de problèmes techniques les plus divers.

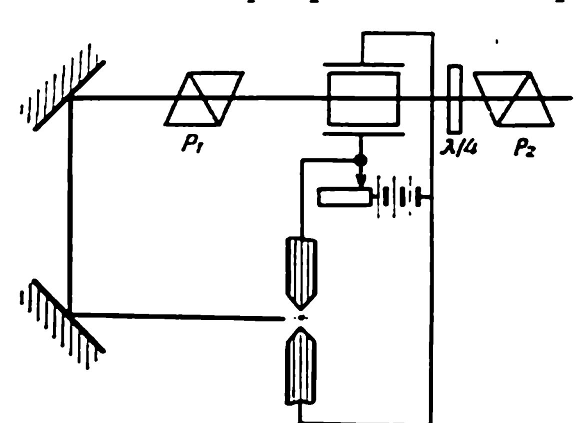


Fig. 3.11. Schéma du montage de mesure du temps de réponse d'une cellule de Kerr

§ 3.2. Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope

L'égalité simple $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ (ε étant une grandeur scalaire) que l'on utilise pour décrire les milieux isotropes cesse d'être valable pour un diélectrique anisotrope. La corrélation entre les vecteurs **D** et **E** devient alors plus compliquée et fait intervenir un *tenseur de permittivité*. Elle s'écrit alors sous la forme suivante

$$\begin{aligned} D_1 &= \varepsilon_{11}E_1 + \varepsilon_{12}E_2 + \varepsilon_{13}E_3, \\ D_2 &= \varepsilon_{21}E_1 + \varepsilon_{22}E_2 + \varepsilon_{23}E_3, \\ D_3 &= \varepsilon_{31}E_1 + \varepsilon_{32}E_2 + \varepsilon_{33}E_3. \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Il s'ensuit que dans ces conditions les vecteurs **D** et **E** ne sont plus colinéaires.

En optique cristalline, en faisant intervenir certaines considérations, on peut simplifier ces expressions. Ainsi, partant de l'expression de l'énergie électrique par unité de volume $W_{\text{él}} = \mathbf{ED}/(8\pi)$, et en tenant compte de la loi de la conservation de l'énergie, on arrive à établir que les composantes du tenseur de permittivité sont symétriques ($\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$). On démontre aisément que dans tout cristal on peut définir trois directions principales (que l'on identifie aux axes de coordonnées XYZ) pour lesquelles sont vérifiées les égalités suivantes *)

$$D_x = \varepsilon_x E_x, \quad D_y = \varepsilon_y E_y, \quad D_z = \varepsilon_z E_z,$$

avec $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ dans le cas général.

La fig. 3.12 illustre le caractère non colinéaire des vecteurs **E** et **D** dans le cas considéré.

Dans le système de coordonnées XYZ défini ci-dessus se trouve vérifiée l'égalité

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = \text{const.} \qquad (3.3)$$

C'est l'équation d'un ellipsoïde dit *ellipsoïde de Fresnel*. Utilisant l'égalité $n = \sqrt{\varepsilon}$ on peut mettre l'équation ci-dessus sous la forme

$$n_x^2 x^2 + n_y^2 y^2 + n_z^2 z^2 = \text{const.} \qquad (3.4)$$

L'égalité (3.4) montre que les axes principaux de l'ellipsoïde de Fresnel sont les inverses des trois principaux indices de réfraction n_x, n_y, n_z. On sait que tout ellipsoïde possède deux sections

---

*) En mathématiques cette opération est appelée *diagonalisation de la matrice*

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}.$$

circulaires (fig. 3.13). Les directions qui sont perpendiculaires à ces sections sont appelées *axes optiques* du cristal, qui dans le cas général ne doit avoir que deux axes principaux. Dans le cas où $\varepsilon_z = \varepsilon_y \neq \neq \varepsilon_x$, l'ellipsoïde de Fresnel se réduit à un ellipsoïde de révolution correspondant à un cristal uniaxe dont l'unique axe optique coïncide

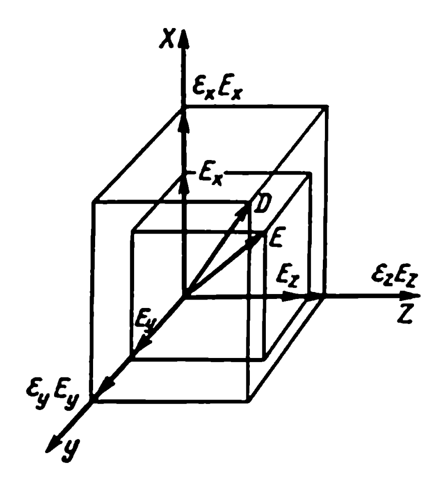


Fig. 3.12. Directions non colinéaires des vecteurs **E** et **D** dans un milieu anisotrope

Fig. 3.13. Ellipsoïde de Fresnel d'un cristal biaxe
$O'O'$ et $O''O''$ — axes optiques du cristal

avec l'axe X. Nous avons déjà décrit au § 3.1 les principales propriétés optiques des cristaux uniaxes ainsi que les procédés de mise en évidence de cette direction privilégiée.

Nous allons formuler maintenant les conséquences que l'on peut tirer de l'application des équations de Maxwell à un milieu anisotrope non conducteur où les vecteurs **D** et **E** sont liés entre eux à l'aide de la matrice diagonale

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}. \qquad (3.5)$$

Supposons que $\mu = 1$, soit $\mathbf{B} = \mathbf{H}$, ce qui est conforme aux données expérimentales relatives à la propagation de la lumière dans les cristaux. Les équations de Maxwell s'écrivent alors

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \text{rot}\,\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \qquad (3.6)$$

Cherchons les solutions en écrivant l'intensité du champ électrique sous la forme suivante

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{\mathbf{k}_1\mathbf{r}}{u}\right)\right] = \mathbf{E}_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{\mathbf{k}_1\mathbf{r}}{c}\,n\right)\right] =$$
$$= \mathbf{E}_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{k_{1x}x + k_{1y}y + k_{1z}z}{c}\,n\right)\right]. \qquad (3.7)$$

$\mathbf{k}_1$ est le vecteur unité de la normale au front de l'onde ($\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}/k$, où $k = 2\pi/\lambda$). Dans un milieu isotrope, ce vecteur coïncide avec la direction du vecteur de flux d'énergie $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\,\mathbf{H}]$.

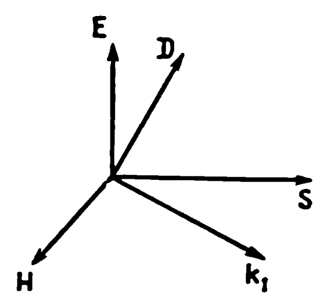


Fig. 3.14. La normale $\mathbf{k}_1$ au front de l'onde dans le cristal ne coïncide pas avec la direction de propagation de l'énergie S

On peut établir une expression analogue pour le vecteur **H**. Rappelons que $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 \times \exp[i\omega(t - \mathbf{k}_1\mathbf{r}/u)]$, la direction de $\mathbf{D}_0$ étant différente de celle de $\mathbf{E}_0$. En supposant qu'à l'intérieur du cristal la densité des charges libres est égale à zéro, nous avons div $\mathbf{D} = 0$, tandis que div $\mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$ ne s'annule pas puisque **E** n'est pas colinéaire avec **D**.

Pour résoudre les équations de Maxwell (3.6) nous remarquerons que, pour une onde plane, la différentiation par rapport au temps et aux coordonnées se ramène aux opérations suivantes

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega, \quad \frac{\partial}{\partial x} = -i\omega\frac{n}{c}k_{1x}.$$

On a alors

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{E})_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\frac{n}{c}(k_{1y}E_z - k_{1z}E_y),$$

et en même temps

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{E})_x = -\frac{1}{c}i\omega H_x.$$

De même pour l'équation rot $\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ on a :

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{H})_x = -i\omega\frac{n}{c}(k_{1y}H_z - k_{1z}H_y), \quad (\mathrm{rot}\,\mathbf{H})_x = \frac{1}{c}i\omega D_x.$$

Sous la forme vectorielle ces expressions s'écrivent

$$n[\mathbf{E}\mathbf{k}_1] = -\mathbf{H}, \quad n[\mathbf{H}\mathbf{k}_1] = \mathbf{D}. \tag{3.8}$$

Il en découle que le vecteur $\mathbf{k}_1$ définissant la direction de la normale au front de l'onde est perpendiculaire aux vecteurs **H** et **D**. Quant au vecteur $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\,\mathbf{H}]$ définissant la direction dans laquelle se propage le flux d'énergie, il est perpendiculaire aux vecteurs **E** et **H** et ne coïncide pas avec la direction de $\mathbf{k}_1$ puisque **D** et **E** ne sont pas colinéaires. La fig. 3.14 illustre ces conclusions qui sont tirées de la résolution des équations de Maxwell. On en conclut que lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un cristal, la vitesse de phase **u** (dirigée suivant $\mathbf{k}_1$) n'a pas la même direction que la vitesse de groupe **U** (dont la direction coïncide avec celle du vec-

teur S). Le vecteur **E**, tout en restant perpendiculaire au vecteur **H**, ne l'est pas par rapport à la direction de propagation de la phase de l'onde, donnée par le vecteur $\mathbf{k}_1$. De ce point de vue, l'onde qui se propage dans un cristal n'est pas rigoureusement transversale, puisqu'il existe une composante non nulle du vecteur **E** sur la direction de $\mathbf{k}_1$ de même pour le vecteur **D** suivant la direction de S. Ce n'est que dans le cas où l'onde se propage le long de l'une des directions principales (le vecteur $\mathbf{k}_1$ étant dirigé suivant cette direction prise pour axe de coordonnées) que le vecteur **D** est colinéaire avec le vecteur **E**.

On remarquera que les transformations que nous avons opérées permettent de trouver une solution générale au problème de la propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal. En effet en combinant les deux équations de Maxwell nous avons

$$\mathbf{D} = -n^2\,[[\mathbf{E}\mathbf{k}_1]\,\mathbf{k}_1] = n^2\,(\mathbf{E} - \mathbf{k}_1\,(\mathbf{E}\mathbf{k}_1)). \qquad (3.9)$$

En résolvant cette équation simultanément avec l'équation $\mathbf{D} = (\varepsilon)\,\mathbf{E}$, on peut trouver, sous sa forme explicite, la matrice de ε, puis écrire les formules de Fresnel et les autres expressions concernant le cas considéré. Nous n'exposerons pas ici ces calculs laborieux et fastidieux *) en nous contentant d'analyser quelques problèmes importants concernant la propagation des ondes électromagnétiques dans les cristaux.

En nous basant sur les notions que nous avons introduites, nous allons démontrer que l'onde réfractée par le cristal présente une *polarisation elliptique* lorsque le cristal est orienté d'une certaine façon par rapport à la lumière rectiligne incidente. Considérons la propagation de l'onde électromagnétique le long de l'une des directions principales du cristal que nous ferons coïncider avec l'axe Z. Selon l'orientation du vecteur **E** dans l'onde incidente par rapport aux deux autres directions principales (X et Y) on doit distinguer deux cas différents.

1°. Supposons que le vecteur **E** soit dirigé le long de l'une des directions principales, l'axe X par exemple (fig. 3.15). Pour l'onde incidente nous pouvons alors écrire

$$E = E_x = \operatorname{Re} E_{0x} \exp\,[i\omega\,(t - z/u)].$$

Dans le cristal, $D = D_x$ et $D_x = \varepsilon_x E_x$. Par conséquent il y apparaît une onde dont le vecteur E' sera, lui aussi, dirigé le long de l'axe X. Cette onde se propage dans le cristal à une vitesse $u' = c/\sqrt{\varepsilon_x}$, et elle est décrite par l'équation

$$E' = \operatorname{Re} E'_{0x} \exp\,[i\omega\,(t - z/u')]. \qquad (3.10a)$$

*) A. Sommerfeld, *Optik*, 1950.

Des considérations en tout point similaires montrent que si le vecteur **E** de l'onde incidente est dirigé suivant l'axe Y, l'onde qui se propage dans le cristal aura une vitesse $u'' = c/\sqrt{\varepsilon_y}$ et son vecteur **E''** oscillera le long de l'axe Y. L'équation de cette onde est

$$E'' = \mathrm{Re}\, E''_{0y} \exp [i\omega (t - z/u'')]. \qquad (3.10b)$$

2°. Supposons que le vecteur **E** de l'onde incidente se trouve dans le plan XY et fait un angle α avec l'axe X (fig. 3.15). Décomposons l'oscillation initiale **E** en deux composantes, l'une suivant l'axe X, l'autre suivant l'axe Y. Dans ces conditions, on verra se propager dans le cristal, suivant une seule et même direction (axe Z), deux ondes de vitesses différentes ($u' \neq u''$); ces ondes présentent des polarisations rectangulaires. Le déphasage δ entre ces ondes dépend de l'épaisseur d de la lame cristalline; par suite, à la sortie, on doit observer une onde de polarisation elliptique qui ne se réduit à une polarisation rectiligne que pour $\delta = 0$, π, 2π, . . . Lorsque $\delta = (2k + 1)\, \pi/2$ et $\alpha = \pi/4$, se trouvent réunies les conditions requises pour qu'apparaisse une polarisation circulaire; expérimentalement on décèle une lumière circulaire lorsqu'on fait passer un faisceau lumineux à travers une lame quart-d'onde convenablement orientée (*cf.* § 3.1). On conçoit aisément pour quelles raisons l'onde émergente d'une lame quart-d'onde peut être polarisée rectilignement pour certaines orientations de celle-ci; ces orientations sont celles pour lesquelles $E = E_x$ ou $E = E_y$.

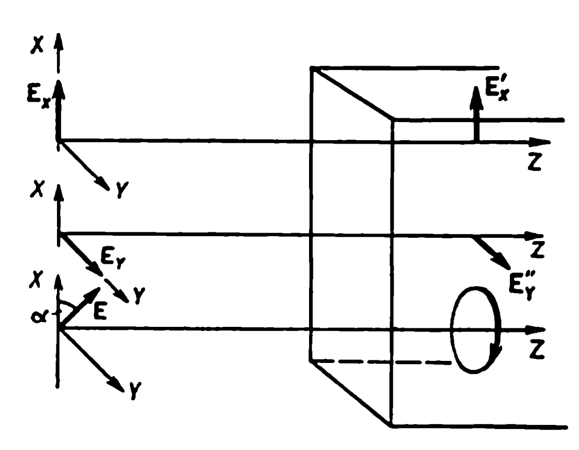


Fig. 3.15. Apparition d'une polarisation elliptique lorsque la lumière se propage le long de l'une des directions principales du cristal

Il est tout aussi facile d'interpréter le *phénomène de biréfringence* dans les cristaux. Pour être concret, nous considérerons un cristal uniaxe, bien qu'il soit facile d'arriver au même résultat dans le cas général.

Soit un pinceau de lumière naturelle (non polarisée) se propageant dans l'air et tombant sous un angle φ sur un cristal uniaxe. Disposons le système de coordonnées XYZ comme représenté sur la fig. 3.16; l'axe X y est perpendiculaire à la feuille et les axes Y et Z sont dans son plan. La normale à l'onde incidente se trouve elle aussi dans le plan de la feuille (YZ). Posons que pour le cristal uniaxe considéré $\varepsilon_y = \varepsilon_z \neq \varepsilon_x$. Introduisons les notations suivantes: $\varepsilon_x = \varepsilon_e$, $\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_0$. Remplaçons l'onde incidente par deux ondes planes

(dont les phases sont aléatoires) et considérons deux cas: dans le premier, le vecteur **E** de l'onde incidente vibre le long de l'axe X (fig. 3.16, *a*) et dans l'autre (fig. 3.16, *b*) il vibre dans le plan YZ. Il est clair que dans le cristal on aura également deux ondes, le vecteur de l'une vibrant le long de l'axe X et celui de l'autre vibrant dans le plan YZ. Nous pouvons écrire pour ces deux ondes les égalités suivantes:

$$\text{(a)}\ \sin\varphi/\sin\varphi_2' = \sqrt{\varepsilon_e}, \quad \text{(b)}\ \sin\varphi/\sin\varphi_2'' = \sqrt{\varepsilon_0}.$$

Comme $\varepsilon_0 \neq \varepsilon_e$, $\varphi_2' \neq \varphi_2''$, cela signifie que les rayons réfractés sont polarisés dans des plans rectangulaires et se propagent dans des directions différentes. Donc si l'on fait tomber sur un cristal un pinceau de lumière naturelle (non polarisée), ce pinceau sera scindé dans le cristal en deux pinceaux non parallèles, tous deux présentant une polarisation rectiligne complète.

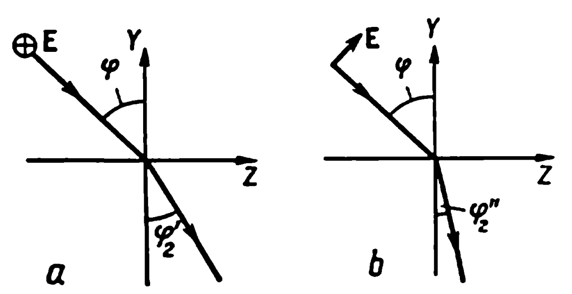


Fig. 3.16. Interprétation de la biréfringence par la théorie électromagnétique ($\varphi_2' \neq \varphi_2''$)

Il est bien évident que ces quelques considérations ne constituent pas une démonstration rigoureuse de la nature du phénomène. Nous n'avons examiné qu'un cas particulier, bien adapté pour mettre en évidence le plus simplement possible les principales corrélations. Une étude plus générale peut être effectuée par la méthode des valeurs extrêmes que nous avons utilisée pour l'établissement des formules de Fresnel. On peut alors non seulement démontrer l'existence de la biréfringence dans les cristaux, mais calculer aussi les amplitudes des rayons ordinaire et extraordinaire. Nous mentionnons ce dernier fait dont il n'a pas été question dans ce qui précède, afin d'en tirer une conclusion de portée générale. La théorie électromagnétique permet d'expliquer *toutes* les propriétés d'une onde se propageant dans un cristal, notamment la direction des ondes réfractées, leur polarisation et le rapport des amplitudes des rayons ordinaire et extraordinaire à celle de l'onde incidente. Elle fournit également les méthodes de détermination de ces caractéristiques. Supposons connues les propriétés du cristal à l'étude, ce qui implique que l'on peut construire son ellipsoïde de Fresnel, ainsi que l'*ellipsoïde réciproque* *) dont l'utilisation est fort commode pour

*) L'équation de l'ellipsoïde réciproque (ou ellipsoïde des indices) est

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = \text{const.}$$

Pour la démonstration voir A. Sommerfeld, *Optik*, 1950.

calculer les indices de réfraction. Fixons la direction d'incidence de la lumière et coupons l'ellipsoïde des indices par un plan perpendiculaire à cette direction. Cette section est une ellipse dont les demi-grands axes permettent de déterminer les indices de réfraction, les directions possibles des vibrations au sein du cristal et définissent donc les polarisations des deux ondes planes qui y sont apparues. Cependant, pour la résolution de problèmes pratiques d'optique cristalline, on utilise pour raison de commodité la construction d'Huygens.

§ 3.3. Construction d'Huygens

C'est à Huygens que l'on doit d'avoir développé une théorie conséquente de la propagation d'une onde lumineuse à travers un cristal, permettant d'expliquer le phénomène de biréfringence. La

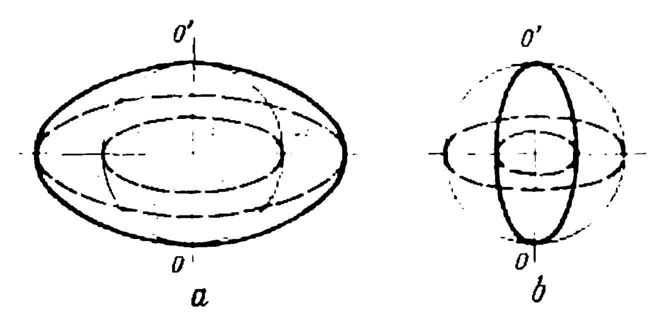


Fig. 3.17. Surfaces d'onde: *a*) dans un cristal négatif ($n_o \geqslant n_e$) et *b*) dans un cristal positif ($n_o \leqslant n_e$)

méthode qu'il imagina est fort simple et le procédé de détermination des directions des rayons ordinaire et extraordinaire qui en découle est utilisé à ce jour.

La théorie d'Huygens se fonde sur l'idée que dans le cristal l'onde possède deux surfaces d'onde distinctes. La vitesse du rayon ordinaire $u_o = c/n_o$ est la même suivant toutes les directions (la surface d'onde correspondante est donc sphérique). La vitesse du rayon extraordinaire $u_e = c/n_e$ dépend de sa direction de propagation, et sa valeur ne coïncide avec celle de u_o que le long de l'axe optique du cristal ; dans une direction perpendiculaire à l'axe optique la différence entre u_e et u_o est la plus grande. Pour un cristal uniaxe, la surface d'onde du rayon extraordinaire est un ellipsoïde de révolution, qui est tangent à la surface d'onde sphérique du rayon ordinaire suivant l'axe optique du cristal. Pour un cristal négatif $n_o \geqslant n_e$ et par suite $u_o \leqslant u_e$, ce qui implique que la surface sphérique est inscrite dans l'ellipsoïde. Pour un cristal positif $u_o \geqslant u_e$ et la surface d'onde du rayon ordinaire (sphère) embrasse la surface d'onde ellipsoïdale du rayon extraordinaire. Ces deux cas sont illustrés par la fig. 3.17.

L'explication du phénomène de biréfringence se base sur le *principe d'Huygens*, postulant que tout point d'une surface d'onde se comporte comme une source d'ondes secondaires. A tout instant ultérieur, le front de l'onde qui se propage est une surface qui est l'enveloppe des surfaces d'onde des ondes secondaires.

Dans le cas où la lumière passe d'un milieu isotrope à un autre, la construction d'Huygens est particulièrement simple (fig. 3.18). On construit la trace OA de la surface de l'onde incidente à l'instant où celle-ci atteint le point O de la surface de séparation des deux

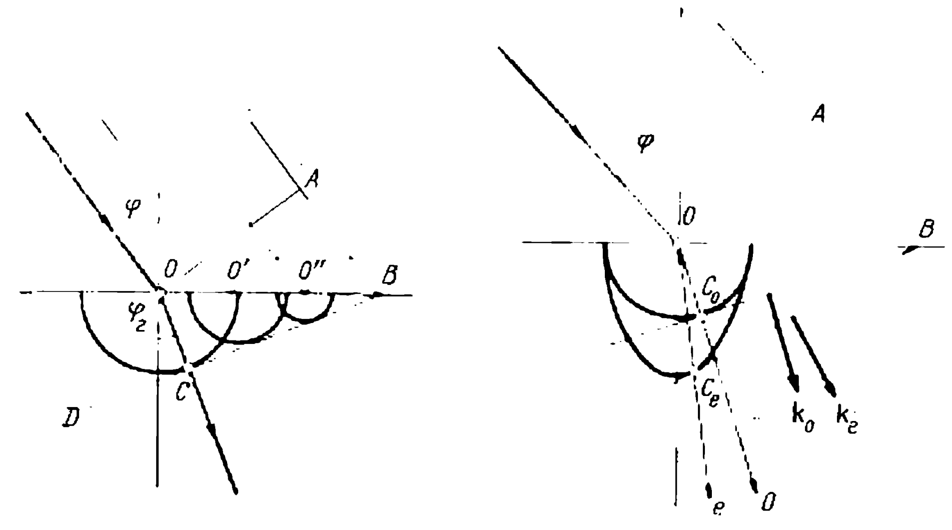


Fig. 3.18. Construction d'Huygens pour un milieu isotrope

Fig. 3.19. Construction d'Huygens pour un milieu anisotrope
La surface du cristal est parallèle à l'axe optique

milieux. Prenant le point O pour centre, on trace un hémicercle de rayon $OC = u_2 \Delta t$ (Δt est le temps que l'onde met à parcourir le chemin AB dans le premier milieu). Il est clair que $AB = u_1 \Delta t$ et $OC = u_2/u_1 AB$. On peut répéter cette même construction pour les points O', O'', etc. L'enveloppe de tous ces hémicercles est la droite BD ; la normale à cette droite (le rayon) forme l'angle φ_2 avec la normale à la surface de séparation des deux milieux. En découlent les lois de réflexion et de réfraction des ondes lumineuses ; le principe d'Huygens permet donc d'établir les lois de l'optique géométrique. Quant à l'optique ondulatoire, on montrera au ch. VI les raisons pour lesquelles ce principe (sans les considérations complémentaires de Fresnel) ne peut lui servir de base.

Ce même procédé de construction du front de l'onde peut être appliqué à l'étude du passage d'une onde d'un milieu isotrope dans un milieu anisotrope. Si l'on connaît la direction de l'axe optique du cristal, il est facile de construire les deux surfaces d'onde correspondant aux rayons ordinaire et extraordinaire.

Une telle construction est illustrée par la fig. 3.19 pour une onde tombant sous un angle φ sur la surface d'un cristal négatif, découpé de manière à rendre l'axe optique parallèle à sa surface exposée. Les tangentes aux surfaces d'onde définissent les fronts d'onde des rayons ordinaire et extraordinaire dont les directions de propagation sont caractérisées par les vecteurs $\mathbf{k}_o$ et $\mathbf{k}_e$. On a représenté sur cette figure les directions de propagation *e* et *o* des flux d'énergie des deux ondes; on constate que le rayon extraordinaire n'est pas perpendiculaire au front de l'onde.

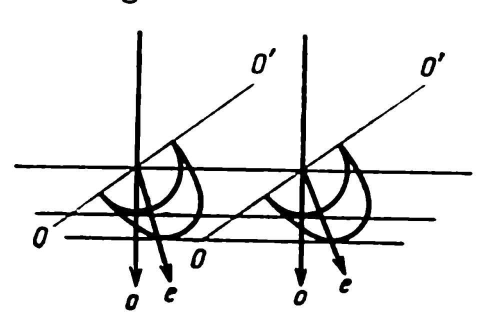


Fig. 3.20. Construction d'Huygens pour le cas d'une lumière tombant sous incidence normale sur une face naturelle d'un cristal de spath d'Islande:
OO' — axe optique du cristal

Des conclusions évidentes s'imposent aussitôt:

1° le cristal est biréfringent. La construction d'Huygens permet de déterminer les directions de propagation des rayons ordinaire et extraordinaire;

2° la direction du rayon extraordinaire ne coïncide pas avec la normale au front d'onde correspondant.

Donnons encore un exemple de la construction d'Huygens pour le cas d'une incidence normale de la lumière sur une des faces naturelles d'un cristal de spath d'Islande (fig. 3.20). Les fronts d'onde des rayons ordinaire et extraordinaire sont confondus, tandis que les directions des rayons sont différentes par suite de la biréfringence.

Ces deux exemples doivent suffire pour illustrer un procédé aussi simple de construction du front d'onde et de détermination de la direction du rayon ordinaire et de celle du rayon extraordinaire. La construction d'Huygens met bien en évidence la non-coïncidence du rayon extraordinaire avec la normale au front de l'onde dans le cristal. On doit cependant noter que la méthode d'Huygens présente des insuffisances vis-à-vis de la théorie électromagnétique de la lumière; ces insuffisances de la théorie d'Huygens sont:

1° on ne peut en déduire la direction de la polarisation des rayons ordinaire et extraordinaire;

2° elle ne peut trancher la question du rapport des amplitudes des ondes incidente, réfléchie et réfractée;

3° malgré sa simplicité et son caractère évident, on peut dire avec A. Sommerfeld que la validité de la construction d'Huygens doit encore être démontrée. Ce n'est en effet qu'au XIXe siècle qu'il fut mis en évidence qu'un faisceau divergent pouvait être remplacé par un système d'ondes planes.

Dans le cadre de la physique moderne, on peut considérer la construction d'Huygens comme un corollaire de la théorie électromagnétique de la lumière, facilitant l'application de cette théorie à de nombreux problèmes pratiques (*cf.* § 6.2).

§ 3.4. Rotation du plan de polarisation

Les substances jouissant de la propriété de faire tourner le plan de polarisation sont dites *optiquement actives*. Différents corps cristallisés et amorphes sont doués de ce pouvoir rotatoire. Voyons d'abord les faits expérimentaux.

1. Expérience avec le quartz. Pour la démonstration de la rotation du plan de polarisation, il est usuel d'utiliser des cristaux uniaxes. La fig. 3.21 représente un schéma du montage expérimental. Le polariseur et l'analyseur sont croisés à l'extinction. Lorsqu'on dispose entre eux une lame de quartz d'épaisseur d, on voit la lumière réapparaître. Comme le pinceau lumineux se propage le long de

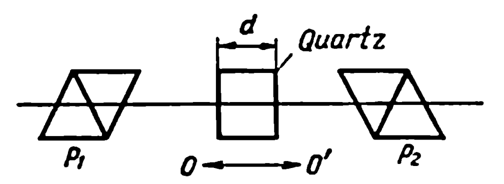


Fig. 3.21. Schéma d'un montage expérimental pour l'étude du pouvoir rotatoire du quartz
OO' — axe optique du cristal

l'axe optique du quartz, il ne peut y avoir de biréfringence. En faisant tourner l'analyseur d'un angle φ on éteint à nouveau la lumière; cela démontre bien qu'on se trouve en présence d'une rotation du plan de polarisation et non d'un autre phénomène (ainsi, par exemple, dans le cas d'une polarisation elliptique, il aurait été impossible d'assurer l'extinction en faisant tourner l'analyseur). L'expérience montre que selon le quartz utilisé, le sens de rotation du plan de polarisation est, pour un observateur recevant la lumière, soit le sens horaire, soit le sens inverse. Dans le premier cas, on dit que la lame est *dextrogyre* et dans le second *lévogyre*. Sans entrer dans l'explication de ce phénomène, nous noterons pour l'instant que les cristaux de quartz dextrogyres et lévogyres ont des formes différentes, l'un étant l'image dans un miroir de l'autre (fig. 3.22).

L'expérience montre que $\varphi = \alpha d$, avec $\alpha \sim \frac{1}{\lambda^2}$ et dépend donc fortement de la longueur d'onde de la lumière incidente. (Si par exemple $d = 1$ mm, on a $\varphi_{\text{jaune}} \approx 20°$, $\varphi_{\text{violet}} \approx 50°$.) On voit donc que la rotation du plan de polarisation par le quartz est aisément observable.

2. Expériences avec les corps amorphes (sucre, camphre, glucose, nicotine, etc.). On utilise le même montage que ci-dessus, mais on remplace la lame de quartz par une cuvette renfermant une substance active. Si d est la longueur de la cuvette, c' est la concentration de la substance active, l'expérience fournit la corrélation $\varphi = [\alpha] dc'$ où $[\alpha]$ est le pouvoir rotatoire de la substance; celui-ci est à peu près proportionnel à ($[\alpha] \sim 1/\lambda^2$), mais dépend peu de la température de la substance. Le pouvoir rotatoire $[\alpha]$ est pratiquement indépendant de l'état d'agrégation de la substance utilisée.

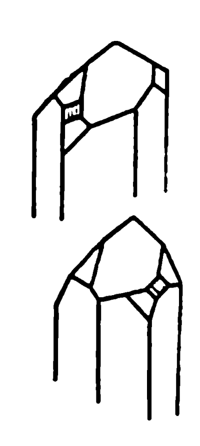


Fig. 3.22. Cristaux de quartz dextrogyre et lévogyre

Sur la base de ces expériences, on a mis au point un procédé de détermination de la concentration de la substance active par mesure de l'angle de rotation du plan de polarisation. Ce procédé trouve de nombreuses applications; on l'utilise, par exemple, pour déterminer la concentration du sucre dans les solutions industrielles et les liquides biologiques (sang, urine). Il est bien entendu que ces mesures doivent s'effectuer dans des conditions expérimentales standard (λ = const; t = const), dans une gamme de longueurs d'onde éloignée de toutes bandes d'absorption fondamentale de la substance à l'étude; si ces conditions ne sont pas remplies, on se trouve en présence d'anomalies. L'angle de rotation φ du plan de polarisation peut être mesuré avec précision (erreurs de mesure $\sim 0{,}01°$). Pour assurer une telle précision des mesures, on utilise des dispositifs supplémentaires (analyseurs à pénombre), la mesure de l'angle de rotation y étant réalisée par égalisation de l'éclairement des deux moitiés du champ de vision. Ce procédé est beaucoup plus précis que celui où l'on fixe l'extinction de la lumière après passage de polariseurs croisés.

C'est Fresnel qui donna pour la première fois une explication du phénomène de rotation du plan de polarisation; il établit qu'il était apparenté à la biréfringence. Avant d'exposer l'idée de la théorie formelle de Fresnel, il convient de remarquer que toute vibration polarisée rectilignement peut être décomposée en deux vibrations circulaires, l'une gauche et l'autre droite. La fig. 3.23 montre qu'il en est bien ainsi. En effet la somme de deux vecteurs (« gauche » et « droit ») est égale au double de la projection de l'un de ces vecteurs sur un diamètre, donc à un vecteur de direction invariable dont le module varie à la fréquence ω d'une loi périodique. C'est là une vibration rectiligne.

Fresnel supposa que, dans une substance active, la vitesse de propagation d'une onde circulaire polarisée à droite était différente de celle d'une onde circulaire polarisée à gauche; c'est-à-dire que

$u_{dr} \neq u_g$. On peut donc classer toutes les substances en dextrogyres ($u_{dr} > u_g$) et lévogyres ($u_{dr} < u_g$).

Pour démontrer expérimentalement la justesse de cette hypothèse, Fresnel a réalisé un prisme composite en cristaux de quartz

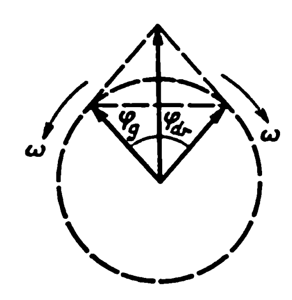


Fig. 3.23. Décomposition d'une vibration à polarisation rectiligne en deux vibrations circulaires

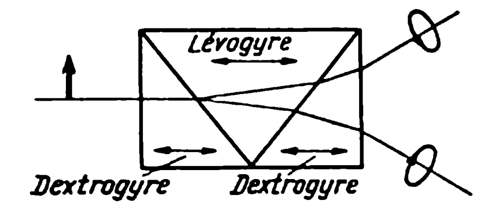


Fig. 3.24. Prisme composite en quartz dextrogyre et lévogyre
Les droites fléchées indiquent les directions des axes optiques

dextro- et lévogyres (fig. 3.24). On se rend bien compte que si $n_{dr} \neq n_g$, une lumière rectiligne tombant sur une des faces latérales de ce prisme se dédouble en deux pinceaux, et les ondes circulaires correspondantes doivent diverger.

Voyons ce qui se passe avec une onde à polarisation rectiligne lorsqu'elle se propage dans un milieu actif. Décomposons l'onde initiale **E** en deux ondes circulaires, l'une polarisée à droite et l'autre à gauche; les vitesses de propagation de ces deux ondes sont différentes. Il est évident que le temps que met chacune de ces ondes pour parcourir le même chemin dans le milieu actif doit être différent. Il s'ensuit que les angles de rotation φ_{dr} et φ_g des vecteurs $\mathbf{E}_{dr}$ et $\mathbf{E}_g$ seront eux aussi différents. Ces considérations sont illustrées par la fig. 3.25, où l'on a pris φ_{dr} plus grand que φ_g.

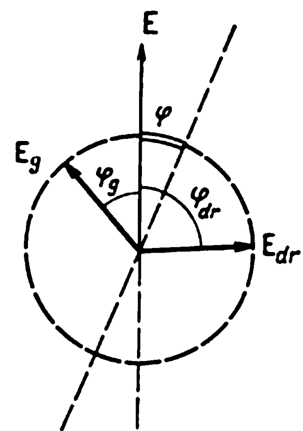


Fig. 3.25. Construction pour la détermination de l'angle de rotation du plan de polarisation

Pour que la vibration résultante soit polarisée rectilignement, il est nécessaire que le plan de symétrie tourne d'un certain angle. Pour déterminer la direction des vibrations dans l'onde rectiligne résultante, il faut additionner les deux ondes circulaires ayant parcouru le même chemin dans le milieu actif; cela revient à définir un plan de symétrie divisant par deux la différence des angles φ_{dr} et φ_g (fig. 3.25). Il est clair que le plan de vibration du vecteur **E** de l'onde polarisée résultante doit tourner par rapport à la direction

des vibrations dans l'onde incidente d'un angle égal à

$$\varphi = (\varphi_{dr} - \varphi_g)/2. \qquad (3.11)$$

Il est facile d'établir les principales expressions de l'angle de rotation du plan de polarisation en utilisant les notations usuelles de la théorie électromagnétique.

Si l'onde rectiligne est décrite par l'équation

$$E = \mathrm{Re}\, E_0 \exp [i\omega (t - z/u)],$$

une onde circulaire, elle sera décrite par l'équation

$$E = \mathrm{Re}\, \{E_0 \exp [i\omega (t - z/u)] \pm iE_0 \exp [i\omega (t - z/u)]\}. \qquad (3.12)$$

Ce résultat est évident puisque toute vibration circulaire peut être représentée par la sommation de deux vibrations rectangulaires de même amplitude et d'un déphasage $\delta = \pi/2$. Comme $\exp (i\pi/2) = i$, l'apparition d'un déphasage $\delta = \pi/2$ entre les composantes E_x et E_y est équivalente à la multiplication par i de l'une de ces composantes; le signe + ou — correspond à une rotation à droite ou à gauche.

Pour déterminer le signe de la rotation, on doit tenir compte de ce que pour une rotation à droite la composante E_y devance celle E_x de $\pi/2$, soit $(E_y)_{dr}/(E_x)_{dr} = \exp (i\pi/2) = i$; pour une rotation à gauche E_y retarde de $\pi/2$ sur E_x et $(E_y)_g/(E_x)_g = \exp (-i\pi/2) = -i$.

On aura donc (en remarquant que $\cos (\alpha + \pi/2) = -\sin \alpha$):

Rotation à droite	*Rotation à gauche*
$E_x = E_0 \cos \omega (t - z/u)$,	$E_x = E_0 \cos \omega (t - z/u)$,
$E_y = -E_0 \sin \omega (t - z/u)$,	$E_y = E_0 \sin \omega (t - z/u)$.

(3.13)

Ces équations justifient la décomposition d'une vibration linéaire en deux vibrations de polarisations circulaires gauche et droite. Pour une substance inactive, $u_{dr} = u_g = u$ et si, par exemple, $E = E_x$, la somme des composantes y de même module et de signes contraires sera nulle.

En utilisant l'hypothèse selon laquelle dans les milieux actifs $u_{dr} \neq u_g$, écrivons l'expression d'une onde qui s'y propage; la composante x du champ électrique est $(E_x)_{act} = (E_x)_{dr} + (E_x)_g$; pour la composante y on écrira de même: $(E_y)_{act} = (E_y)_{dr} + (E_y)_g$. On doit remplacer dans (3.13) l'amplitude E_0 par une amplitude E_0', plus petite, puisqu'une partie de l'énergie a été réfléchie à la surface du milieu. On sait que, pour un cas idéalisé (en l'absence d'absorption, par exemple), les formules de Fresnel permettent de calculer E_0', mais ce calcul ne nous intéresse pas pour l'instant.

Dans un milieu actif la composante x de l'onde s'écrira donc

$$(E_x)_{act} = E'_0 \cos \omega (t - z/u_{dr}) + E'_0 \cos \omega (t - z/u_g) =$$
$$= \underbrace{2E'_0 \cos \frac{\omega}{2c} (n_g - n_{dr}) z}\cos \omega \left(t - \frac{n_g + n_{dr}}{2c} z\right). \qquad (3.14)$$

On écrira de même pour la composante y:

$$(E_y)_{act} = E'_0 \sin \omega (t - z/u_g) - E'_0 \sin \omega (t - z/u_{dr}) =$$
$$= \underbrace{2E'_0 \sin \frac{\omega}{2c} (n_g - n_{dr}) z}\cos \omega \left(t - \frac{n_g + n_{dr}}{2c} z\right). \qquad (3.15)$$

Les facteurs réunis par l'accolade représentent les projections sur les axes X et Y de l'amplitude de la vibration résultante.

Les formules (3.14) et (3.15) montrent que $(E_x)_{act}$ et $(E_y)_{act}$ sont en phase; il n'y a donc pas de déphasage ($\delta = 0$) entre les vibrations le long de X et de Y, et leur résultante est une onde polarisée rectiligne. Lorsque l'onde aura parcouru dans le milieu actif un chemin $z = d$, le plan de polarisation tournera d'un angle φ. En comparant les projections de l'amplitude E'_0 sur les axes Y et X on calcule l'angle φ:

$$\varphi = \frac{\omega}{2c} (n_g - n_{dr}) d = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_g - n_{dr}) d. \qquad (3.16)$$

Evaluons maintenant $\Delta n = n_g - n_{dr}$ dont la valeur peut être obtenue par mesure de l'angle de rotation du plan de polarisation. Si la précision de cette mesure est $\varphi \approx 0{,}01°$ ($2 \cdot 10^{-4}$ rad) pour $d \approx 10$ cm et $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm, on arrive à mesurer directement un $\Delta n \sim 10^{-9}$, donc une différence infime entre les indices de réfraction $n_g - n_{dr}$.

Ainsi nous avons réussi à interpréter la rotation du plan de polarisation dans le cadre de la théorie électromagnétique phénoménologique. Cependant cette théorie ne peut expliquer pourquoi la vitesse de l'onde dans une substance dextrogyre est différente de sa vitesse dans une substance lévogyre.

Si l'on essaie de trouver une réponse à cette question en faisant appel à la théorie moléculaire, on sera amené à supposer que la rotation du plan de polarisation soit liée à une structure moléculaire asymétrique de la substance active. Dans le cas de corps cristallisés la principale cause de l'inégalité des vitesses de propagation doit être recherchée dans l'asymétrie de leurs formes (absence d'un centre de symétrie). En témoigne la possibilité de distinguer les cristaux de quartz droit et gauche par examen de leurs formes. Dans le cas de corps amorphes homogènes, le phénomène doit être associé à la structure des molécules du milieu actif.

Cette question fut étudiée par M. Born (1915) qui a établi que pour expliquer l'effet que nous venons de décrire on devait envisager l'interaction du champ électromagnétique avec une molécule isolée. Cette théorie tient compte de ce que toutes les substances optiquement actives présentent deux variétés allotropiques, dont l'une fait tourner le plan de polarisation à droite et l'autre à gauche, et de ce que les molécules sont complexes et asymétriques, dans la stéréostructure desquelles il n'existe ni centre ni plan de symétrie. Le modèle le plus simple d'une telle molécule est un segment de spirale.

Considérons une molécule en forme de spirale de diamètre a, soumise à l'action d'une onde rectiligne $E = E_x$ (fig. 3.26). Sous l'action du champ électrique de l'onde, les charges de la molécule subissent un déplacement le long de l'axe X. Mais si les charges

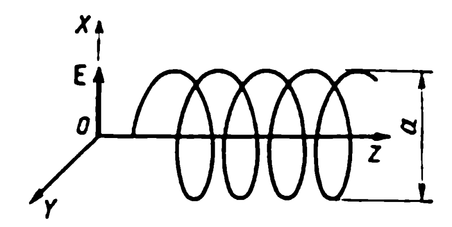


Fig. 3.26. Modèle d'une molécule asymétrique

Fig. 3.27. Deux molécules asymétriques
Il n'y a pas de symétrie par rapport à un miroir

sont astreintes à se déplacer le long de la spirale, il est inévitable qu'apparaisse une composante du champ le long de l'axe Y. On peut donc affirmer qu'il existe, dans la substance, une composante de l'onde dirigée suivant Y qui fera dévier le plan de vibration de l'onde de la direction $E = E_x$. Le calcul doit nécessairement tenir compte d'un changement de la phase de l'onde sur la longueur d'une molécule (ce qui revient à remplacer ωt par $\omega t - ka$) ; le résultat du calcul doit montrer si cette variation de la phase de l'onde est notable. A première vue, il semble que l'effet devrait être négligeable, puisque, dans la gamme optique, le rapport de la dimension de la molécule à la longueur d'onde est de l'ordre de 10^{-3} ; or comme l'expérience permet de déceler des Δn extrêmement faibles, on ne peut *a priori* rejeter l'hypothèse avancée par la théorie.

Ainsi, par exemple, pour un modèle de molécule asymétrique, le calcul donne une rotation du plan de polarisation de l'onde se propageant le long de l'axe Z (fig. 3.27), la valeur de Δn étant fonction des dimensions de la molécule. Le calcul se fonde sur l'idée qu'il existe des corrélations entre les moments électriques induits par l'onde rectiligne dans différentes parties (radicaux) de la molécule complexe, il tient également compte des variations de la phase

de l'onde sur la longueur de la molécule.

Le résultat obtenu est le suivant

$$\Delta n = n_{dr} - n_g = 4\pi\gamma \sin(kl/2), \qquad (3.17)$$

où γ est une constante et $k = 2\pi/\lambda$.

On voit que pour $l = 0$, $\Delta n = 0$ et il ne peut y avoir de rotation du plan de polarisation.

Ces calculs étant passablement ardus, nous recourrons à la description d'expériences qui permettront au lecteur de se faire plus facilement une idée de la rotation du plan de polarisation par les corps amorphes. Cet effet est parfaitement illustré par l'expérience suivante. On sait que les générateurs modernes d'ondes ultra-courtes émettent des ondes polarisées rectilignement. Sur le trajet des ondes émises par un klystron ($\lambda \approx 3$ cm), on place une boîte en carton remplie de morceaux de fils de cuivre isolé, enroulés en spirale, disposés sans aucun ordre (diamètre du fil 6-7 mm, longueur de chaque spirale $\approx$10 mm). Le cornet du récepteur de rayonnement est disposé à angle droit avec le cornet rayonnant; tant que la boîte remplie de fils spiralés ne sera pas introduite entre les deux cornets, on n'enregistre aucun signal (émetteur et récepteur croisés à l'extinction). Dès qu'on la met en place apparaît un signal parfaitement net (sinusoïde sur l'écran de l'oscillographe). En faisant tourner le cornet récepteur d'un angle ψ on arrive à éteindre le signal, ce qui constitue une preuve de la rotation du plan de polarisation. Mais poursuivons notre expérience et plaçons pêle-mêle dans une seconde boîte, identique à la première, des tronçons de fils spiralés de mêmes dimensions, mais enroulés en sens inverse (hélice gauche). Lorsqu'on introduit cette deuxième boîte entre l'émetteur et le récepteur on constate une rotation du plan de polarisation toujours d'un angle ψ, mais de sens opposé à celui que donnait la première boîte. Cette expérience constitue donc un modèle illustrant les rotations droite et gauche du plan de polarisation par deux variétés de molécules asymétriques d'un seul et même corps amorphe.

En conclusion, on doit mentionner les expériences fondamentales réalisées en 1845 par Faraday; en plaçant une substance inactive dans un champ magnétique longitudinal il réussit à faire apparaître une rotation du plan de polarisation. Ces expériences ont eu une très grande importance pour le développement de la théorie électromagnétique de la lumière, étant en effet la première expérience où les phénomènes magnétiques et les phénomènes optiques étaient soumis conjointement à l'étude. Nombreuses sont également les applications pratiques de l'effet Faraday.

Au paragraphe 4.5, nous examinerons plus en détail la théorie de l'étude expérimentale de la rotation artificielle du plan de polarisation, en associant à la théorie électromagnétique de la lumière la théorie électronique.

CHAPITRE IV

THÉORIE ÉLECTRONIQUE DE LA DISPERSION

§ 4.1. Remarques préliminaires

Ce chapitre est consacré à l'étude du mouvement des particules chargées liées à l'atome sous l'action du champ de l'onde lumineuse. L'étude de ce problème permettra d'interpréter différents phénomènes physiques que la théorie électromagnétique classique ne peut expliquer.

C'est à Lorentz, un des plus grands physiciens de la fin du XIXe — début du XXe siècle que revient le mérite d'avoir associé les phénomènes électroniques à la théorie électromagnétique de la lumière. Toute une série d'observations, d'expériences et de tentatives de généraliser les données obtenues avaient précédé à l'élaboration de cette théorie fondamentale. Nous ne mentionnerons que quelques études de cette époque, car toute interprétation des phénomènes, basée sur la théorie ondulatoire d'un milieu élastique présente l'intérêt plutôt pour l'histoire de la physique que pour une étude moderne du problème.

La première question qui nous intéresse est la dispersion qu'introduit la matière, c'est-à-dire la variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente.

Rappelons qu'en théorie électromagnétique classique de la lumière on pose que $n(\lambda) = \text{const}$, bien que déjà Newton avait réalisé des expériences démontrant avec évidence que n dépendait de λ. Le savant disposait deux prismes de telle façon qu'ils assurent la décomposition spectrale du faisceau de lumière suivant deux plans rectangulaires (fig. 4.1). On voyait ainsi apparaître, sur un écran, le spectre résultant de l'action successive des deux prismes; l'image obtenue montrait bien que l'indice de réfraction dépendait de la longueur d'onde. Malheureusement, le manque de précision de ce montage à « prismes croisés » conduisit Newton à la conclusion erronée que la dispersion relative de tous les corps transparents était la même. Or il est bien connu (voir par exemple fig. 6.71) que les dépendances $n(\lambda)$ et $\partial n(\lambda)/\partial\lambda$ sont différentes selon le verre

utilisé; c'est justement ce qui permet de réaliser des objectifs achromatiques.

De nombreuses tentatives furent faites pour obtenir par le calcul la dépendance $n(\lambda)$. L'une de ces constructions est due au célèbre mathématicien Cauchy. Partant des conceptions de Fresnel, Cauchy établit la formule

$$n = A + B/\lambda_0^2 + C/\lambda_0^4 + \ldots, \tag{4.1}$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, A, B et C des constantes expérimentales à établir.

Cette expression décrit convenablement la variation avec la longueur d'onde de l'indice de réfraction des corps transparents.

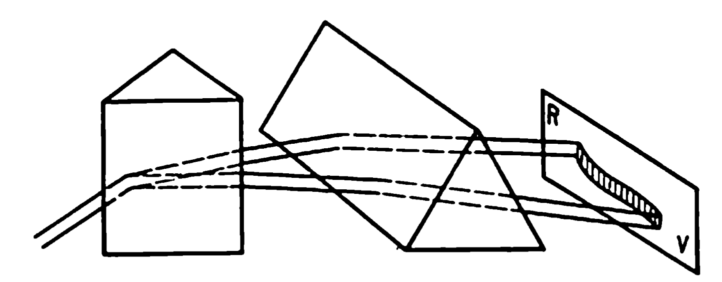


Fig. 4.1. Schéma d'une expérience pour la démonstration de la variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde

Dans la majorité des cas, il suffit d'utiliser les deux premiers termes de (4.1) (donc de déterminer seulement deux constantes) pour arriver à une approximation satisfaisante.

Le problème qui se pose lorsqu'on cherche à établir une corrélation entre les effets électroniques et la théorie électromagnétique de la lumière est sans doute de justifier cette forme de dépendance.

Il importe également d'expliquer pour quelles raisons la formule classique de Maxwell $u = c/\sqrt{\varepsilon}$ s'accorde parfaitement, dans certains cas, avec les données expérimentales (gaz inertes, oxygène, etc., dans la région visible), et, dans d'autres, est en flagrante contradiction avec l'expérience.

Les progrès de la technique expérimentale ont permis de noter de nouveaux faits qui, eux aussi, demandaient à être expliqués. Vers le milieu du XIXe siècle on a mis en évidence que pour nombre de substances, l'indice de réfraction variait de façon anormale avec la longueur d'onde (*dispersion anomale* $\partial n/\partial\lambda > 0$). L'effet fut observé pour la première fois par Leroux au cours d'une expérience de transmission de la lumière à travers la vapeur d'iode. Plus tard, en étudiant divers colorants (fuchsine, cyanine, etc.) présentant dans la partie visible du spectre d'intenses bandes d'absorption, on a constaté qu'une dispersion anomale apparaissait toujours dans la région du spectre où la substance absorbait fortement l'énergie

radiante. La fig. 4.2 représente une dépendance n (λ) typique pour les colorants à proximité de leurs bandes d'absorption.

Il était évident que l'apparition d'une dispersion anomale n'était pas due au hasard, mais serait en corrélation avec l'existence de bandes d'absorption des substances considérées. Dans les parties du spectre où la substance ne présentait aucune raie d'absorption il n'y avait pas du tout de dispersion anomale. C'est ainsi qu'on n'en trouve pas dans la région visible des spectres des corps transparents (gaz, eau, verre, quartz, etc.) et dans cette même région on n'observe

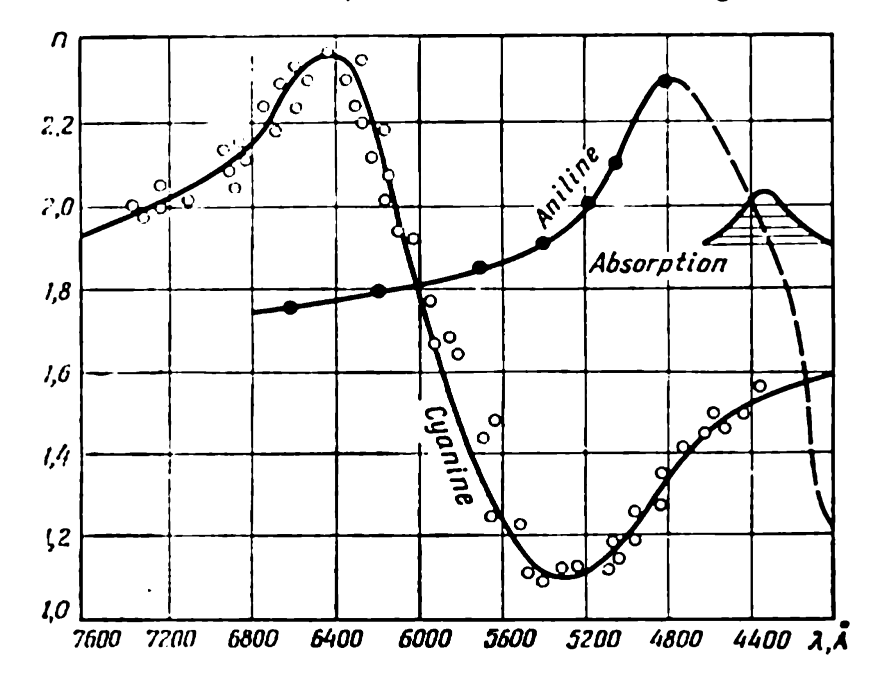


Fig. 4.2. Variation des indices de réfraction de deux colorants en fonction de la longueur d'onde

qu'une dispersion normale ($\partial n/\partial\lambda < 0$). Dans l'ultraviolet et l'infrarouge, de nombreux corps absorbent intensivement le rayonnement électromagnétique et on doit donc y observer une dispersion anomale.

Rappelons que nous avons déjà introduit tout formellement la notion de dispersion anomale dans la formule de Rayleigh pour lier la vitesse de groupe et la vitesse de phase de propagation des ondes électromagnétiques (voir § 1.5). Nous avons en effet établi la corrélation (1.28)

$$U = u - \lambda \frac{\partial u}{\partial \lambda}.$$

D'habitude $U < u$, ce qui implique que $\partial u/\partial\lambda > 0$, ou $\partial n/\partial\lambda < 0$, ce qui correspond à une dispersion normale. Mais cette théorie phénoménologique n'exclut nullement la possibilité d'une disper-

sion anomale avec $\partial u/\partial\lambda < 0$, soit $\partial n/\partial\lambda > 0$ et $U > u$. Remarquons que, dans ce cas, la question de la validité de la formule de Rayleigh nécessite une analyse bien délicate puisque la théorie de la relativité impose une stricte limitation ($U < c$) à la vitesse de propagation de l'énergie (donc à la vitesse de groupe).

Dans la seconde moitié du XIXe siècle, on tenta à plusieurs reprises de trouver une interprétation de la dispersion anomale et une corrélation entre elle et l'absorption de la lumière. Les résultats les plus encourageants furent obtenus par Sellmeier qui, dans le cadre de la théorie de Fresnel, établit une formule décrivant de façon satisfaisante la variation de l'indice de réfraction à proximité immédiate d'une raie d'absorption. D. Rojdestvensky a comparé la formule de Sellmeier avec ses résultats expérimentaux, en utilisant une méthode originale assurant une haute précision des mesures. Dans les années quarante de notre siècle, G. Quater montra que la formule de Sellmeier était en bon accord avec les résultats des mesures de l'indice de réfraction des vapeurs de sodium à une longueur d'onde ne différant que de 0,1 Å du centre de la raie d'absorption.

Nous établirons ci-dessous les principales corrélations de la dispersion anomale en étudiant l'action exercée par les ondes électromagnétiques sur le nuage électronique des atomes, tenant compte du freinage subi par les électrons. Au ch. V, nous examinerons plus en détail les études expérimentales de la dispersion anomale dans les vapeurs et les gaz, utilisant des méthodes interférométriques.

C'est ainsi qu'apparaît un autre groupe de problèmes devant être résolus par l'étude des effets électroniques. Notons que nous serons alors à même de donner une description quantitative du phénomène de rotation du plan de polarisation d'une onde électromagnétique dans un champ magnétique longitudinal, ainsi que de différents autres phénomènes physiques.

§ 4.2. Equations de dispersion

On peut traiter le problème complexe de l'interaction du champ électromagnétique avec la matière aussi bien par les méthodes de la physique classique que celles de la physique quantique. En utilisant comme modèle d'un atome rayonnant l'oscillateur harmonique, les résultats de la théorie classique de la dispersion coïncident parfaitement avec ceux que fournit la théorie quantique. Mais les résultats auxquels aboutissent ces deux théories diffèrent notablement lorsqu'on utilise un autre modèle (par exemple, le modèle de l'atome hydrogène où intervient non plus une force de rappel élastique, mais l'interaction coulombienne). Dans ce qui suit nous utiliserons l'approximation classique basée sur le modèle de Thompson, assimilant l'atome à un oscillateur harmonique de fréquence propre ω_0.

La formulation quanto-mécanique des résultats obtenus, qui apporte des précisions sur les phénomènes étudiés, ne sera donnée qu'à l'occasion de la description des expériences.

L'idée du calcul, qui fut effectué par Lorentz, est étonnamment simple : pour établir la dépendance de l'indice de réfraction d'une substance en fonction de la fréquence de la lumière incidente, il suffit de calculer le vecteur de polarisation **P** que crée dans cette substance le champ **E** de l'onde. On calcule ensuite le vecteur d'induction électrostatique $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ et la permittivité $\varepsilon = D/E$. Avec la relation fondamentale de la théorie électromagnétique de la lumière $n = \sqrt{\varepsilon}$ on trouve la relation cherchée $n(\omega)$.

Ainsi donc la variation de n en fonction de ω est déterminée par la superposition de l'onde lumineuse incidente et de toutes les ondes secondaires qu'elle excite dans le corps à l'étude, dont les propriétés doivent exercer une influence notable sur la variation de l'indice de réfraction en fonction de la fréquence de la lumière. Il importe de bien remarquer que dans ce cas l'onde initiale n'est pas remplacée par la somme de toutes les ondes secondaires (comme c'est le cas du phénomène de diffraction, § 6.1), mais interagit avec elles.

Précisons la position du problème. Soit N le nombre d'atomes équivalents répartis de façon aléatoire dans l'unité de la substance à l'étude. Nous admettrons que chaque atome ne renferme qu'un seul électron optique de charge q. Le champ électrique de l'onde lumineuse exerce sur cet électron une force $q\mathbf{E}$ (*force d'excitation*).

Pour l'instant nous négligerons l'action qu'exerce sur l'électron considéré le champ créé par tous les autres électrons du système. Cette approximation est valable tant que la densité de la substance est petite. Nous montrerons par la suite comment il faut modifier les formules pour tenir compte de l'interaction mutuelle des charges électriques [*cf.* (4.10)].

L'électron est maintenu dans l'atome par une force *quasi élastique* $f\mathbf{r}$, donc proportionnelle au déplacement $\mathbf{r}$ de l'électron dû au champ de l'onde incidente. La masse de l'électron m et le coefficient de couplage quasi élastique f déterminent la *fréquence* ω_0 *des oscillations propres* de l'oscillateur : $\omega_0^2 = f/m$.

Pour justifier dans le cadre de ce modèle la présence dans le spectre de plusieurs bandes d'absorption, à proximité desquelles l'allure de la variation de l'indice de réfraction se modifie facilement, on doit admettre l'existence de plusieurs groupes d'oscillateurs harmoniques différents. Nous ignorerons cependant cet aspect du problème pour ne pas compliquer les fondements du calcul [voir (4.12)]. On admettra donc que tous les oscillateurs harmoniques sont identiques, ayant la même fréquence propre ω_0. On notera que les positions de base de la théorie que nous allons développer sont utilisables non seulement pour décrire le comportement des électrons

optiques, mais aussi pour tenir compte des oscillations forcées des ions à des fréquences de la gamme infrarouge ($\omega^2_{0,\mathrm{ion}} = f/M_{\mathrm{ion}} \ll \ll \omega^2_{0,\mathrm{él}}$). Une telle extension de la théorie conduit à des conclusions intéressantes (*cf.* § 4.3).

Les problèmes de moyennage sont fort compliqués, mais dans une première étude on peut les ignorer, surtout tant qu'on se limite à la partie optique du spectre (infrarouge, visible, ultraviolet). Dans ces conditions un cube d'arête de l'ordre d'une longueur d'onde renferme un très grand nombre d'atomes rayonnants, même si la densité de la substance est faible; comme, par hypothèse, ces atomes rayonnent indépendamment les uns des autres, on peut poser que la polarisation que crée dans la matière le champ de l'onde incidente est donnée par $\mathbf{P} = Nq\mathbf{r}$.

Nous pouvons considérer comme justifiée la nécessité d'introduire dans l'équation du mouvement d'oscillation de l'électron une force excitatrice et une force de rappel quasi élastique. Il nous reste à préciser les signes de ces forces.

La force quasi élastique sera toujours de signe contraire au sens de déplacement et sera donc égale à $-f\mathbf{r}$. Le signe de la force excitatrice $q\mathbf{E}$, de même que celui de la polarisation du milieu dépendent du signe de la charge électrique. Ci-dessus nous avons indiqué que la polarisation du milieu est $\mathbf{P} = Nq\mathbf{r}$. Nous poserons que la force excitatrice figurant dans l'équation de mouvement est $+q\mathbf{E}$; l'avantage de cette notation est d'être valable aussi bien dans le cas du mouvement de charges positives que dans celui de charges négatives.

Il nous reste encore à préciser la question de l'inéluctable amortissement des oscillations de l'oscillateur; comment faire pour en tenir compte? Nous débattrons au ch. V des causes physiques déterminant l'atténuation du rayonnement et l'élargissement concomitant de la raie spectrale correspondante. Ces causes se ramènent à des pertes d'énergie résultant de l'émission, à des collisions amortissant les oscillations et à l'agitation thermique qui est chaotique (effet Doppler). Dans une étude phénoménologique, on peut se permettre de grouper ces processus dissemblables en introduisant une amplitude décroissante de l'onde amortie (ce qui revient à utiliser un indice de réfraction complexe). Pour tenir compte de l'amortissement, on doit faire figurer dans l'équation du mouvement de l'électron oscillant une certaine *force de freinage*. Ecrivons-la sous la forme $-g\mathbf{r}$, g étant un coefficient; le quotient de g par la masse de l'électron, désigné par γ porte le nom de *coefficient d'amortissement*.

On démontre en théorie des vibrations que lorsque l'amortissement est relativement faible et n'altère que faiblement les oscillations propres du système, la force de freinage est proportionnelle à la vitesse du mouvement. Un calcul simple montre que cette approximation est valable pour le cas à l'étude. En effet, nous avons déjà

estimé (au § 1.7) la valeur du rapport des pertes par rayonnement à l'énergie emmagasinée dans l'atome, ce qui nous a permis d'évaluer le « facteur de qualité » de l'atome (on avait trouvé qu'il était fort important $\approx 10^7$). Les causes d'amortissement que nous avons énumérées (collisions, agitation thermique) sont susceptibles d'élargir de 10 à 100 fois les raies d'émission, mais il n'en reste pas moins qu'au cours d'une période d'oscillation, l'atome ne dissipe qu'une partie infime de l'énergie emmagasinée ; il s'ensuit qu'il est parfaitement légitime d'introduire dans l'équation du mouvement la force de freinage que nous avons définie.

Ainsi l'équation du mouvement de l'électron oscillant est de la forme

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -f\mathbf{r} - g\dot{\mathbf{r}} + q\mathbf{E} \qquad (4.2)$$

Rappelons que $g/m = \gamma$ et $f/m = \omega_0^2$. En réarrangeant les termes il vient

$$\ddot{\mathbf{r}} + \gamma\dot{\mathbf{r}} + \omega_0^2\mathbf{r} = q\mathbf{E}/m. \qquad (4.3)$$

Supposons que l'intensité du champ électrique varie selon la loi $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t)$. La solution de l'équation doit donc être cherchée sous la forme

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \exp(i\omega t).$$

En remarquant que $\dot{\mathbf{r}} = i\omega\mathbf{r}$ et que $\ddot{\mathbf{r}} = -\omega^2\mathbf{r}$, on trouve

$$\mathbf{r}_0(-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2) = q\mathbf{E}_0/m$$

ou encore

$$\mathbf{r}_0 = \frac{q/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}\mathbf{E}_0. \qquad (4.4)$$

D'autre part, $\mathbf{P} = Nq\mathbf{r}$ et $\varepsilon - 1 = 4\pi P/E$. Il est maintenant facile d'arriver au résultat final et de dénoter l'existence d'une corrélation entre l'indice de réfraction et la fréquence, donc la présence d'une dispersion. Nous avons en effet

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \frac{4\pi N(q^2/m)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}. \qquad (4.5)$$

L'étude de cette égalité permettra de répondre à toutes les questions posées ci-dessus. Il est tout indiqué de considérer d'abord le cas le plus simple, celui où on peut négliger l'absorption.

§ 4.3. Dispersion à grande distance d'une raie d'absorption

Il apparaît de l'équation (4.5) que la permittivité ε (et par suite l'indice de réfraction) est une quantité complexe. Si, dans (4.5), on pose $\gamma = 0$, la permittivité sera réelle. Le passage de la permit-

tivité complexe à la permittivité réelle revient à négliger l'absorption de l'onde électromagnétique. Examinons de plus près la signification de cette approximation

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \frac{4\pi N\,(q^2/m)}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{4.6}$$

La fig. 4.3 représente la variation de la fonction $(n^2 - 1)$ avec la fréquence du rayonnement. A l'exception du point $\omega = \omega_0$ où cette fonction présente une discontinuité, ce qui est dénué de sens physique, l'indice de réfraction croît toujours avec la fréquence, ce qui signifie que l'on a affaire à une dispersion normale $(\partial n/\partial\lambda < 0)$.

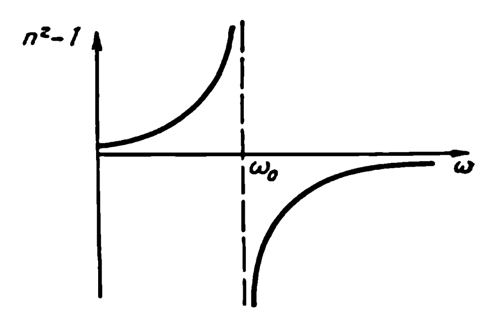


Fig. 4.3. Variation de $(n^2 - 1)$ avec la fréquence dans le cas où il n'y a pas d'absorption

Définissons les conditions dans lesquelles l'approximation $\gamma = 0$ a un sens physique concret. Nous avons déjà mentionné que, dans la région visible du spectre, les corps transparents ne présentent aucune bande d'absorption ; dans l'ultraviolet, par contre, la majorité des corps transparents commencent à absorber intensément les ondes électromagnétiques (pour l'instant nous ne tiendrons pas compte de l'absorption, en infrarouge, de certains corps transparents, voir (4.18) et la suite). Dans toute la partie visible du spectre se trouve vérifiée l'inégalité $\omega \ll \omega_0$ (on étudie la dispersion là où il n'y a pas d'absorption) ; dans ces conditions, il suffit de ne prendre en considération que la branche gauche de la fig. 4.3. Cela signifie que la fréquence des oscillations propres de l'électron se trouve dans la région ultraviolette du specrte. En conformité avec l'expérience, on trouve pour les corps transparents une dispersion normale ($n_{\text{viol}} > n_{\text{rouge}}$ si $\omega_{\text{rouge}} < \omega < \omega_{\text{viol}}$).

En supposant $\omega \ll \omega_0$ on peut développer (4.6) en série suivant les puissances de (ω/ω_0) et ne garder dans ce développement que les deux premiers termes:

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi N q^2}{m\omega_0^2}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]. \tag{4.7}$$

En substituant $2\pi c/\lambda = \omega$ et $2\pi c/\lambda_0 = \omega_0$ on obtient une formule simple qui rend facile la comparaison aux résultats expérimentaux :

$$n^2 = 1 + A\,(1 + B/\lambda^2), \tag{4.8}$$

où

$$A = 4\pi N q^2/(m\omega_0^2), \quad B = 4\pi^2 c^2/\omega_0^2, \tag{4.9}$$

le rapport B/A étant indépendant de la fréquence propre ω_0 de l'électron.

La relation (4.8) coïncide avec (4.1) dont les constantes doivent être déterminées par l'expérience. Il devient donc possible de vérifier la validité de la théorie électronique de la dispersion, puisque les valeurs des constantes A et B sont susceptibles d'une estimation, d'une part, d'après la dépendance expérimentale n (λ) et, d'autre part, par les formules (4.9). Pour pouvoir procéder à une telle comparaison il convient de déterminer, à partir des données de la théorie cinétique des gaz, la concentration N des atomes, ainsi que le nombre d'électrons rayonnants de l'atome considéré. En se fixant une valeur déterminée de la charge spécifique de l'électron q/m, on arrive à évaluer la fréquence propre ω_0 et la comparer aux données expérimentales, fournies par la littérature, relatives aux bandes d'absorption dans l'ultraviolet de la substance à l'étude. A l'aide de l'égalité $B/A = \pi mc^2/(Nq^2)$ on peut comparer les valeurs expérimentales des constantes avec les valeurs calculées. Pour ce faire, il n'est pas nécessaire de dépouiller le spectre d'absorption (puisque B/A ne dépend pas de ω_0), mais il faut évaluer correctement la concentration des atomes et le nombre d'électrons participant dans chaque atome à l'émission du rayonnement.

On a effectué maintes fois cette comparaison entre les valeurs théoriques et expérimentales des constantes A et B, chaque fois une concordance satisfaisante (écarts de 10 à 20 %) était constatée.

Lorsqu'on procède à une vérification de la relation (4.8) il convient de remarquer que l'hypothèse de l'absence d'interactions entre les électrons rayonnants n'est valable que pour les gaz à basse pression ainsi que certaines substances où la densité des centres émetteurs est faible. Lorsque la densité de la matière est grande, cette hypothèse cesse d'être valable, et en plus du champ extérieur **E** on doit encore tenir compte du champ électrique que crée au point où se trouve l'électron considéré l'ensemble de toutes les autres charges électriques. Lorsqu'on fait intervenir ce champ dit *de Lorentz* *), on aboutit à une dépendance spécifique de la permittivité avec les propriétés du milieu (formule de Clausius-Mosotti). Comme $\varepsilon = n^2$, des considérations semblables à celles exposées ci-dessus permettent d'obtenir une *relation* connue sous le nom de *Lorentz-Lorenz*:

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}=\frac{4\pi}{3}\,\frac{Nq^2/m}{\omega_0^2-\omega^2}. \qquad (4.10)$$

Cette formule décrit l'indice de réfraction en fonction de la fréquence des gaz sous grandes pressions. Il s'ensuit de (4.10) que le produit $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{N}$ ne dépend pas de la densité δ de la substance étudiée, celle-là étant proportionnelle à la concentration N des atomes. Bien souvent on utilise la notion de *réfraction spécifique de*

*) C. Kittel, *Introduction to solid state physics.*

la matière

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{\delta}. \tag{4.11}$$

L'expérience montre que pour de nombreuses substances la réfraction spécifique ne dépend pas de leur densité dans un large intervalle de celle-ci ; ce résultat est conforme à (4.10) ; lorsqu'on diminue la pression du gaz son indice de réfraction n tend vers l'unité et l'expression (4.10) se ramène à la formule usuelle (4.6).

Si le spectre du corps étudié comporte plusieurs bandes d'absorption du côté des courtes longueurs d'onde, on doit remplacer le deuxième terme du second membre de (4.6) par une somme convenable :

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi q^2}{m}\sum_j \frac{N_j}{\omega_{0j}^2-\omega^2}. \tag{4.12}$$

N_j est le nombre des atomes dont les électrons ont la fréquence propre ω_{0j}. Selon la théorie classique de dispersion, le nombre de ces fréquences propres correspond au nombre de bandes d'absorption dans la partie haute fréquence du spectre. Si le nombre d'atomes par unité de volume est N, on a $\sum_j N_j = N$. Ces considérations impliquent qu'il existe plusieurs groupes d'atomes caractérisés par des forces quasi élastiques différentes.

Nous avons dit que le problème du mouvement de l'électron dans le champ d'une onde lumineuse peut être traité du point de vue de la mécanique quantique. Le résultat auquel aboutit le calcul quanto-mécanique est peu différent de la formule classique (4.12) :

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi q^2}{m}\sum_{i,k} \frac{N_i f_{ik}}{\omega_{ik}^2-\omega^2}. \tag{4.13}$$

On notera cependant que la signification des notations utilisées est fort différente. Le symbole ω_{ik} de la formule (4.13) désigne non plus les fréquences d'oscillations libres des différents électrons soumis à des forces quasi élastiques, mais les fréquences circulaires correspondant aux transitions permises d'un seul et même électron optique (électron de valence) au sein d'un atome ; ces fréquences se laissent déterminer par les règles de Bohr. Ainsi, par exemple, la fig. 4.4 illustre les processus conduisant à la formation d'un spectre d'absorption ; l'atome se trouvant dans l'état fondamental peut transiter dans l'un des trois états excités.

La grandeur f_{ik} porte le nom de *force de l'oscillateur*. Elle est proportionnelle à l'intensité de la raie spectrale correspondant à une transition donnée. Cette notion est utilisée en physique classique, mais dans le cas présent il s'agit d'un concept de physique quantique.

La force de l'oscillateur est liée de façon univoque à une grandeur qui, elle, est purement quantique, et qui est largement utilisée en physique atomique — la *probabilité de transition* A_{ik} ; A_{ik} caractérise la vitesse de désagrégation de l'état excité; elle est liée à la force de l'oscillateur par une relation de la forme (*cf.* ch. VIII):

$$A_{ik} \sim f_{ik}/\lambda_{ik}^2. \qquad (4.13a)$$

Pour les atomes les plus simples, la probabilité de transition peut être calculée par les procédés de la mécanique quantique. La quantité inverse caractérise (pour un système à deux niveaux) le temps de vie moyen de l'atome dans les états entre lesquels s'effectue la transition optique.

Une analyse de l'équation (4.6) permet de dégager certaines corrélations qui à première vue semblent n'avoir aucun rapport

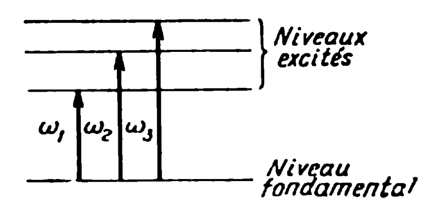


Fig. 4.4. Causes de l'apparition d'un spectre d'absorption selon Bohr

avec le problème à l'étude. On peut, par exemple, étudier la dispersion des rayons X en calculant la vitesse de phase de propagation des ondes radioélectriques dans l'ionosphère. Pour ce faire, on considérera la partie de droite de la fig. 4.3 où la fréquence ω des oscillations forcées est beaucoup plus grande que la fréquence propre ω_0. L'approximation $\omega \gg \omega_0$ peut être calculée pour caractériser la dispersion des rayons X dont la fréquence est plusieurs milliers de fois plus grande que celle de la lumière visible. Lorsque $\omega \gg \omega_0$ on peut poser $\omega_0 = 0$ dans (4.6), ce qui donne une relation peu triviale

$$n = \sqrt{1 - 4\pi N q^2/(m\omega^2)}. \qquad (4.14)$$

On voit que $n < 1$, bien que peu différent de 1, puisque, en l'occurrence, ω est grand. La formule (4.14) est corroborée par les données expérimentales et trouve des applications en optique des rayons X, où l'on peut observer une réflexion totale du rayonnement passant de l'air dans le verre, chose irréalisable dans la gamme optique.

Tout formellement on arrive à la même corrélation lorsqu'on cherche à décrire un phénomène tout à fait différent — la propagation d'ondes radioélectriques dans l'ionosphère. Bien que la fréquence de ces ondes est basse (longueur d'onde d'une dizaine de mètres) l'hypothèse $\omega \gg \omega_0$ reste valable pour la raison suivante.

L'ionosphère est constituée par un gaz totalement ionisé (plasma) au sein duquel les électrons rayonnants ne sont pas liés par des forces intra-atomiques. Il s'ensuit que, dans le cadre de notre théorie, on doit poser $\omega_0^2 = f/m = 0$. Pour ces électrons « libres » la condition $\omega \gg \omega_0$ se trouve satisfaite même à des fréquences aussi basses que celles des ondes radio.

En bon accord avec différents calculs physiques, la vitesse de phase des ondes radioélectriques se propageant dans l'ionosphère s'avère plus grande que leur vitesse dans le vide ; nous avons en effet

$$u = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{1 - 4\pi N q^2/(m\omega^2)}} > c. \tag{4.15}$$

Lorsque la fréquence augmente, l'indice de réfraction doit augmenter lui aussi et pour $\omega \geqslant 10^8$ Hz on peut poser $n \approx 1$. Cette valeur de la fréquence est une valeur limite en ce sens que la propagation des ondes ultra-courtes ($\lambda \leqslant 10$m) n'est plus affectée par l'ionosphère. Elles traversent donc librement l'ionosphère sans y subir de réfraction ou de réflexion à ses frontières. C'est ce qui limite leur utilisation dans les radiocommunications, mais permet en revanche d'effectuer la radiodétection de la Lune et des planètes du système solaire ; cette propriété est à la base de tous les procédés de la Radioastronomie utilisant les ondes ultra-courtes.

Pour des longueurs d'onde suffisamment grandes, l'indice de réfraction de l'ionosphère devient une quantité imaginaire, ce qui signifie que le plasma est « opaque » pour des ondes de basses fréquences. On démontre aisément que l'amplitude d'une onde y décroît selon une loi exponentielle. Il importe de remarquer que, dans ce cas, il se produit une réflexion totale ($\mathcal{R} = 1$) de l'onde électromagnétique sur le plasma, et non pas une absorption d'énergie, quel que soit l'angle d'incidence. La fréquence limite (que l'on appelle *fréquence de plasma*) à laquelle commencent à se manifester ces effets a pour valeur

$$\omega_{\text{pl}} = \sqrt{4\pi N q^2/m}.$$

La vitesse de groupe des ondes radio se propageant dans l'ionosphère qui détermine, comme on le sait, la vitesse de transport de l'énergie, est naturellement inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide. Pous calculer $U = d\omega/dk$, écrivons (4.15) sous la forme

$$n = \frac{c}{\omega} k = \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega^2}}.$$

Elevons au carré les deux membres de cette équation, résolvons-la pour ω et calculons la dérivée $d\omega/dk$; il vient

$$U = \frac{d\omega}{dk} = c\sqrt{1 - \frac{4\pi N q^2}{m\omega^2}}. \tag{4.16}$$

Multiplions membre à membre (4.15) et (4.16); nous constatons que les vitesses de phase et de groupe des ondes radioélectriques se propageant dans l'ionosphère satisfont à la relation

$$Uu = c^2. \tag{4.17}$$

On notera que cette relation simple n'est valable que si $\omega_0 = 0$. Dans l'approximation $\omega_0 \neq 0$, qui présente plus d'intérêt pour la gamme optique, la relation entre les vitesses de phase et de groupe est plus compliquée.

Examinons maintenant les conséquences bien intéressantes auxquelles conduit la prise en compte des vibrations des ions, provoquées par l'action de l'onde lumineuse incidente. Nous verrons

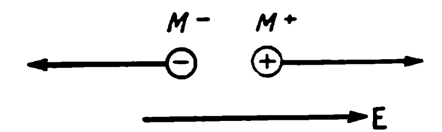


Fig. 4.5. Déplacement relatif des charges de signes contraires sous l'action du champ électrique d'une onde lumineuse

ci-dessous que cette complication de la théorie de dispersion permettra de préciser les limites de validité de la formule de Maxwell $n = \sqrt{\varepsilon}$ et éclaircira les causes du désaccord important de cette formule avec les données expérimentales pour de nombreuses substances.

Considérons le cas simple du mouvement de deux ions de charges contraires, assemblés dans une molécule simple telle que Na^+Cl^-. La valence des ions est alors égale à un et leurs charges sont égales à la charge de l'électron. La généralisation des résultats au cas de molécules plus compliquées ne présente pas de difficulté majeure *).

Pour établir l'équation différentielle de base nous supposerons tout naturellement que la polarisation $\mathbf{P}$ de la matière est la résultante de la polarisation $\mathbf{P}_1$ due au déplacement des électrons et de la polarisation $\mathbf{P}_2$ due au déplacement des ions; les deux polarisations sont produites par l'action du champ de l'onde lumineuse (fig. 4.5); on écrira donc

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2. \tag{4.18}$$

Dans le calcul de la polarisation $\mathbf{P}_2$ et l'estimation de la fréquence propre ω_{02} des vibrations des ions on fera figurer la masse réduite

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{M^+} + \frac{1}{M^-}, \tag{4.19}$$

*) Voir A. Sommerfeld, *Optik*, § 18, Wiesbaden, 1950.

où M^+ et M^- sont les masses des ions formant la molécule. Il est évident que la fréquence propre d'oscillations des ions $\omega_{02}^2 = f/M$ est notablement plus petite que la fréquence propre des oscillations des électrons $\omega_{01}^2 = f/m$, puisque $M \gg m$.

En omettant les calculs intermédiaires dont la démarche ne diffère en rien du cas où on ne tenait compte que de la polarisation électronique, l'expression de l'indice de réfraction qui prend en considération les vibrations électroniques et ioniques est:

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi N q^2}{m(\omega_{01}^2 - \omega^2)} + \frac{4\pi N q^2}{M(\omega_{02}^2 - \omega^2)}. \qquad (4.20)$$

Mettons-la sous une forme facilitant la comparaison avec les données expérimentales. En remarquant que

$$\omega_{01} = 2\pi c/\lambda_{01}, \quad \omega_{02} = 2\pi c/\lambda_{02}, \quad \omega = 2\pi c/\lambda,$$

on obtient

$$n^2 = 1 + C_1 \frac{\lambda^2 \lambda_{01}^2}{\lambda^2 - \lambda_{01}^2} + C_2 \frac{\lambda^2 \lambda_{02}^2}{\lambda^2 - \lambda_{02}^2}. \qquad (4.21)$$

Le calcul des constantes C_1 et C_2 ne présente aucune difficulté et nous ne nous y arrêterons pas en remarquant toutefois qu'elles vérifient l'égalité $C_1/C_2 = m/M$ que l'on peut comparer aux données de l'expérience.

Après quelques transformations algébriques simples, (4.21) s'écrit

$$n^2 = 1 + C_1\lambda_{01}^2 + C_2\lambda_{02}^2 + \frac{C_1\lambda_{01}^4}{\lambda^2 - \lambda_{01}^2} + \frac{C_2\lambda_{02}^4}{\lambda^2 - \lambda_{02}^2}. \qquad (4.22)$$

Examinons de plus près cette dernière expression de l'indice de réfraction.

Puisque $\omega_{01} \gg \omega_{02}$, $\lambda_{01} \ll \lambda_{02}$; si par conséquent les bandes d'absorption électronique se trouvent dans l'ultraviolet, les bandes d'absorption dues aux ions doivent se trouver dans l'infrarouge. L'existence des bandes d'absorption dans l'infrarouge exercera une influence sur l'allure de la variation de l'indice de réfraction dans la région visible où le corps à l'étude peut être parfaitement transparent, puisque la dépendance $n(\lambda)$ comporte deux termes de résonance $C_2\lambda_{02}^4/(\lambda^2 - \lambda_{02}^2)$ et $C_1\lambda_{01}^4/(\lambda^2 - \lambda_{01}^2)$, dont le rôle est sensiblement égal puisque $\lambda_{02} \gg \lambda_{01}$.

En théorie électromagnétique classique on admet que l'indice de réfraction $n = \sqrt{\varepsilon}$ est constant, ce qui n'est pas conforme à l'expérience. La formule (4.22) montre cependant que pour $\lambda \to \infty$ (donc dans l'infrarouge lointain) on peut négliger la variation $n(\lambda)$ puisqu'alors les deux termes en C_1 et C_2 tendent vers zéro. Par conséquent, si l'on désigne par n_∞ la valeur de l'indice de réfraction dans l'infrarouge lointain, on arrive à la corrélation sui-

vante entre n_∞ et les constantes C_1, C_2, λ_{01} et λ_{02}:

$$n_\infty = 1 + \lambda_{01}^2 C_1 + \lambda_{02}^2 C_2. \qquad (4.23)$$

C'est cette expression qu'il convient de confirmer par l'expérience.

Celle-ci montre que dans de nombreux cas la valeur de n_∞ ainsi calculée est en accord satisfaisant avec $\sqrt{\varepsilon}$ (la permittivité est mesurée par les procédés électriques usuels).

Il s'ensuit que pour vérifier la validité de la formule de Maxwell dans l'infrarouge lointain où on peut utiliser les valeurs statiques de ε il convient d'exprimer l'indice de réfraction par la formule (4.23). Il apparaît que c'est l'existence ou l'absence dans le spectre de la substance à l'étude de bandes d'absorption infrarouges qui importent dans cette approximation, étant donné que c'est le terme $\lambda_{02}^2 C_2$ qui détermine surtout la valeur de n_∞. Si l'on compare la valeur de l'indice de réfraction, mesurée dans la région visible, à sa valeur statique $\sqrt{\varepsilon}$, on constatera que ces valeurs seront nettement différentes chaque fois que le spectre de la substance comporte d'intenses raies d'absorption en infrarouge. C'est ainsi que la grande différence entre les valeurs de l'indice de réfraction de l'eau ($n_{\text{eau}} \approx \approx 1,33$) et de la permittivité ($\sqrt{\varepsilon} \approx 9$) peut être rattachée à l'existence de bandes d'absorption dans la région infrarouge de son spectre,

§ 4.4. Dispersion anomale

Reprenons l'expression (4.5) tenant compte de l'amortissement des oscillations de l'électron optique.

Admettons que la fréquence ω des oscillations forcées soit peu différente de la fréquence propre ω_0 des oscillations de l'atome. Cela revient à admettre qu'à la différence des présuppositions du paragraphe précédent on cherchera à étudier la dispersion du matériau à proximité immédiate de ses raies d'absorption.

Remarquons tout d'abord que, dans ce cas, la permittivité sera une quantité complexe. L'indice de réfraction sera donc lui aussi une quantité complexe

$$n' = n - in\varkappa = n\,(1 - i\varkappa),$$

qui est liée à la permittivité par la relation $n'^2 = \varepsilon'$.

Pour faciliter la discussion de la formule (4.5) nous y substituerons à ε' la quantité

$$\varepsilon' = (1 - 2i\varkappa - \varkappa^2)\, n^2, \qquad (4.24)$$

puis nous séparerons les parties réelle et imaginaire et nous obtiendrons ainsi une équation reliant n (indice de réfraction) et $n\varkappa$ (*facteur*

d'absorption) à la fréquence ω

$$n^2(1-2i\varkappa-\varkappa^2)=1+\frac{4\pi N(q^2/m)}{(\omega_0^2-\omega^2)+i\omega\gamma}\,\frac{(\omega_0^2-\omega^2)-i\omega\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)-i\omega\gamma},$$

$$n^2(1-\varkappa^2)=1+\frac{4\pi N(q^2/m)(\omega_0^2-\omega^2)}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2},\qquad(4.25)$$

$$2n^2\varkappa=\frac{4\pi N(q^2/m)\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}.$$

Comme il faudrait effectuer des calculs assez laborieux pour arriver à une forme explicite de la variation de n et de $n\varkappa$ avec les propriétés de la substance, nous nous contenterons de procéder à l'étude des formules (4.25).

Remarquons tout d'abord que la variation de la fonction $2n^2\varkappa$ avec la fréquence est semblable à celle du facteur d'absorption $n\varkappa$. En effet, lorsque $\omega\to\infty$ la fonction $2n^2\varkappa\to 0$, tandis que pour $\omega\to\omega_0$ cette fonction présente un maximum qui s'estompe rapidement à mesure que croît la différence $\omega^2-\omega_0^2$. Cette valeur maximum (en amplitude) $(2n^2\varkappa)_{\max}=4\pi Nq^2/(m\gamma\omega_0)$ est d'autant plus grande que la constante d'amortissement γ est petite. Dans l'échelle des fréquences la largeur de ce maximum augmente avec γ.

La forme de la courbe $n^2(1-\varkappa^2)$ reproduit en gros celle de la dépendance $n(\omega)$. Lorsque $\omega\to\infty$ cette fonction tend vers l'unité. La fonction $y=n^2(1-\varkappa^2)$ assume des valeurs maximum et minimum à proximité de la fréquence d'une raie d'absorption. Ces valeurs extrémales $\omega_{1,2}$ peuvent être calculées en égalant à zéro la dérivée première $dy/d\omega$. Les calculs montrent que la distance séparant les extrémums de la fonction y est égale à la largeur du maximum de la fonction $2n^2\varkappa$, donc proportionnelle au coefficient d'amortissement γ.

La fig. 4.6 représente les graphiques des fonctions $2n^2\varkappa$ et $n^2(1-\varkappa^2)$ qui reflètent l'essentiel de l'allure de variation du facteur d'absorption et de l'indice de réfraction au voisinage de la raie d'absorption. Nous voyons que la courbe présentant une discontinuité pour $\omega=\omega_0$, qui avait été établie au § 4.3 en posant $\gamma=0$, s'est transformée maintenant que nous avons tenu compte de l'absorption en une courbe continue $ABCD$ (*courbe de dispersion*). Mathématiquement cette transformation des courbes est équivalente au passage d'une hyperbole à discontinuité $z=-1/x$ à une courbe de résonance $z=-x/(x^2+b^2)$ qui pour $b\to 0$ redonne l'hyperbole présentant un point singulier au point $x=0$.

La fig. 4.6 montre que, sur la partie BC de la courbe, l'indice de réfraction diminue lorsqu'augmente la fréquence et devient inférieur à l'unité au-delà du centre de la raie d'absorption ($\omega=\omega_0$). Cela signifie que, dans les conditions considérées, la vitesse de phase de l'onde est plus grande que la vitesse de la lumière dans

le vide. Nous avons déjà rencontré ce cas et avons indiqué que l'inégalité $u > c$ ne contredit pas la théorie de la relativité, qui impose seulement $U < c$ concernant la vitesse de transport de l'énergie. Le lecteur devra cependant se garder d'essayer d'utiliser la formule de Rayleigh pour calculer, dans le cas considéré, la vitesse de groupe U. Une étude approfondie montre qu'un tel calcul est incorrect vu les très fortes variations que subit à proximité des raies d'absorption l'indice de réfraction; dans ce cas la vitesse de groupe diffère de la vitesse de propagation du signal [revoir (1.28a)] *).

Comparons maintenant les résultats théoriques aux données expérimentales. On observe une analogie certaine entre les variations de l'indice de réfraction (fig. 4.6) calculées d'après les formules (4.25) et les résultats expérimentaux concernant l'absorption et la réfraction de la lumière par les colorants (voir fig. 4.2). Selon Kundt et d'autres chercheurs le segment BC de la courbe $ABCD$ où l'indice de réfraction décroît à mesure qu'augmente la fréquence ($\partial n/\partial\omega < 0$) coïncide avec le maximum du facteur d'absorption. On peut donc considérer que la théorie électronique de la dispersion a permis de résoudre un problème très important, ayant établi une corrélation entre le facteur d'absorption et l'indice de réfraction au voisinage d'une raie d'absorption.

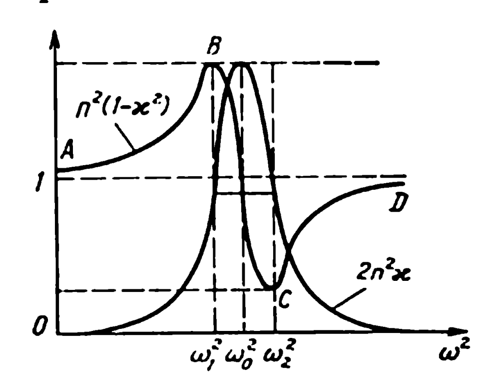


Fig. 4.6. Variations de $2n^2\varkappa$ et de $n^2(1-\varkappa^2)$ en fonction du carré de la fréquence

Il n'en demeure pas moins que pour tirer toutes les informations possibles des résultats de la mesure de l'indice de réfraction à proximité d'une raie d'absorption, il faut pousser plus avant l'analyse de la question. Notons que c'est l'étude de la dépendance $n = n(\lambda)$ dans les gaz à basse pression et dans les vapeurs métalliques qui présente le plus grand intérêt, car c'est dans ce cas que les présuppositions de la théorie correspondent le mieux aux conditions de l'expérience.

Une expérience illustrant de manière spectaculaire la variation de l'indice de réfraction à proximité d'une raie d'absorption a été initialement imaginée par Kundt, puis encore perfectionnée par Wood. En fait cette expérience est un développement de la méthode des prismes croisés de Newton. Un pinceau lumineux issu d'un arc électrique ou d'une puissante lampe à incandescence passe d'abord à travers un ballon cylindrique en verre disposé horizontalement,

*) Voir A. Sommerfeld, *Optik*, § 22.

puis subit une décomposition spectrale en passant à travers un prisme à arête verticale (fig. 4.7). Le cylindre est évacué par une pompe à vide mécanique et peut être chauffé par un brûleur à gaz, ce qui permet d'évaporer le sodium placé sur la paroi inférieure du

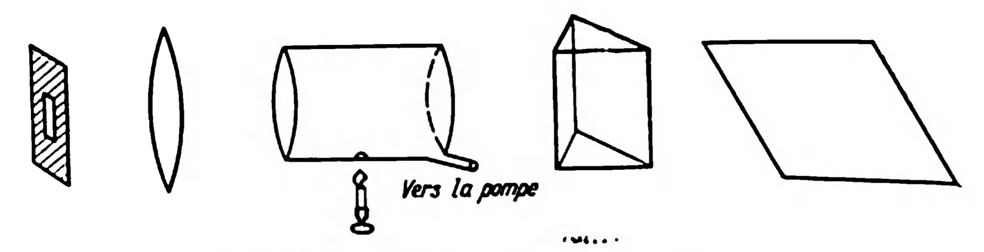


Fig. 4.7. Schéma de l'expérience de Kundt-Wood

cylindre. Comme la partie supérieure du cylindre est refroidie, il s'établit dans ce volume évacué une répartition non homogène (suivant la verticale) de la densité des vapeurs de sodium : en bas, la densité est forte, en haut, elle est faible. Cette colonne de vapeur se comporte, vis-à-vis du pinceau de lumière, comme un prisme à arête horizontale. Les effets combinés du prisme à vapeur de sodium et du prisme de verre font apparaître sur un écran une image reflétant la variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde qui présente une discontinuité au voisinage d'une raie d'absorption (fig. 4.8). Si l'on remplace, dans ce schéma optique, le ballon cylindrique par un spectromètre à fente permettant de séparer les deux raies de résonance du sodium (5890-5896 Å), on pourra observer une allure plus compliquée de la variation de l'indice de réfraction à l'intérieur et en dehors de ce doublet.

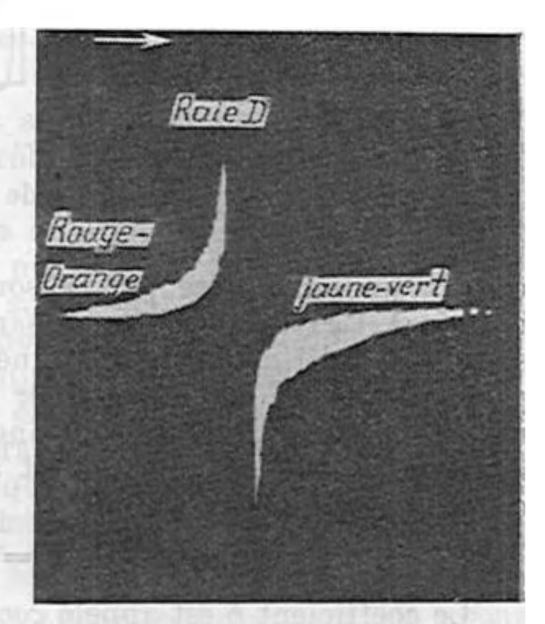


Fig. 4.8. Eclatement de la raie apparaissant sur l'écran correspondant à la dépendance $n(\lambda)$ de l'expérience de Kundt-Wood

Les mesures quantitatives de la dispersion dans les gaz et les vapeurs métalliques sous basses pressions s'effectuent par les procédés interférométriques qui permettent de déceler de petites variations de l'indice de réfraction. Nous décrirons au § 5.8 une méthode de mesure utilisant l'interféromètre de Rojdestvensky qui est particulièrement bien adapté à ce genre de mesures.

§ 4.5. Mécanisme de la rotation du plan de polarisation par biréfringence magnétique

Dans le cadre de la théorie de dispersion à l'étude on arrive à interpréter complètement les résultats des expériences classiques de Faraday, qui fut le premier à observer une rotation du plan de polarisation par une substance optiquement inactive. Nous allons examiner les principaux résultats de ces expériences et en donner une interprétation basée sur la théorie électronique.

Le montage utilisé dans les expériences est illustré par le schéma de la fig. 4.9. Entre deux polariseurs croisés à l'extinction on dispose un solénoïde à grand nombre d'ampères-tours, à l'intérieur duquel est placée une substance optiquement inactive. Dès que l'on alimente le solénoïde et qu'un champ magnétique longitudinal s'instaure, on voit apparaître sur l'écran une tache lumineuse, ce qui témoigne

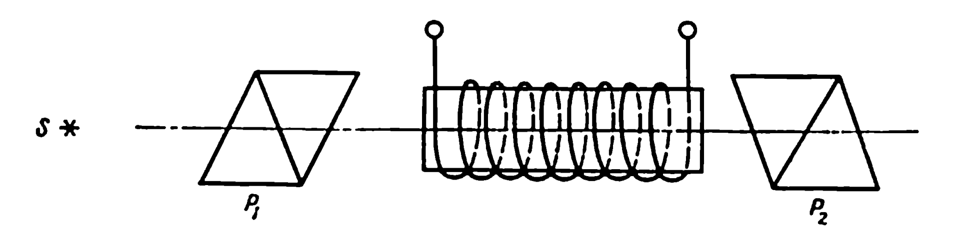


Fig. 4.9. Schéma de l'expérience de Faraday

que la lumière émise par la source passe à travers les polariseurs croisés à l'extinction. En faisant tourner l'analyseur P_2, on peut s'assurer qu'il s'agit bien d'une rotation d'un angle φ du plan de polarisation. Si on fait tourner l'analyseur de l'angle φ, la lumière n'émerge plus du système. L'angle φ est proportionnel à l'intensité H_{ext} du champ magnétique et à la longueur l du chemin optique dans la substance à l'étude:

$$\varphi = \rho H_{ext} l. \tag{4.26}$$

Le coefficient ρ est appelé *constante de Verdet*; sa valeur est généralement faible et dépend de la substance. Aussi doit-on disposer de champs puissants pour que l'effet soit grand. En général on utilise des verres spéciaux (flint lourd, par exemple, pour lequel $\rho \approx$ $\approx 0{,}08$ cm^{-1} Oe^{-1}). Le coefficient ρ dépend de la longueur d'onde de la lumière utilisée ($\rho \approx 1/\lambda^2$), aussi pour effectuer des mesures quantitatives doit-on monochromatiser le rayonnement de la source S à l'aide d'un filtre convenable.

Une particularité importante de cet effet est sa faible inertie (temps de réponse inférieur à 10^{-9} s), ainsi que son indépendance de la direction de la lumière. Il s'ensuit que l'angle de rotation du plan de polarisation par une substance donnée est déterminé par la direc-

tion du champ magnétique H_{ext}. Cette propriété (qui marque la distinction entre la rotation dans un champ magnétique et l'effet de rotation naturel) permet d'accroître l'angle de rotation du plan de polarisation par réflexion multiple de la lumière, moyen suggéré par Faraday lui-même (fig. 4.10).

Au cours de ces dernières années cet effet est largement utilisé pour résoudre différents problèmes posés notamment par les techniques laser. La faible inertie de l'effet permet de l'utiliser pour moduler la lumière, en tant qu'obturateur, etc. On a découvert et

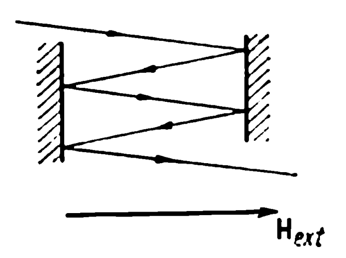


Fig. 4.10. Renforcement de l'effet de polarisation rotatoire magnétique par réflexions multiples de la lumière

synthétisé de nouvelles substances ayant de grandes constantes de Verdet. L'effet Faraday joue un rôle important dans la recherche scientifique.

En se proposant de faire l'étude de cet effet on doit calculer, de même que dans les problèmes que nous avons déjà traités, l'action qu'exerce l'onde électromagnétique sur l'électron optique. Dans l'étude de la dispersion de la matière nous n'avons tenu compte que de l'action exercée par le vecteur **E**, puisque dans la formule de Lorentz $\mathbf{f} = q\mathbf{E} + q/c\,[\mathbf{vH}]$ le second terme est v/c fois plus petit que le premier. Or pour interpréter l'effet Faraday on doit tenir compte de l'action exercée par le champ magnétique extérieur H_{ext}, qui est beaucoup plus intense que le champ magnétique de l'onde lumineuse. On ne peut donc plus négliger le terme $\frac{q}{c}[\mathbf{vH}_{ext}]$.

Posons que toutes les autres données initiales sont les mêmes que celles du problème relatif au calcul de déplacement, sous l'action du champ de l'onde lumineuse, d'un électron lié par une force quasi élastique (§ 4.2). En qualité de force excitatrice on utilise non pas $q\mathbf{E}$, mais la force de Lorentz, que l'on écrira dans notre cas:

$$q\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{vH}_{ext}]\right). \qquad (4.27)$$

Dans tous nos calculs nous poserons $\mathbf{H}_{ext} = \mathbf{B}_{ext}$. Cette approximation est légitimée par le fait que dans toutes les expériences portant sur la rotation du plan de polarisation on utilise des corps transparents pour lesquels $\mu \approx 1$.

Simplifions d'abord l'étude de l'effet Faraday en négligeant l'amortissement des oscillations, ce qui revient à poser $\gamma = 0$ (absence de force de freinage). On sait que cette approximation est valable à grande distance d'une raie d'absorption.

Supposons que le champ extérieur $\mathbf{H}_{ext}$ soit dirigé le long de l'axe Z, qui est la direction de propagation de l'onde lumineuse. Le vecteur intensité de champ électrique $\mathbf{E}$ de l'onde, ainsi que le déplacement $\mathbf{r}$ de l'électron se trouvent dans le plan XY perpendiculaire à l'axe Z. L'équation différentielle décrivant le mouvement oscillatoire de l'électron s'écrit alors

$$m\ddot{\mathbf{r}} + f\mathbf{r} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\dot{\mathbf{r}}\mathbf{H}_{ext}]\right). \tag{4.28}$$

En utilisant la notation standard $f/m = \omega_0^2$ et en passant aux composantes des vecteurs suivant les axes X et Y, nous avons

$$\begin{aligned} \ddot{r}_x - \frac{q}{mc}\dot{r}_y H_{ext} + \omega_0^2 r_x &= \frac{q}{m} E_x, \\ \ddot{r}_y + \frac{q}{mc}\dot{r}_x H_{ext} + \omega_0^2 r_y &= \frac{q}{m} E_y. \end{aligned} \tag{4.29}$$

Remplaçons les deux équations (4.29) d'arguments réels par une seule équation différentielle complexe; il suffit de multiplier la seconde équation de (4.29) par i et d'additionner le tout. Nous obtenons

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_x + ir_y) - i\frac{qH_{ext}}{mc}\frac{d}{dt}(r_x + ir_y) + \omega_0^2(r_x + ir_y) = \frac{q}{m}(E_x + iE_y). \tag{4.30}$$

Rappelons que l'onde initiale de polarisation rectiligne peut toujours être décomposée en deux ondes circulaires (polarisées l'une à droite et l'autre à gauche) se propageant suivant la même direction. L'opération mathématique de passage des équations réelles (4.29) à l'équation complexe (4.30) correspond précisément à cet artifice physique. Si la solution de l'équation (4.30) conduit à un résultat exprimant l'inégalité des indices de réfraction des ondes circulaires droite et gauche ($n_{dr} \neq n_g$), cela signifierait que le plan de polarisation de l'onde émergente égale à la somme des deux ondes circulaires a subi une rotation du fait de son parcours d'une longueur l dans une substance placée dans un champ magnétique longitudinal extérieur $H_{ext} \neq 0$.

Nous poserons donc qu'à l'entrée dans la substance ($z = 0$) on a affaire à deux ondes circulaires:

$$E_x = E_0 \cos \omega t, \quad E_y = \pm E_0 \sin \omega t. \tag{4.31}$$

Ecrivons-les sous la forme suivante:

$$E_x + iE_y = E_0 \exp(i\omega t) \quad \text{(rotation à droite)},$$
$$E_x + iE_y = E_0 \exp(-i\omega t) \quad \text{(rotation à gauche)}.$$

Cherchons une solution de (4.30) sous la forme

$$r_x + ir_y = r_0 \exp(\pm i\omega t).$$

Différentions et portons le résultat dans (4.30):

$$r_0 = \frac{(q/m) E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) \pm q\omega H_{ext}/(mc)}. \tag{4.32}$$

On notera que, à la différence de la formule (4.4) décrivant le déplacement d'un électron oscillant soumis à une force de freinage, l'équation (4.32) est réelle. On pouvait s'y attendre puisque l'application d'un champ magnétique ne modifie que la direction de mouvement des charges électriques sans le ralentir.

La suite du calcul est toute simple; on calcule la polarisation du milieu $\mathbf{P} = Nq\mathbf{r}$ et à l'aide de la méthode décrite au § 4.2 on trouve $n^2 = \varepsilon = 1 + 4\pi P/E$. En définitive, on arrive à la formule suivante:

$$n_{\pm}^2 = 1 + \frac{4\pi N q^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) \pm q\omega H_{ext}/(mc)}. \tag{4.33}$$

Cette formule résume la solution du problème posé. Pour une onde se propageant dans un milieu donné nous trouvons deux valeurs de l'indice de réfraction n_{dr} et n_g, ce qui démontre l'existence d'une rotation du plan de polarisation, déterminée directement par l'application d'un champ magnétique longitudinal H_{ext}.

Pour arriver à une formule explicite des quantités que l'on détermine par l'expérience, écrivons (4.33) sous la forme

$$n_g^2 - n_{dr}^2 = \frac{4\pi N q^2}{m} \cdot \frac{2\frac{q}{mc} H_{ext}\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - [q\omega H_{ext}/(mc)]^2}.$$

Posons $n = \frac{n_g + n_{dr}}{2}$ et rejetons le terme additionnel $\left(\frac{q\omega}{mc} H_{ext}\right)^2$ figurant dans le dénominateur. On obtient

$$n_g - n_{dr} = \frac{4\pi N q^3}{nm^2 c} \frac{H_{ext}\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \tag{4.34}$$

Utilisons la formule (3.16) qui établit une corrélation entre la différence des indices de réfraction et l'angle φ de rotation du plan de polarisation d'une onde ayant parcouru un chemin l dans le milieu à l'étude; on trouve

$$\varphi = \frac{\omega}{2c} (n_g - n_{dr}) \, l = \frac{2\pi N q^3}{nm^2 c^2} \frac{\omega^2 l H_{ext}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \tag{4.35}$$

Par comparaison de (4.35) avec la formule expérimentale (4.26) on obtient une expression définissant la constante de Verdet de l'effet Faraday

$$\rho = \frac{2\pi N q^3}{n m^2 c^2} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \tag{4.36}$$

Pour $\omega \ll \omega_0$ (les bandes d'absorption électronique se trouvent dans l'ultraviolet) on peut négliger ω^2 dans le dénominateur de (4.36) et arriver ainsi, en accord avec l'expérience, à la dépendance de la constante de Verdet avec la fréquence: $\rho \sim \omega^2 \sim 1/\lambda^2$.

On comprend maintenant l'origine de la particularité de la rotation artificielle du plan de polarisation: l'angle de rotation est entièrement déterminé par la direction du champ magnétique extérieur, la direction du faisceau lumineux incident pouvant être quelconque. Cela découle aussi bien de la formule (4.35) que de la position du problème, qui concerne non pas la direction du champ **H** de l'onde électromagnétique, mais bien celle du champ appliqué $\mathbf{H}_{ext}$.

A l'aide de (4.6), nous pouvons écrire (4.36) comme suit

$$\rho = \frac{q}{2mc^2} \omega \frac{\partial n}{\partial \omega}. \tag{4.36a}$$

Cette formule plus générale est quelquefois d'un emploi plus commode pour le calcul de la constante de Verdet. Ainsi, connaissant $\partial n/\partial \omega$, on peut calculer la constante de Verdet ρ sans avoir à connaître la fréquence propre ω_0 d'oscillation d'un électron lié par des forces de rappel élastiques. La formule (4.36a) peut être utilisée pour caractériser la rotation du plan de polarisation résultant de l'application d'un champ magnétique longitudinal à une substance dont les électrons peuvent être considérés comme libres ($\omega_0 = 0$).

Il est parfois intéressant d'étudier la rotation du plan de polarisation lorsque l'échantillon à l'étude est soumis à l'action d'un rayonnement de fréquence peu différente de celle de ses raies d'absorption; dans ce cas on ne peut évidemment plus négliger l'amortissement des oscillations. Une difficulté supplémentaire d'une telle étude provient de ce que jusqu'à présent nous ne savons pas l'influence que peut exercer sur les raies d'absorption l'application d'un champ magnétique à la substance absorbante ou à la source de rayonnement. Zeeman a établi en 1896 que dans ces conditions la raie se trouve dissociée en plusieurs composantes (*effet Zeeman*). Le nombre de composantes, leurs positions et leurs intensités relatives dépendent d'une part de la structure des niveaux d'énergie, participant aux transitions responsables de l'apparition de la raie d'absorption considérée et, d'autre part, de l'intensité du champ magnétique appliqué. L'effet Zeeman est un phénomène présentant un grand intérêt pour la spectroscopie et la physique atomique dont

l'interprétation exhaustive n'est possible que dans le cadre de la mécanique quantique.

Lorsque la structure des niveaux atomiques est simple, on observe l'*effet Zeeman* dit *normal*; cet effet a été interprété par Lorentz dans le cadre de la théorie électronique (Zeeman et Lorentz se sont vu décerner en 1902 un prix Nobel de physique). Dans l'effet Zeeman normal la raie d'absorption se scinde en deux composantes dans le cas d'un champ longitudinal (fig. 4.11, *a*) et en trois composantes dans le cas d'un champ transversal (fig. 4.11, *b*) par rapport à la

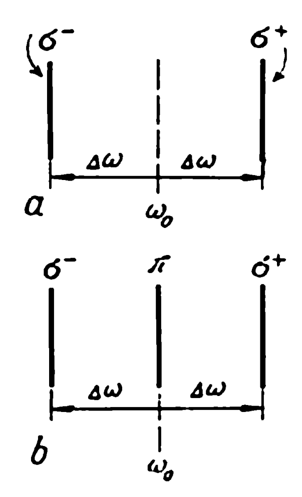


Fig. 4.11. Effet Zeeman normal

a) observation le long du champ appliqué; *b*) observation le long d'une direction perpendiculaire aux lignes de forces du champ

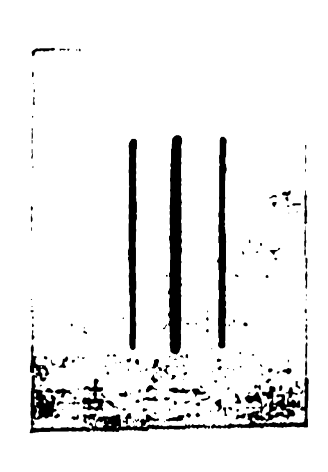


Fig. 4.12. Photographie de la raie du néon ($\lambda = 6133$ Å) dissociée en trois composantes par effet Zeeman

direction du faisceau lumineux. L'expérience montre que les nouvelles raies décalées par rapport à la raie initiale sont polarisées circulairement l'une à droite et l'autre à gauche (composantes σ^+ et σ^-), la raie initiale (composante π) étant, elle, polarisée rectilignement.

La fig. 4.12 reproduit la photographie d'une raie spectrale du néon (Ne), scindée en trois composantes par application d'un champ magnétique (33 kOe) (observation suivant une direction perpendiculaire à celle du champ magnétique).

Nous allons établir ce résultat en partant de la théorie électronique, afin de pouvoir l'utiliser pour déterminer la variation de l'indice de réfraction à proximité d'une raie subissant une dissociation en deux composantes sous l'action d'un champ magnétique longitudinal. Nous pourrons alors expliquer le mécanisme de la rotation du plan de polarisation à proximité d'une raie d'absorption.

Bien que c'est l'éclatement des raies d'absorption qui nous intéresse, nous considérerons le cas plus simple de l'éclatement d'une raie d'émission. Calculons le déplacement de la fréquence d'oscil-

lation ω d'un électron lié par une force élastique sous l'action d'un champ magnétique extérieur $\mathbf{H}_{ext}$ dirigé le long de l'axe Z. Comme nous ne voulons calculer que le changement que subit le mouvement de l'électron lorsqu'on applique un champ magnétique, nous pouvons poser $\mathbf{E} = 0$ et écrire:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \mathbf{r} = \frac{q}{mc} [\dot{\mathbf{r}} \mathbf{H}_{ext}]. \tag{4.37}$$

L'oscillation de l'électron le long de l'axe Z n'est pas modifiée — la composante suivant cet axe du produit vectoriel est nulle. En introduisant la notion $r' = r_x \pm i r_y$, nous trouvons pour le mouvement dans le plan XY:

$$\ddot{r}' \pm i \frac{q}{mc} H_{ext} \dot{r}' + \omega_0^2 r' = 0. \tag{4.38}$$

Cette équation, caractérisant une oscillation circulaire, a pour solution une expression de la forme $r' = r_0 \exp(i\omega t)$. Nous obtenons en fin de compte une équation qui nous permettra de calculer la variation de fréquence qui nous intéresse:

$$-\omega^2 \pm \frac{q}{mc} \omega H_{ext} + \omega_0^2 = 0. \tag{4.39}$$

Il est facile de montrer que le deuxième terme de cette équation est petit devant les deux autres termes. Posons $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ avec $\Delta\omega \ll \omega_0$; nous pouvons rejeter le terme en $(\Delta\omega)^2$ et nous obtenons dans cette approximation le résultat suivant:

$$\Delta\omega = \frac{q}{2mc} H_{ext}. \tag{4.40}$$

Nous sommes ainsi arrivés à la conclusion que dans les conditions expérimentales considérées (observation le long de la direction du champ magnétique appliqué), la raie d'émission éclate en donnant naissance à deux nouvelles raies de polarisations circulaires (σ_g et σ_{dr}) qui sont déplacées en fréquence de $\pm\Delta\omega$ par rapport à la fréquence ω_0. Juste au milieu entre ces raies, là où pour $\mathbf{H} = 0$ on aurait observé la raie spectrale à l'étude, il n'y a aucune raie d'émission (fig. 4.11, *a*).

Une raie d'absorption qui apparaît dans le spectre d'une substance éclate de manière analogue lorsque la lumière incidente se propage parallèlement au champ magnétique appliqué. On peut déterminer alors la variation que subit la différence des indices de réfraction ($n_g - n_{dr}$) dont la valeur détermine celle de l'angle de rotation du plan de polarisation à proximité de la raie d'absorption dissociée par application du champ magnétique longitudinal. Le plus simple est de procéder à un calcul sur graphique. Nous utiliserons pour cela la courbe de variation de l'indice de réfraction à

proximité d'une raie d'absorption (fig. 4.6). En déplaçant cette courbe à gauche et à droite d'une distance égale à $\frac{q}{2mc} H_{ext}$, nous obtenons deux courbes de dispersion $A_1B_1C_1D_1$ et $A_2B_2C_2D_2$ (fig. 4.13). En retranchant les ordonnées de l'une de ces courbes des ordonnées de l'autre, nous définissons une courbe résultante caractérisant la variation de l'angle de rotation du plan de polarisation au voisinage d'une raie d'absorption.

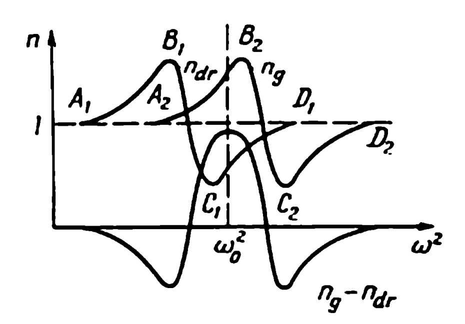


Fig. 4.13. Effet de polarisation rotatoire magnétique à proximité d'une raie d'absorption

La mise en œuvre de cette construction permet de dégager deux constatations. Premièrement, dans un étroit intervalle spectral centré sur la raie d'absorption le signe de l'effet Faraday change deux fois de suite; en dehors de l'intervalle $\omega_0 \pm \Delta\omega$ le signe de l'angle de rotation est inverse à celui qu'il présente à l'intérieur de ce même intervalle de fréquence. Deuxièmement, l'angle de rotation à proximité d'une raie d'absorption peut être très grand, puisque dans la région spectrale concernée on observe une forte variation de l'indice de réfraction et du coefficient d'absorption, de sorte que la différence $(n_g - n_{dr})$ peut devenir grande.

L'expérience corrobore les conclusions que l'on peut tirer de cette théorie simple; on utilise largement en physique atomique la rotation du plan de polarisation par les vapeurs métalliques et d'autres substances pour la détermination des constantes atomiques ainsi que pour d'autres mesures délicates.

CHAPITRE V

INTERFÉRENCES DE LA LUMIÈRE

Les physiciens connaissaient depuis longtemps de nombreux phénomènes optiques qui restaient incompréhensibles du point de vue de l'optique géométrique. Parmi ces phénomènes on trouve les anneaux de Newton (*cf.* § 5.6) et les autres types de franges alternativement d'éclairement maximum et minimum (*franges d'interférence*) ; nous savons aujourd'hui que l'apparition des franges résulte d'une redistribution spatiale du flux d'énergie lumineuse.

Une contribution notable à l'interprétation du phénomène d'interférence a été fournie par Fresnel, Young et plusieurs autres physiciens de renom du début du XIXe siècle. Ils ont développé une théorie ondulatoire basée sur l'idée que les ondes lumineuses constituaient une perturbation se propageant dans l'éther mondial ; cette théorie avait connu de gros succès, bien que l'étude de certains problèmes (par exemple, celui de l'interférence de rayons polarisés) imposât des constructions et des hypothèses compliquées sur les propriétés de l'éther.

La théorie électromagnétique de la lumière qui succéda à l'ancienne théorie ondulatoire a permis de simplifier grandement la position du problème et de résoudre nombre de problèmes compliqués concernant les interférences. Néanmoins dans son application au problème de l'interférence de la lumière on s'est heurté à des difficultés liées à ce qu'en optique on a généralement affaire non pas à des ondes monochromatiques, mais à des pulses lumineux ou à des paquets d'ondes. L'idéalisation « sinusoïdale » bien adaptée au traitement de nombreux phénomènes que nous avons considérés ci-dessus doit être adéquatement modifiée pour interpréter les effets d'interférence qui sont de nature plus délicate.

On démontre en physique mathématique qu'il est parfaitement légitime de représenter un pulse d'ondes par une somme (finie ou infinie) d'ondes monochromatiques. Il convient de commencer l'exposé de chapitre particulièrement important de l'optique ondulatoire par une étude de ses bases en considérant un modèle simple des sources d'ondes lumineuses. En procédant ainsi on arrive à com-

pléter le schéma formel de la théorie électromagnétique par une analyse qualitative des conditions de rupture des vibrations et de l'élargissement des raies d'émission qui en résulte. On pourra alors préciser les limites d'application de l'idéalisation sinusoïdale. On commencera par définir les principaux concepts et les conditions expérimentales dans lesquelles ces concepts se font jour.

§ 5.1. Oscillations cohérentes

Supposons qu'en un point P de l'espace coexistent deux ondes électromagnétiques quelconques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ (dans le cas général non monochromatiques). En vertu du principe de superposition, l'intensité du champ résultant est $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$.

Pour donner une description énergétique du problème, nous commencerons par élever au carré les deux membres de cette égalité

$$E^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2. \quad (5.1)$$

Lorsqu'on mesure les flux d'énergie électromagnétique (dans le cas d'ondes lumineuses on détermine ou le flux d'énergie lumineuse ou l'éclairement d'une surface), on doit tenir compte de l'inertie inhérente aux dispositifs de mesure, qui dans le cas général est assez grande. Il est donc fort difficile de réaliser sans effet d'inertie une étude expérimentale de processus dont la durée est du même ordre que celle de l'excitation d'un atome, bien qu'il existe actuellement des dispositifs de mesure dont le temps de réponse est plus d'un million de fois plus court que celui de l'œil (la durée de la persistance des impressions lumineuses de l'homme est estimée à 0,1 s).

Il convient donc de prendre la moyenne de l'expression (5.1) et de comparer aux données expérimentales la valeur moyenne du carré de l'intensité du champ électrique $\langle E^2 \rangle$ prise sur un intervalle de temps t' relativement grand. La durée t' doit être adaptée à l'inertie du récepteur de rayonnement. On remplacera donc (5.1) par l'égalité suivante

$$\langle E^2 \rangle = \langle (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle. \quad (5.2)$$

Lors de la mesure de l'énergie totale $\langle E^2 \rangle$, on trouve inévitablement deux groupes distincts de résultats expérimentaux selon la valeur moyenne du produit $\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle$ qui porte le nom de *terme interférentiel*:

$$\begin{array}{cc} \text{cas I} & \text{cas II} \\ \langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle, & \langle E^2 \rangle \neq \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle, \\ I = I_1 + I_2 & I \neq I_1 + I_2 \\ (\text{avec } \langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle = 0), & (\text{avec } \langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle \neq 0). \end{array} \quad (5.3)$$

Dans le premier cas, l'éclairement total est égal à la somme des éclairements (pas d'interférences). Dans le deuxième cas, l'éclairement total n'est pas égal à la somme des éclairements créés par chacune des sommes (effet d'interférence).

L'inégalité $\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\rangle \neq 0$ exprime la condition nécessaire de manifestation d'un effet d'interférence. On remarquera que le défaut d'additivité des caractéristiques énergétiques est évidemment lié non pas à une mise en défaut de la loi de conservation de l'énergie, mais à une redistribution spatiale du flux d'énergie.

Nous reporterons à plus tard l'étude du cas particulier de la superposition de deux ondes monochromatiques planes de fréquences différentes ou polarisées dans des directions rectangulaires, puisque dans ce cas $\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\rangle = 0$. Nous considérerons ici la superposition de deux ondes électromagnétiques quelconques (non monochromatiques). Ci-dessus nous avons pris pour point de départ d'une étude des vibrations monochromatiques l'équation

$$E = \mathrm{Re}\, E_0 \exp[i(\omega t - \varphi)] = E_0 \cos(\omega t - \varphi),$$

où E_0, ω et φ sont des constantes indépendantes du temps. Pour une onde électromagnétique arbitraire aussi bien l'amplitude E_0 que la phase φ peuvent dépendre du temps. Dans ces conditions de même que dans le cas de la formule (1.24b) décrivant une onde quasi monochromatique on envisage l'éventualité d'une modulation de l'amplitude E_0 ou de la phase φ des vibrations. On admet que la fréquence ω reste constante et l'éventualité de sa variation est prise en compte par la variation dans le temps de la phase $\varphi(t)$.

A l'aide de transformations trigonométriques simples on obtient des expressions de l'amplitude et de la phase de la vibration résultante

$$E_1(t) = E_{10}(t)\cos[\omega t - \varphi_1(t)],$$
$$E_2(t) = E_{20}(t)\cos[\omega t - \varphi_2(t)],$$
$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_0(t)\cos[\omega t - \varphi_0(t)],$$

où

$$E_0(t) = \sqrt{E_{10}^2(t) + E_{20}^2(t) + 2E_{10}(t)\,E_{20}(t)\cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)]},$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi_0 = \frac{E_{10}(t)\sin\varphi_1(t) + E_{20}(t)\sin\varphi_2(t)}{E_{10}(t)\cos\varphi_1(t) + E_{20}(t)\cos\varphi_2(t)}.$$

Dans le cas où les vibrations sont brusquement interrompues ou que leur phase se met à varier de façon aléatoire durant le temps de moyennage, l'expérience nous donnera toujours la somme des intensités lumineuses $I = I_1 + I_2$, ce qui signifie qu'il n'y a pas de terme interférentiel. On a en effet $I \sim \langle E^2\rangle \sim \langle E_0^2\rangle$ (*cf.* § 1.4). Par suite, même lorsque les amplitudes $E_{10}(t)$ et $E_{20}(t)$ peuvent

être considérées constantes, nous obtenons

$$\langle E^2\rangle = \frac{1}{t'}\int_0^{t'} E^2\,dt = \langle E_1^2\rangle + \langle E_2^2\rangle + 2E_{10}E_{20}\frac{1}{t'}\int_0^{t'}\cos(\varphi_1-\varphi_2)\,dt. \quad (5.4)$$

Si sur la durée du temps de moyennage t' la différence de phase $(\varphi_1 - \varphi_2)$ varie un grand nombre de fois, $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ prenant alors des valeurs positives et négatives, l'intégrale $\frac{1}{t'}\int_0^{t'}\cos(\varphi_1-\varphi_2)\,dt$ tend vers zéro et il n'y a donc pas d'interférences. Nous sommes à même alors de formuler la *condition nécessaire*: pour qu'il y ait interférence, il faut que la différence de phase $\varphi_1 - \varphi_2$ conserve sa valeur sur le temps de moyennage adopté. C'est pour cette raison que l'on introduit le concept fondamental de *vibrations cohérentes*, pour lesquelles la différence de phase reste invariable pendant le temps d'observation.

On peut observer des interférences entre des vibrations non harmoniques, si la différence de leurs phases reste constante bien qu'étant fonction du temps. Autrement dit il peut se faire que $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, $\varphi_2 = \varphi_2(t)$, mais

$$\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \text{const}. \quad (5.5)$$

Il est évident que deux vibrations harmoniques de même fréquence sont toujours cohérentes. Les vibrations harmoniques génèrent des ondes monochromatiques capables d'interférences. L'égalité des fréquences des ondes entrant en interférences ($\omega_1 = \omega_2$) et le caractère non rectangulaire des vecteurs $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ sont les conditions requises pour que la condition nécessaire (5.5) devienne *suffisante*. On doit cependant remarquer que pour $\omega_1 \neq \omega_2$ (plus exactement pour $\omega_1 - \omega_2 = \delta\omega$ avec $|\delta\omega| \ll \omega_1$ et $|\delta\omega| \ll \omega_2$) on peut observer une image d'interférences non stationnaire (battements). Nous examinerons au § 5.5 la question des interférences entre des vibrations non polarisées.

Dans le cas de vibrations non harmoniques la corrélation entre leurs phases représente la condition nécessaire de la cohérence. Dans les expériences d'interférences des ondes lumineuses, il importe de choisir convenablement la direction et de limiter l'angle sous lequel on observe les franges. Si ces conditions ne sont pas remplies, l'effet disparaît.

Dans les descriptions des phénomènes d'interférences on fait souvent usage des notions de *cohérence spatiale et temporelle* *). La cohérence temporelle est usuellement liée au degré de monochromaticité des vibrations considérées, tandis que la cohérence spatiale

*) Voir Françon M., Slanski E., *La cohérence en optique*, «Naouka», 1967 (en russe).

est caractérisée par la géométrie de l'arrangement expérimental. Au § 5.4 nous examinerons en détail la notion de cohérence spatiale à l'occasion d'une étude de la superposition des franges d'interférence produites par une multitude de sources élémentaires dont la juxtaposition constitue une source de lumière étendue.

La condition nécessaire d'apparition d'un effet d'interférence (terme interférentiel non nul) se laisse formuler dans le cadre d'autres conceptions de caractère très général.

Considérons la vibration résultante que créent en un point P deux sources d'ondes lumineuses de fréquence ω se trouvant à des

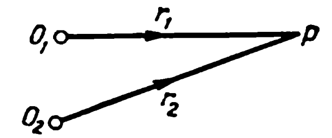


Fig. 5.1. Illustration de la notion de degré de cohérence complexe

distances $O_1P = r_1$ et $O_2P = r_2$ (fig. 5.1). Ces sources émettent respectivement des ondes $E_1 = E_{10}(t)\,e^{i\omega t}$ et $E_2 = E_{20}(t)\,e^{i\omega t}$ dont les amplitudes peuvent être représentées par des quantités complexes. Si les deux ondes se propagent dans un milieu d'indice de réfraction n et qu'il n'y a pas de dispersion, on peut évaluer aussitôt les retards Δt_1 et Δt_2 des vibrations au point P par rapport aux vibrations aux points O_1 et O_2:

$$\Delta t_1 = r_1/u, \quad \Delta t_2 = r_2/u. \tag{5.6}$$

L'intensité résultante au point P est alors déterminée par des expressions que nous écrirons en respectant les règles relatives aux quantités complexes et en négligeant les différences d'amplitudes résultant de la différence des distances r_1 et r_2; nous aurons donc

$$I = \langle \{E_{10}(t-\Delta t_1) + E_{20}(t-\Delta t_2)\}\{E_{10}^*(t-\Delta t_1) + E_{20}^*(t-\Delta t_2)\}\rangle. \tag{5.7}$$

En posant que le zéro du temps est décalé de $\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1$, nous obtenons à la suite de quelques transformations simples

$$I = \langle E_{10}E_{10}^*\rangle + \langle E_{20}E_{20}^*\rangle + 2\,\mathrm{Re}\,\langle E_{10}(t+\Delta t)\,E_{20}^*(t)\rangle. \tag{5.8}$$

Les deux premiers termes de l'égalité (5.8) caractérisent l'énergie rayonnée par chacune des sources, tandis que le dernier terme (terme interférentiel) caractérise la répartition spatiale de l'énergie totale due aux effets d'interférences.

La quantité

$$\langle E_{10}(t+\Delta t)\,E_{20}^*(t)\rangle \tag{5.9}$$

est désignée sous le nom de *fonction de corrélation*. En règle générale on procède à sa normation. Pour cela on divise l'expression (5.9)

par $\sqrt{I_1 I_2}$, ce qui nous donne la fonction

$$\gamma_{12}(\Delta t) = \frac{\langle E_{10}(t+\Delta t)\, E_{20}^*(t)\rangle}{\sqrt{\langle E_{10}^2\rangle \langle E_{20}^2\rangle}} \tag{5.9a}$$

que l'on appelle le *taux complexe de cohérence* des ondes émises.

L'intensité lumineuse totale (5.8) résultant de l'interaction au point P de deux faisceaux lumineux se présente alors sous la forme:

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\,\mathrm{Re}\,\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\,\gamma_{12}(\Delta t). \tag{5.10}$$

On peut calculer le taux de cohérence $\gamma_{12}(\Delta t)$ pour des problèmes concrets et évaluer ainsi la qualité attendue des images d'interférences. Mais on peut également estimer $\gamma_{12}(\Delta t)$ à partir de l'image d'interférences expérimentale.

Si les ondes $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ sont produites par deux sources parfaitement indépendantes, le taux de cohérence est égal à zéro et l'intensité lumineuse résultant de leur superposition au point P est égale à la somme des intensités des vibrations composantes. Dans l'autre cas extrême, celui de l'interférence de deux ondes monochromatiques, le taux de cohérence des vibrations harmoniques composantes est égal à l'unité.

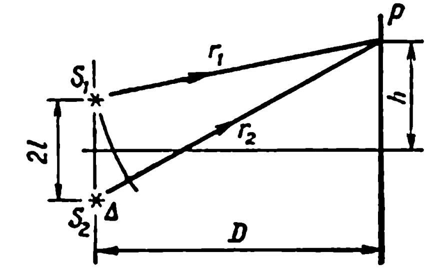


Fig. 5.2. Interférence de deux ondes monochromatiques émises par les sources ponctuelles S_1 et S_2

Reportons plus tard l'étude des causes physiques provoquant une variation aléatoire de la phase des vibrations pendant le temps d'observation et considérons tout d'abord de façon schématique la nature du phénomène en utilisant toujours l'idéalisation sinusoïdale (ce qui correspond parfaitement aux conditions de propagation des ondes monochromatiques). Les résultats que nous obtiendrons pourront servir de référence pour l'étude de phénomènes plus compliqués se manifestant lors de la superposition d'ondes électromagnétiques quelconques; on pourra estimer, par rapport à notre point de référence, à quel point ces phénomènes cadrent avec le schéma idéalisé.

Soient S_1 et S_2 deux sources émettant respectivement les ondes monochromatiques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ (fig. 5.2). Ces sources pourraient être deux fentes étroites et parallèles pratiquées dans un écran opaque et que l'on éclaire à l'aide d'une source de lumière monochromatique.

Nous poserons pour simplifier que les sources S_1 et S_2 émettent des ondes ayant au point P la même amplitude E_0; une telle hypothèse est parfaitement légitime, étant donné que la distance D est beaucoup plus grande que $2l$. Toutes les vibrations ont même direc-

tion, ce qui nous permet de traiter un problème scalaire. Nous avons

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kr_1), \quad E_2 = E_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

Le champ E créé par la vibration résultante est

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\frac{k(r_2 - r_1)}{2} \cos\left(\omega t - k\frac{r_1 + r_2}{2}\right). \quad (5.11)$$

Désignons $r_2 - r_1 = \Delta$. La quantité Δ est appelée la *différence de marche*, pour la raison qui apparaît de l'examen de la fig. 5.2. Il est facile de tirer de (5.11) l'amplitude de la vibration résultante $2E_0 \cos(k\Delta/2)$. On sait que l'intensité lumineuse I est proportionnelle au carré de l'amplitude:

$$I = 4E_0^2 \cos^2\frac{k\Delta}{2} = 2E_0^2(1 + \cos k\Delta) = 2E_0^2\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right). \quad (5.12)$$

L'étude de cette expression permet de trouver les valeurs de Δ pour lesquelles l'intensité lumineuse est maximum ou minimum:

$$I_{max} = 4E_0^2 \text{ pour } k\Delta = \pm 2m\pi,$$
$$I_{min} = 0 \quad \text{ pour } k\Delta = (2m + 1)\pi.$$

m qui prend les valeurs 0, 1, 2, . . . est l'*ordre d'interférence*. La condition d'apparition d'extrêma d'intensité peut être formulée sous une forme bien connue en excluant $k = 2\pi/\lambda$.

La condition du maximum d'intensité est $\Delta = m\lambda = 2m\lambda/2$, *i. e.* la différence de marche Δ doit être égale à un nombre pair de demi-ondes.

La condition du minimum d'intensité est $\Delta = (2m + 1)\lambda/2$, *i. e.* la différence de marche Δ doit être égale à un nombre impair de demi-ondes.

Nous venons de considérer le cas le plus simple, celui où les ondes $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ se propagent dans le vide, ($n = 1$, $\lambda = \lambda_0$). Dans le cas où l'une des ondes se propage dans un milieu d'indice de réfraction n_1 et l'autre dans un milieu d'indice de réfraction n_2, on fait appel à la notion de *différence de chemin optique* (différence des produits r_in_i). Dans ce cas la différence de phase de deux vibrations qui interfèrent est

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda_2} - \frac{r_1}{\lambda_1}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(r_2n_2 - r_1n_1). \quad (5.13)$$

Si la différence de chemin optique est égale à zéro ($r_2n_2 = r_1n_1$), $\Delta\varphi = 0$ et on observera un maximum d'intensité lumineuse. C'est précisément le principe de fonctionnement d'une lentille convergente qui n'introduit aucune différence de chemin optique supplémentaire dans les trains d'ondes formant l'image. Il est cependant malaisé d'expliquer par l'optique ondulatoire l'action focalisante d'une lentille, puisqu'on doit pour cela tenir compte des interféren-

ces d'ondes secondaires; on donnera le calcul correspondant au ch. VI consacré au phénomène de la diffraction de la lumière.

Calculons la variation de l'éclairement de l'écran en fonction de la distance h séparant le point P de l'axe de symétrie du système (fig. 5.2); on pourra alors prévoir quelle image stationnaire des franges d'interférences on devra observer sur l'écran. Il est clair que lorsque $D \gg 2l$ et $D \gg h$ on doit avoir

$$\frac{\Delta}{2l} = \frac{h}{D}, \quad \text{ou} \quad \Delta = \frac{2lh}{D}. \tag{5.14}$$

Par suite

$$I = 2E_0^2\left(1 + \cos\frac{4\pi lh}{D\lambda}\right).$$

et on doit observer sur l'écran une variation périodique d'éclairement (fig. 5.3) se traduisant par la formation de franges alternativement claires et sombres. Combinant la condition du maximum d'intensité lumineuse $\Delta = m\lambda$ avec (5.14) on trouve $h = mD\lambda/(2l)$. La distance entre deux maximums consécutifs (interfrange), c'est-à-dire la largeur δh d'une frange est

$$\delta h = D\lambda/(2l).$$

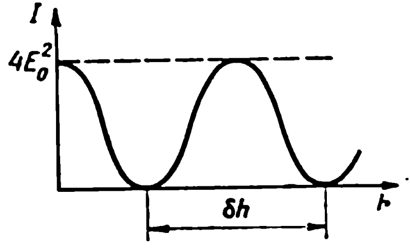


Fig. 5.3. Eclairement de l'écran en fonction de la distance à l'axe de symétrie

Nous disposons maintenant de toutes les données requises pour évaluer la possibilité d'observation des franges d'interférences. Soit $D \approx 100$ cm; $\lambda \approx 5 \times 10^{-5}$ cm; $2l \approx 0{,}05$ cm$=0{,}5$ mm; on a $\delta h \approx 0{,}1$ cm.

De telles franges d'interférences devraient être visibles à l'œil nu. L'expérience montre cependant qu'il est impossible d'obtenir une image stationnaire de l'interférence de deux faisceaux lumineux issus de deux fentes pratiquées dans un écran opaque lorsqu'on l'éclaire avec une source lumineuse quelconque. De nombreuses tentatives ont été faites dès le XVII[e] siècle pour mettre en évidence l'existence de franges d'interférence dans ces conditions. Elles ont toutes échouées et la seule conclusion que l'on peut en tirer est qu'une source lumineuse usuelle compte un nombre énorme d'émetteurs non cohérents, qui émettent aléatoirement lorsqu'ils se trouvent à l'état excité. Il est absolument exclu d'admettre que dans ces processus aléatoires (émission spontanée) puisse exister une quelconque corrélation entre les phases de tronçons de sinusoïdes des vibrations émises; aussi l'éclairement uniforme de l'écran que l'on observe dans ces expériences ne répond en rien aux prévisions du calcul des interférences de deux ondes monochromatiques.

D'autre part, deux faisceaux issus des fentes d'un écran opaque éclairé par un rayonnement laser (sans aucun dispositif supplémen-

cohérentes (donc autres que les lasers), conduit à l'apparition sur l'écran de franges dont l'éclairement varie périodiquement mais sans que $I_{\min}$ s'annule.

Pour définir quantitativement la qualité des images d'interférence, on utilise la *fonction de visibilité*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \tag{5.15}$$

où $I_{\max}$ et $I_{\min}$ sont les intensités lumineuses déterminées expérimentalement.

Les valeurs de cette fonction correspondant aux deux cas limites considérés ci-dessus sont:

a) en éclairant les deux fentes par une lumière cohérente (rayonnement laser, par exemple) on voit apparaître sur l'écran des franges d'interférence dont les variations d'intensité lumineuse sont essentiellement sinusoïdales. Dans ce cas $I_{\min} = 0$ et $V = 1$;

b) en éclairant les fentes par une lumière non cohérente on ne voit apparaître aucune frange d'interférence; l'écran étant éclairé uniformément, on a $I_{\max} = I_{\min}$ et $V = 0$.

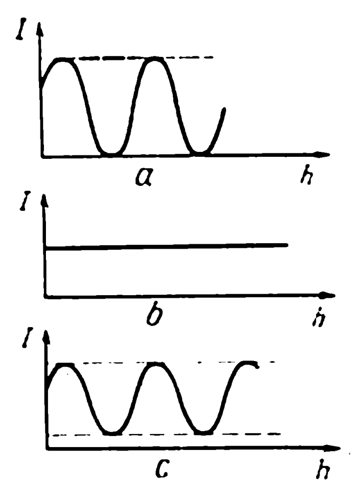


Fig. 5.5. Répartition d'intensité lumineuse résultant de l'interaction: *a*) de deux faisceaux cohérents; *b*) de deux faisceaux non cohérents; *c*) de deux faisceaux partiellement cohérents

Nous avons déjà indiqué qu'en dehors des cas limites de lumière non cohérente ($V = 0$) et de lumière cohérente ($V = 1$) on peut avoir un cas intermédiaire où l'on voit apparaître sur l'écran des franges d'interférence, mais moins nettes que dans le cas d'une lumière cohérente. La fonction de visibilité est comprise entre 0 et 1 ($0 < V < 1$). Nous appellerons les deux sources lumineuses produisant ce type de franges d'interférence, *sources partiellement cohérentes*. Nous étudierons ce dernier cas plus en détail dans ce qui suit. Parfois on considère la lumière partiellement cohérente comme la somme d'un rayonnement cohérent et d'un rayonnement non cohérent; dans ce cas le taux de cohérence est tout simplement la part de lumière cohérente.

La fig. 5.5 illustre les trois cas d'interaction de deux faisceaux lumineux. Leur comparaison laisse apparaître le lien existant entre la fonction de visibilité et la notion de taux de cohérence.

En effet à l'aide de l'expression (5.10) il est facile d'estimer les intensités maximum et minimum de l'onde résultante $I(P)$:

$$I_{\max}(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\,|\gamma_{12}(\Delta t)|,$$
$$I_{\min}(P) = I_1(P) + I_2(P) - 2\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\,|\gamma_{12}(\Delta t)|.$$

Il arrive souvent que $I_1(P) = I_2(P)$; ce cas est réalisé lorsque l'interférence provient de deux sources de lumière identiques disposées de telle sorte que la différence de marche des rayons $|r_2 - r_1|$ est petite devant r_1 et r_2. On a alors

$$V = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}) = |\gamma_{12}(\Delta t)|. \tag{5.16}$$

Cette égalité permet de comparer les valeurs expérimentales et calculées de la fonction de visibilité des franges d'interférence avec l'estimation des taux de cohérence des deux sources utilisées. La visibilité des franges d'interférence est donnée par le module de la fonction complexe $|\gamma_{12}(\Delta t)|$.

L'égalité $V = |\gamma_{12}(\Delta t)| = 1$ témoigne de la cohérence parfaite des deux rayonnements. L'expression (5.9a) permet de montrer que $|\gamma_{12}| = 1$, lorsque se trouvent vérifiées la condition de cohérence (5.5) et l'égalité $|E_{20}(t)| = a\,|E_{10}(t)|$ où a est une constante. Ces conditions signifient en fait que les amplitudes et les phases des ondes entrant en interférence sont modulées de façon synchrone.

Nous avons déjà mentionné qu'en optique on a généralement affaire non pas à des ondes monochromatiques, mais à des trains d'ondes, qui sont constitués par des tronçons de sinusoïdes. Plus la durée de la vibration τ donnant naissance à un rayonnement est courte, plus l'onde générée diffère d'une onde monochromatique. Il est par conséquent extrêmement important d'étudier les propriétés d'ondes quasi monochromatiques que l'on peut définir, conformément aux considérations développées plus haut, comme des ondes partiellement cohérentes; la visibilité V des franges que créent ces ondes est donc comprise entre 0 et 1.

Nous décrirons au § 5.8 les expériences ayant pour objet l'étude de la dépendance de la visibilité des franges d'interférence avec le taux de cohérence du rayonnement utilisé pour éclairer un interféromètre de Michelson (voir fig. 5.41 et 5.42). Ici nous établirons les principales corrélations caractérisant un rayonnement quasi monochromatique. Ces corrélations résultent directement du théorème de Fourier, selon lequel toute fonction $F(t)$ finie et intégrable peut être représentée par une intégrale telle que *)

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\nu) \exp(i2\pi\nu t)\, d\nu \tag{5.17}$$

*) Plus précisément la fonction $F(t)$ doit vérifier les conditions de Dirichlet et être parfaitement intégrable de $-\infty$ à $+\infty$. Voir V. Smirnov, *Cours de mathématiques supérieures*, t. 2, Editions « Mir » (en français). La question du développement spectral en physique et en mathématiques est exposée au § 6.7.

ou encore (transformation inverse)

$$f(\nu)=\int_{-\infty}^{\infty} F(t)\exp(-i2\pi\nu t)\,dt.$$

Dans le cas à l'étude $|f(\nu)|^2$ représente la répartition en fréquence de l'énergie des vibrations.

Examinons les résultats auxquels conduit l'application de (5.17) au cas simple où la vibration $F(t)$ est un tronçon de sinusoïde. Posons

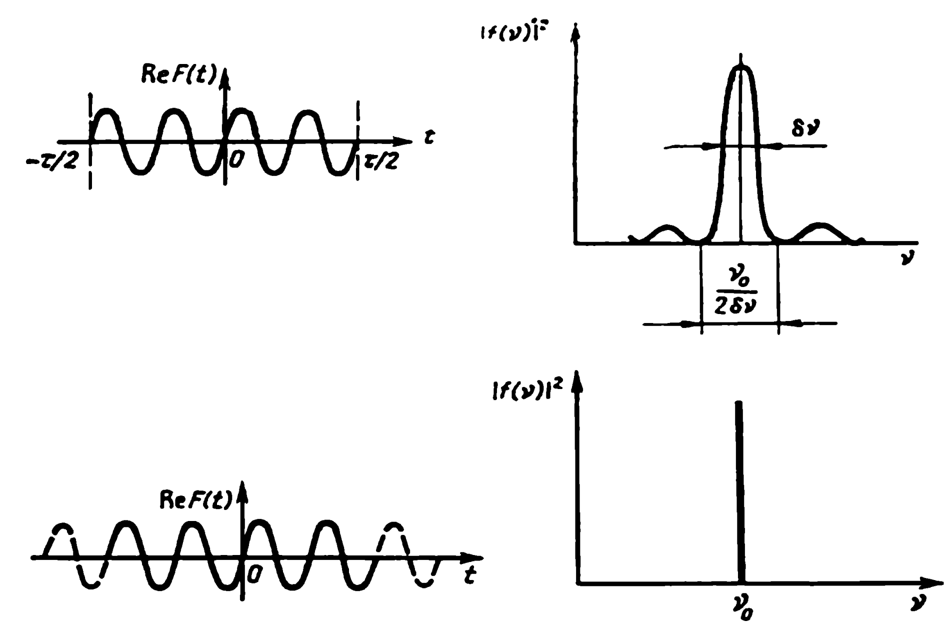


Fig. 5.6. Variations en fonction du temps de la fonction Re $F(t)$ pour un segment de sinusoïde et pour une sinusoïde indéfinie et les spectres correspondants

$F(t) = f_0 \exp(i2\pi\nu_0 t)$ pour le cas où $-\tau/2 < t < \tau/2$ et $F(t) = 0$ pour le cas où $|t| > \tau/2$ (τ est la durée de la vibration à l'étude).

Calculons, pour ce cas simple, la répartition en fréquence de l'énergie des vibrations

$$f(\nu)=f_0\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\exp[-2\pi i(\nu-\nu_0)t]\,dt=f_0\left[\frac{\sin\pi(\nu-\nu_0)\tau}{\pi(\nu-\nu_0)\tau}\right]\tau \qquad (5.18)$$

et

$$|f(\nu)|^2=f_0^2\left[\frac{\sin\pi(\nu-\nu_0)\tau}{\pi(\nu-\nu_0)\tau}\right]^2\tau^2.$$

La fig. 5.6 représente les graphes des fonctions Re $F(t)$ et $|f(\nu)|^2$. A titre de comparaison on y a représenté ces mêmes fonctions pour une vibration rigoureusement monochromatique. La répartition en fréquences de l'énergie de cette vibration monochromatique est déterminée par l'égalité $\nu = \nu_0$.

La courbe représentant le carré du module de $f(\nu)$ d'un tronçon de sinusoïde est de la même forme que la courbe représentant $(\sin x/x)^2$. En déterminant la largeur de cette répartition en fréquence $\delta\nu$ (c'est l'intervalle séparant les points situés à mi-hauteur de l'ordonnée maximum) on trouve

$$\delta\nu \sim 1/\tau, \tag{5.19}$$

qui est la relation fondamentale de la théorie des ondes quasi monochromatiques. A un facteur de l'ordre de π près, la relation $\tau \sim 1/\delta\nu$ est la même, quelles que soient les causes d'élargissement des raies spectrales. Nous examinerons au § 5.2 d'une façon qualitative les processus physiques responsables de l'élargissement des raies spectrales. Il est bien évident que quelle que soit l'approximation, on ne peut négliger le fait que dans toute source de lumière usuelle on trouve un nombre énorme d'atomes dont les vibrations sont incohérentes. Il est donc tout indiqué de décrire les processus physiques en cause par les procédés de la statistique.

§ 5.2. Etude statistique des processus physiques dans les sources lumineuses

Nous adopterons pour l'étude des processus physiques responsables de l'émission d'ondes lumineuses le modèle suivant de la source de lumière. Dans une région de l'espace se trouve un ensemble de N atomes. Chacun des atomes comporte un électron optique; les vibrations de ces N électrons (oscillateurs harmoniques) déterminent

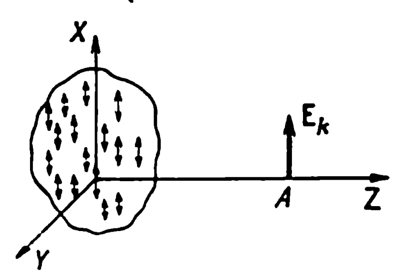


Fig. 5.7. Champ E_k créé au point A par un oscillateur harmonique placé à l'origine des coordonnées
Les électrons optiques vibrent le long de l'axe X

l'émission d'un rayonnement par le système. En supposant que toutes les vibrations ont une même direction, on a affaire à un problème scalaire (nous rejetterons ensuite cette limitation). Les fréquences ω et les amplitudes a des vibrations sont les mêmes pour tous les électrons optiques. L'intensité du champ E_k créé par le $k^{\text{ième}}$ atome se trouvant en un point quelconque A de l'axe Z (fig. 5.7) est alors

donnée par

$$E_k = \text{Re}\, a \exp [i (\omega t - \varphi_k)] = a \cos (\omega t - \varphi_k). \qquad (5.20)$$

Conformément au principe de superposition, l'intensité du champ total régnant en ce point est

$$E = \sum_{k=1}^{N} E_k = b \cos (\omega t - \varphi).$$

Modifions notre schéma en admettant qu'aux instants τ, 2τ, 3τ, etc., les phases des vibrations de tous les électrons varient simultanément et de façon aléatoire. La vibration résultante sera alors représentée par la graphie de la fig. 5.8. Aux instants t et $t + \tau$ les

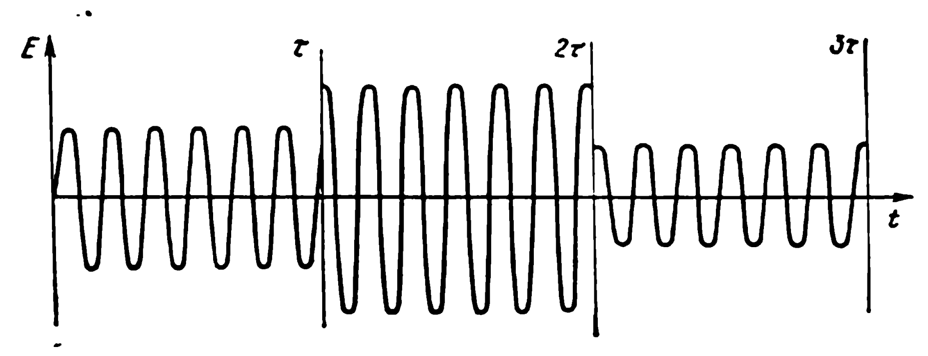


Fig. 5.8. Exemple d'une vibration modulée aléatoirement

phases φ des vibrations ont des valeurs parfaitement indépendantes. L'amplitude E des vibrations n'est constante que pendant l'intervalle de temps τ. Une telle vibration peut être caractérisée par l'expression

$$E = E_0 (t) \cos [\omega t - \varphi (t)]. \qquad (5.21)$$

Si les phases des vibrations des électrons optiques ne varient pas simultanément, la description devient plus compliquée. Supposons, par exemple, qu'à tout instant séparé de l'instant antérieur d'un intervalle de temps égal à τ/N, une seule de toutes les vibrations change de phase. Il est clair que l'on notera une variation notable de la phase et de l'amplitude de la vibration résultante qu'au bout d'un temps τ. Si nous posons $\Delta t = n\tau/N$ (avec $n = 1, 2, 3, \ldots$) il est clair que tant que $\Delta t \ll \tau$ (soit $n \ll N$) les variations de phase et d'amplitude de la vibration résultante seront petites puisqu'elles ne concernent qu'un petit nombre d'atomes. Il faut un temps τ pour que ces variations deviennent notables; il s'ensuit que la quantité τ qui prend ici le sens d'une *période moyenne de modulation* conserve toute sa signification.

Une telle approche peut être étendue à n'importe quelle loi de variation de la phase φ_k, puisque nous pouvons considérer qu'*en*

moyenne les variations de phase se produisent toujours au bout d'un temps de l'ordre de τ/N.

Il est donc tout indiqué de faire intervenir la notion d'onde quasi monochromatique $E = E_0(t)\cos[\omega t - \varphi(t)]$ dont la phase et l'amplitude restent inchangées pendant un intervalle de temps τ.

Pour une description énergétique de notre modèle nous devons estimer la valeur moyenne du carré de l'amplitude de la vibration

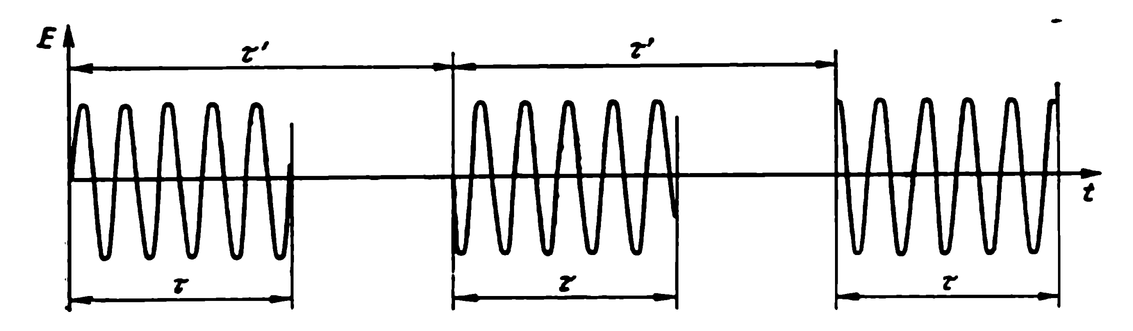


Fig. 5.9. Modèle des vibrations de l'électron optique

résultante $\langle E_0^2(t)\rangle$. Il s'avère que cette valeur moyenne est égale à Na^2. Ce résultat évident découle des considérations suivantes. Si $E = \sum_{k=1}^{N} E_k = E_0(t)\cos[\omega t - \varphi(t)]$, des transformations simples, analogues à (5.4) fournissent le résultat suivant

$$E_0^2 = Na^2 + a^2 \sum_{i,\ k\neq j} \sum \cos(\varphi_k - \varphi_j). \tag{5.22}$$

En prenant la moyenne de cette expression sur un grand intervalle de temps, on trouve

$$\left\langle \sum_{j,\ k\neq j} \sum \cos(\varphi_k - \varphi_j) \right\rangle = 0 \tag{5.23}$$

et par suite

$$\langle E_0^2(t)\rangle = Na^2. \tag{5.24}$$

Il importe de remarquer que la période moyenne de modulation τ ne dépend pas du nombre N d'oscillateurs harmoniques, étant déterminée par la durée moyenne de chacune des vibrations individuelles.

Compliquons un peu notre modèle en supposant que les vibrations de chacun de nos oscillateurs harmoniques (que sont les électrons optiques) se présentent sous forme de brèves « flambées » d'une durée moyenne τ en se succédant en moyenne à des intervalles τ' ; d'une « flambée » à la suivante la phase φ_k varie aléatoirement (fig. 5.9). La vibration résultante sera toujours décrite par l'équation $E = E_0(t)\cos[\omega t - \varphi(t)]$, mais pour calculer $\langle E_0^2(t)\rangle$ on doit

tenir compte du rapport de τ à τ'. Les paramètres τ et τ' se présentent comme des valeurs moyennes déterminées par les processus physiques évoluant dans la source lumineuse.

Les principaux processus caractérisant l'émission de radiations par la source sont, d'une part, la perte d'énergie de l'électron optique associée au rayonnement dont la durée caractéristique moyenne est τ_{ray} ($\sim 10^{-8}$ s) et, d'autre part, les collisions interatomiques dont la durée moyenne est τ_{coll}. Par suite de collisions l'atome excité peut perdre de l'énergie, ce qui conduit à une extinction du rayonnement. Ce dernier processus joue un rôle important lorsque la densité du gaz émetteur est grande, puisqu'alors la probabilité de collisions y est grande ($\tau_{coll} \ll \tau_{ray}$). Mais on conçoit aisément une expérience physique où la probabilité de collisions serait négligeable et le temps de désexcitation serait déterminé par τ_{ray}. En qualité d'exemple citons la luminescence d'un jet d'atomes excités par un faisceau transversal d'électrons ou de lumière. Cette faible luminescence que l'on observe le long d'une direction perpendiculaire au trajet des atomes trouve des applications en spectroscopie de précision.

L'émission de lumière d'un plasma de décharge dans les gaz à basse pression est elle aussi caractérisée par l'inégalité $\tau_{coll} \gg \tau_{ray}$, mais dans ce cas on doit encore tenir compte de l'agitation thermique des atomes. Par suite de l'effet Doppler (*cf.* § 7.3) le rayonnement de chacun de ces atomes présente sa propre fréquence

$$E_k = a \cos (\omega_k t - \varphi_k). \tag{5.25}$$

Après sommation de toutes ces vibrations on constate que l'intervalle de temps pendant lequel on peut considérer invariables la phase et l'amplitude est beaucoup plus court que dans les autres cas. La nature du phénomène (l'effet Doppler) et les procédés utilisés pour mesurer ces intervalles de temps qui sont de un à deux ordres de grandeur plus petits que τ_{ray} seront examinés plus loin.

Nous voyons ainsi que les processus physiques qui se manifestent dans une source lumineuse déterminent l'intervalle de temps minimum pendant lequel on peut considérer constantes la phase et l'amplitude de l'onde quasi monochromatique. Cet intervalle de temps caractérise le retard physique admissible pendant lequel se conserve la cohérence (se trouve vérifiée la condition (5.5)). Nous désignerons cet intervalle de temps sous le nom de *temps de cohérence* τ_{coh}. Nous décrirons au § 5.8 les méthodes mises en œuvre pour déterminer τ_{coh}. Pour les sources autres que les lasers $\tau_{coh} \sim 10^{-9}$-10^{-10} s.

C'est cette valeur de τ_{coh} que l'on doit adopter pour évaluer une grandeur physique très importante qu'est la *longueur de cohérence*; c'est la distance $L_{coh} = c\tau_{coh}$ à laquelle s'est propagée l'onde pendant l'intervalle de temps où sa phase et son amplitude restaient

constantes en moyenne *). En optique, pour les valeurs citées de τ_{coh}, la longueur de cohérence est de 3-30 cm et ce n'est que dans des cas très favorables qu'elle atteint 100 cm.

Si la différence de marche $\Delta < c\tau_{coh}$, l'interférence est possible (bien que l'on n'ait pas encore défini son procédé d'observation). Ce résultat fondamental peut être utilisé pour la mesure de la longueur de cohérence (*cf.* § 5.8).

On doit remarquer que nos estimations ($c\tau_{coh} \approx$ 3-30 cm) sont en bon accord avec les résultats d'expériences, utilisant les sources lumineuses usuelles (décharges basse pression, par exemple), mais non des lasers. Le rayonnement laser est lié à une émission stimulée et non aux transitions spontanées et donc aléatoires qui sont à la base des différents modèles statistiques. Pour les lasers la valeur de $c\tau_{coh}$ est beaucoup plus grande que pour les sources usuelles. La preuve en est fournie par les expériences utilisant un laser au néon-hélium où l'on observe des franges d'interférence pour une différence de marche de plusieurs dizaines de mètres (*cf.* § 5.8).

La notion de longueur de cohérence est tout aussi utile en radiotechnique. Cependant, à condition d'éliminer tous les accidents techniques et les défectuosités de montage des circuits et de ne relier la valeur de τ_{coh} qu'aux fluctuations dans le générateur d'ondes radioélectriques, provenant, par exemple, de l'*effet de grenaille* (*cf.* § 8.4), on arrive à une valeur de τ_{coh} de l'ordre de 100 h ; la longueur de cohérence correspondante $c\tau_{coh} \approx 10^{11}$ km. Comme cette longueur est plus grande que le diamètre du système solaire, on en conclut qu'il n'existe pas en principe de limite à la distance à laquelle les mesures de radio-interférence sont réalisables. L'efficacité d'une telle méthode ne doit dépendre que de corrélations énergétiques (en particulier de la valeur du rapport signal/bruit) ainsi que des défectuosités techniques des dispositifs radioélectriques.

Afin de parachever notre description des principaux phénomènes se manifestant dans les sources lumineuses, il nous reste à rejeter la limitation que nous nous sommes imposée au début de ce paragraphe concernant la direction de vibration des électrons optiques. Nous verrons que le rejet de cette limitation permet d'élaborer aussitôt un modèle de production de la lumière naturelle (non polarisée fig. 5.10). On notera que le qualificatif « naturel » ne concerne que le degré de polarisation du rayonnement. La fréquence et la durée de toutes les vibrations sont comme auparavant les mêmes et elles déterminent la composition spectrale du rayonnement intégral.

Nous supposerons qu'en moyenne 1/3 de tous les électrons vibrent le long de l'axe X (électrons x), 1/3 le long de l'axe Y et 1/3 le long de l'axe Z. Considérons un rayonnement se propageant le long de

*) Dans certains cas particuliers L_{coh} peut coïncider avec la longueur du train d'ondes égale à $c\tau_{ray}$.

l'axe Z et créé par les électrons x et y (il est évident que les électrons z ne rayonnent pas le long de l'axe Z). Il est évident que les ondes E_x E_y produites par les vibrations des électrons x et y ne sont pas cohérentes entre elles, du fait de l'indépendance des vibrations. Ecrivons E_x et E_y sous la forme

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x}(t)\cos[\omega t - \varphi_1(t)], \\ E_y &= E_{0y}(t)\cos[\omega t - \varphi_2(t)]. \end{aligned} \tag{5.26}$$

On a en même temps $\langle E_x^2 \rangle = \langle E_y^2 \rangle$, ce qui signifie que l'intensité de rayonnement présente une symétrie axiale. Voyons de plus près ce très important résultat.

L'extrémité du vecteur résultant $\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$ décrit une ellipse pendant un temps inférieur à τ_{coh}, donc pendant un intervalle de

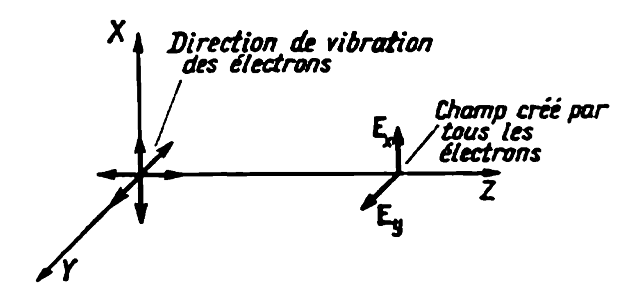


Fig. 5.10. Schéma illustrant la production d'une lumière non polarisée

temps où E_{0x}, E_{0y}, φ_1 et φ_2 peuvent être considérés comme invariables. L'équation de cette ellipse résulte de la règle d'addition de deux vibrations rectangulaires

$$\frac{x^2}{E_{0x}^2(t)} + \frac{y^2}{E_{0y}^2(t)} - \frac{2xy}{E_{0x}(t)\,E_{0y}(t)}\cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] = \\ = \sin^2[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)]. \tag{5.27}$$

Si le temps requis pour faire une mesure est inférieur à τ_{coh} (ce qui implique l'existence d'appareils de mesure à temps de réponse négligeable), on pourrait, tout au moins en principe, enregistrer la forme et la position de chacune des ellipses. Mais comme les appareils de mesure présentent toujours une certaine inertie, on est conduit à procéder à des moyennages sur un intervalle de temps plus long que τ_{coh}. De ce fait, on enregistre dans les expériences un très grand nombre d'ellipses différemment orientées et de différentes excentricités (fig. 5.11) : c'est pour cela que le rayonnement paraît avoir une symétrie axiale et la lumière n'est pas polarisée.

Supposons que sous l'action de certains processus physiques il s'établit entre les phases des ondes E_x et E_y une corrélation définie, telle que $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \pi/2$. Si en plus les amplitudes des vibrations varient de façon synchrone (vibrations entièrement cohérentes),

c.-à-d. $E_{0x}(t) = a_1 A(t)$ et $E_{0y}(t) = a_2 A(t)$, l'extrémité du vecteur **E** résultant décrira à des instants différents des ellipses de forme déterminée, mais de dimensions différentes (fig. 5.12).

Il est clair que dans ce cas il ne peut y avoir de symétrie axiale qui caractérise la lumière non polarisée, autrement dit $\langle E_x^2(t)\rangle \neq$ $\neq \langle E_y^2(t)\rangle$.

Selon la valeur de la différence de phase $\varphi_1(t) - \varphi_2(t)$, on obtient tous les types possibles de polarisation du rayonnement. Ainsi, par exemple, si $|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)| = 0, \pi, \ldots, k\pi$, la polarisation est rectiligne. Si $|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)| = \pi/2, 3\pi/2, \ldots,$ et $a_1 = a_2$,

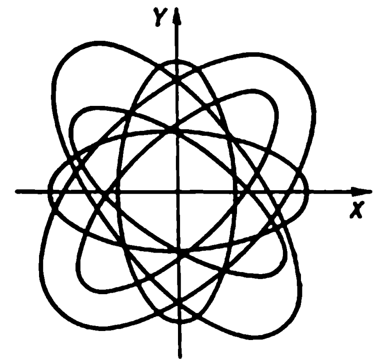


Fig. 5.11. Diagramme illustrant le problème de la symétrie axiale d'une lumière non polarisée

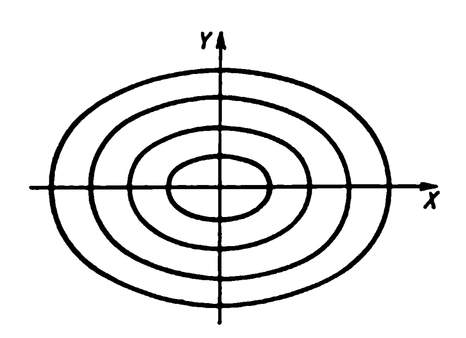


Fig. 5.12. Polarisation elliptique de la lumière dans le cas où les phases $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$ sont corrélées

la polarisation est circulaire. Pour toutes les autres valeurs de $[\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \text{const}]$ on observe une polarisation elliptique.

Ces différents cas peuvent être illustrés en observant l'addition des vibrations sur l'écran d'un oscillographe. Pour réaliser cette expérience, on applique par l'intermédiaire d'un déphaseur une tension convenable aux plaques de déflexion verticales; on arrive ainsi à établir une corrélation donnée entre les phases de deux vibrations rectangulaires. On trouvera dans le livre de G. Gorélik la description de ces expériences de radiophysique ainsi que les principes de fonctionnement des dispositifs utilisés *).

On voit que la notion de lumière polarisée et non polarisée peut être interprétée en termes des considérations ci-dessus.

Une lumière elliptique est la somme de deux ondes quasi monochromatiques se propageant dans une seule et même direction, pour laquelle la différence de phase entre les vibrations rectangulaires $\varphi_2(t) - \varphi_1(t)$ reste constante pendant toute la durée des observations (ce qui signifie que les phases sont corrélées). Les polarisations rectiligne et circulaire sont des cas particuliers de la polarisation elliptique. Ces types de polarisation apparaissent pour des valeurs bien

*) G. Gorélik, *Vibrations et ondes*, « Naouka », 1965 (en russe).

déterminées de la différence des phases corrélées $\varphi_2(t) - \varphi_1(t)$. Pour qu'apparaisse une polarisation circulaire il faut aussi que les amplitudes de deux vibrations rectangulaires soient égales. Une lumière non polarisée peut elle aussi être présentée comme la somme de deux vibrations rectangulaires se propageant le long d'une direction commune, mais dont les phases $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$ ne sont absolument pas corrélées.

A l'aide de ces définitions on peut se faire une idée du mode d'action de n'importe quel polariseur. Ainsi, par exemple, une lame cristalline découpée parallèlement à l'axe optique transforme une lumière rectiligne en lumière elliptique; la raison en est qu'entre deux vibrations rectangulaires (provenant d'une seule onde) à phases corrélées s'établit une différence de phase dont la valeur dépend de l'épaisseur de la lame. Mais si l'épaisseur de la lame est tellement grande que la différence de marche supplémentaire Δ est supérieure à la longueur de cohérence $c\tau_{coh}$, les phases des vibrations transmises ne seront plus corrélées et de la lame émerge une lumière non polarisée. Ce même raisonnement montre qu'une lame cristalline de cette orientation ne peut transformer une lumière non polarisée en une lumière de polarisation bien définie, puisque les phases des deux ondes primitives n'étant plus corrélées, une addition à la différence de phase préexistante ne peut rien modifier.

§ 5.3. Production de vibrations cohérentes dans la gamme optique

Jusqu'à présent nous n'avons suggéré aucune idée concrète d'expérience optique qui permettrait d'observer l'effet d'interférence; ce problème peut être maintenant traité à l'aide des considérations développées au § 5.2.

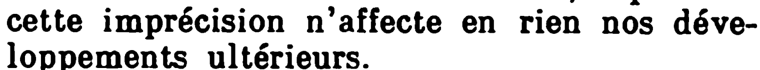
Considérons les vibrations que crée une seule et même source lumineuse en deux points P_1 et P_2 de l'espace. Si dans des conditions expérimentales données ces vibrations sont cohérentes, on pourra trouver un moyen pour ramener ces vibrations en un seul et même point, et c'est là que l'on pourra observer l'effet d'interférence.

Soit une source de lumière ponctuelle, c'est-à-dire une source dont les dimensions linéaires sont inférieures à la longueur d'onde du rayonnement produit (des estimations simples montrent qu'un si petit volume renferme cependant un très grand nombre d'atomes). La considération d'une source ponctuelle facilitera la résolution de notre principal problème; nous montrerons plus tard dans quelles conditions on peut rejeter cette limitation dont la mise en œuvre permet de ne pas tenir compte de la différence de marche supplémentaire relative à deux atomes rayonnants quelconques se trouvant à l'intérieur de la source ponctuelle.

Ainsi le rayonnement considéré est équivalent au rayonnement émis par un seul atome; cependant la phase et l'amplitude de l'onde ne sont constantes que pendant un intervalle de temps court: τ_{coh}. L'équation de l'onde sphérique rayonnée par un groupement dense d'atomes (source ponctuelle) *) est de la forme

$$E = \frac{E_0(t)}{r}\cos[\omega t - kr - \varphi(t)]. \tag{5.28}$$

Dans cette expression, on aurait dû écrire l'amplitude sous la forme $E_0(t - r/c)$, la rapporter donc à un instant antérieur; cependant



cette imprécision n'affecte en rien nos développements ultérieurs.

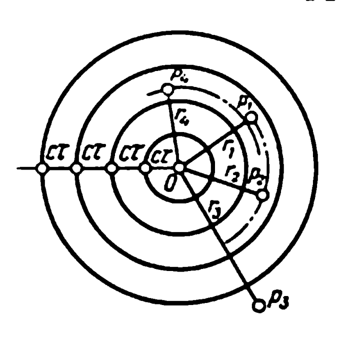


Fig. 5.13. Corrélation entre le degré de cohérence des vibrations en différents points de l'espace et leur éloignement de la source ponctuelle

Supposons que notre source ponctuelle se trouve au point O et que les points P_i et P_j en sont éloignés de r_i et de r_j (fig. 5.13). On doit envisager plusieurs cas.

1. Les points P_1 et P_2 sont à égale distance de la source ($r_i = r_j$) et se trouvent dans les limites d'un seul train d'ondes; cela implique que les vibrations en ces points sont toujours cohérentes, le taux de cohérence $|\gamma_{12}(\Delta t)|$ est égal à l'unité.

2. Les points P_2 et P_3 pour lesquels $|r_2 - r_3| > c\tau_{coh}$ appartiennent à un instant donné à des trains d'ondes différents. Les vibrations en ces points sont alors incohérentes et le taux de cohérence est nul.

3. Les points P_4 et P_1 sont tels que $0 < |r_4 - r_1| < c\tau_{coh}$; les vibrations en ces points sont dites *partiellement cohérentes.* On peut penser que ces vibrations sont elles aussi susceptibles de donner naissance à une image d'interférence stationnaire observable. Le taux de cohérence $|\gamma_{12}(\Delta t)|$ est alors non nul et les vibrations interfèrent, mais la visibilité des franges doit dépendre dans une large mesure de $|r_4 - r_1|$. Plus $|r_4 - r_1|$ est petit devant $c\tau_{coh}$, plus le taux de cohérence des vibrations est proche de l'unité. Sur la fig. 5.5. on avait représenté les répartitions d'intensité lumineuse résultant de l'interaction de vibrations cohérentes, incohérentes et partiellement cohérentes. On voit bien que ces graphiques illustrent fort bien nos expériences imaginaires.

Il s'ensuit qu'en utilisant une source ponctuelle, on peut observer des franges d'interférence à condition que la différence de marche

*) Nous n'examinerons pas ici le problème complexe des interactions mutuelles d'émetteurs rapprochés (la dimension de la source étant $\ll\lambda$). On notera qu'en radiotechnique où la longueur d'onde est beaucoup plus grande, on met à profit ces interactions mutuelles pour accroître l'énergie fournie par le générateur.

soit inférieure à la longueur de cohérence. Autrement dit, on peut appliquer le modèle sinusoïdal aux ondes lumineuses émises par une source ponctuelle pour lesquelles la différence de marche est inférieure à la longueur de cohérence.

Nous sommes maintenant en mesure de formuler l'idée de réalisation d'une expérience permettant d'observer l'interférence des ondes lumineuses. On doit mettre en œuvre un procédé permettant d'obtenir, à partir d'une seule source ponctuelle, deux systèmes d'ondes qui ensuite doivent se rejoindre en une région donnée de l'espace. Si la différence de marche de ce rayon vérifie l'inégalité

$$\Delta = |r_2 - r_1| < c\tau_{coh}, \tag{5.28a}$$

on doit observer un effet d'interférence.

En fait c'est cette conception qui se trouve à la base de l'expérience d'Young et de la *construction de Fresnel*, que nous allons examiner maintenant.

Pour obtenir deux systèmes d'ondes on utilise les lois de réflexion et de réfraction. En règle générale on observe l'interférence entre les ondes issues d'une image réelle et d'une image virtuelle de la source, ou bien encore entre les ondes divergentes issues de deux images virtuelles. La différence qui existe entre ces deux procédés n'est pas essentielle. Une onde issue d'une source réelle est subdivisée, à l'aide d'un dispositif optique, en deux ondes lumineuses qui interfèrent en une certaine région de l'espace. L'utilisation d'images virtuelles ne constitue qu'un moyen commode pour déterminer la région où les ondes se recouvrent et où peut se manifester leur interférence.

Il existe un grand nombre de dispositifs conçus pour observer l'interférence qui est ainsi produite. Nous nous contenterons de décrire trois expériences seulement (avec utilisation du biprisme de Fresnel, par réflexion de la lumière sur une lame mince et celle utilisant le miroir de Lloyd). Le choix de ces constructions basées sur la méthode de Fresnel est justifié, d'une part, par ce qu'elles permettent d'en faire la démonstration expérimentale dans une grande salle de cours et, d'autre part, par ce que leur étude permet d'introduire quelques notions nouvelles requises pour en donner une description quantitative.

1. Le biprisme de Fresnel (fig. 5.14). Pour scinder l'onde primitive en deux ondes, on utilise un prisme présentant un angle au sommet voisin de 180°. La source lumineuse est constituée par une fente étroite intensément éclairée, rigoureusement parallèle à l'arête réfringente du biprisme.

Il va de soi que lorsqu'on utilise en qualité de source lumineuse une fente longue et étroite, la limitation en dimension ne concerne

que sa largeur. Tous les points disposés le long de la fente sont équivalents et les franges d'interférence sont observées dans un plan perpendiculaire à la fente. La distance entre la fente et l'écran est quelconque et n'influe que sur la taille et l'éclairement des franges observées.

On notera les particularités suivantes de cette expérience qui sont d'ailleurs communes à toutes les expériences de ce genre.

1. On n'utilise ni lentilles ni aucun autre dispositif optique servant à focaliser le rayonnement *). L'image interférentielle peut être observée dans toute portion de l'espace où les pinceaux interférant se recouvrent.

2. Si on augmente la largeur de la fente l'éclairement de l'écran se trouve augmenté, mais le contraste des franges diminue, puis

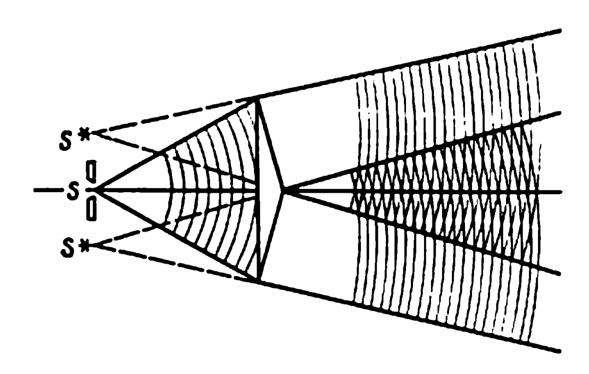


Fig. 5.14. Marche des rayons dans un biprisme de Fresnel

les franges disparaissent si on augmente encore la largeur de la fente S. Il est bien évident que la fente ne peut alors plus être assimilée à une source ponctuelle.

3. Pour améliorer le contraste des franges il est indiqué de monochromatiser la lumière. Si, par exemple, on utilise en qualité de source d'éclairage de la fente S un arc en vapeurs de mercure, l'introduction d'un filtre permet de sélectionner l'intense raie verte du mercure $\lambda = 5460$ Å, et la définition des franges devient meilleure. La question de la mise en œuvre d'un rayonnement monochromatique mérite une étude plus approfondie que nous reportons au § 5.6.

2. Réflexion de la lumière par les deux faces d'une lame mince. Il est commode d'utiliser une lame de mica de 0,05 mm d'épaisseur environ, qui s'obtient aisément par clivage. En qualité de source lumineuse on utilise un arc au mercure que l'on dispose à 0,5 m en-

*) Dans les expériences de démonstration, on n'utilise une lentille que pour améliorer les conditions d'observation des franges d'interférence qui se manifestent indépendamment de l'utilisation de la lentille.

viron de la lame de mica (fig. 5.15). On n'utilise aucun dispositif de focalisation (on peut observer nettement les franges d'interférence sur un mur ou le plafond d'une salle d'étude). Il n'est nul besoin d'utiliser une fente pour délimiter les dimensions de la source lumineuse. Il convient d'examiner de plus près cette dernière assertion, puisqu'à première vue elle paraît être en contradiction avec la condition du caractère ponctuel de la source lumineuse. Calculons l'*ouverture d'une frange* 2ω qui est l'angle formé par deux rayons interférents, qui après réflexion convergent en un point de l'écran :

$$2\omega = \frac{\text{arc } PR}{\text{rayon } SP} = \frac{l \sin \varphi}{nA/\cos \varphi} = \frac{l}{2An} \sin 2\varphi,$$

où n est l'indice de réfraction du mica, l l'épaisseur de la lame. Si $A \approx 50$ cm, $l \approx 5 \cdot 10^{-3}$ cm, $\varphi \approx 45°$, $2\omega \sim 10^{-5}$ rd.

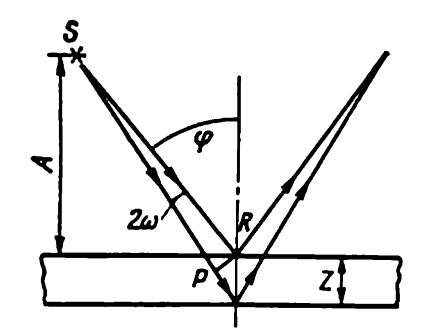


Fig. 5.15. Problème de l'interférence des rayons réfléchis par les deux faces d'une lame mince

On pourrait penser que c'est précisément la petite ouverture des franges d'interférence qui détermine leur bonne visibilité, malgré la grande étendue de la source lumineuse. Mais la corrélation entre l'ouverture des franges et leur visibilité doit être rigoureusement établie. Cependant avant de procéder à ces calculs, il nous reste à décrire l'expérience de Lloyd où cette corrélation est parfaitement explicite.

3. Le miroir de Lloyd. On fait tomber un faisceau de lumière légèrement divergent issu d'une source étendue S (usuellement un arc au mercure) sur une surface réfléchissante — un miroir métallique plan (fig. 5.16). On observe les franges sur un écran perpendiculaire au plan du miroir. Cette expérience montre bien que la netteté

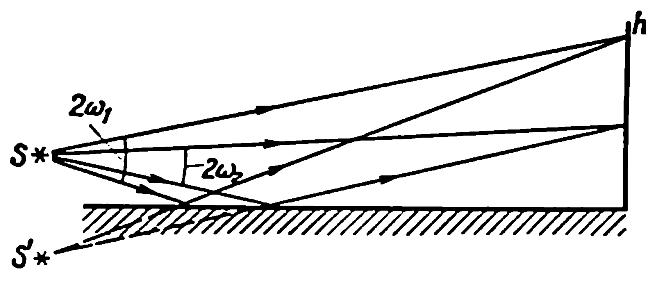


Fig. 5.16. Schéma de l'expérience de Lloyd

des franges est différente selon leur position sur l'écran. Plus la hauteur h (évaluée par rapport au plan du miroir) est grande, moins bonne est la définition des franges ; à partir d'une certaine hauteur elles finissent par s'évanouir. Il ressort de la fig. 5.16 que $2\omega_2 < 2\omega_1$, ce qui revient à dire que l'ouverture des franges 2ω augmente avec h.

Il en résulte que la qualité des franges dépend effectivement de leur ouverture.

Nous établirons au § 5.5 des corrélations quantitatives entre l'ouverture des franges et l'étendue de la source lumineuse; il convient de noter encore une particularité de cette expérience; des franges bien définies n'apparaissent que dans une région délimitée de l'espace, à savoir sur la partie de l'écran contiguë à la surface du miroir. Nous nous trouvons donc en présence d'un phénomène de localisation des franges, qui lui aussi demande à être éclairci.

§ 5.4. Sur la possibilité d'observation des franges produites à partir d'une source étendue

Nous avons montré ci-dessus qu'en utilisant une source ponctuelle, on peut diviser le faisceau initial en deux à l'aide d'un dispositif convenable et que ces deux faisceaux pouvaient interférer. Si on dispose de deux sources indépendantes (non cohérentes), on peut

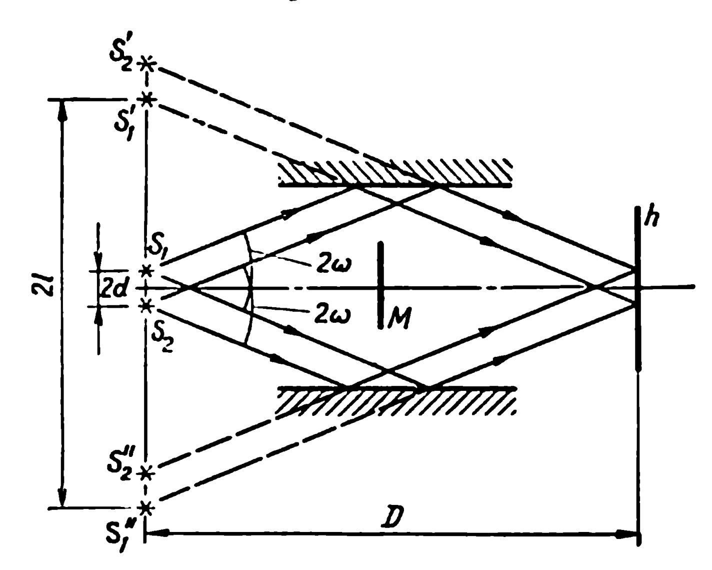


Fig. 5.17. Superposition des figures d'interférence produites par deux sources ponctuelles de lumière non cohérente

L'écran supplémentaire M protège la région où s'observe la figure d'interférence des rayons directs issus des sources S_1 et S_2

obtenir deux séries de franges stationnaires, puis à l'aide d'un dispositif approprié, les faire coïncider dans une région de l'espace. Les résultats obtenus dépendent des conditions expérimentales. On pourra observer ainsi dans une région déterminée de l'espace une répartition stationnaire de l'éclairement qui équivaut à un système de franges ($I_{max} \neq I_{min}$). On conçoit fort bien que le résultat du recouvrement de deux systèmes de franges peut se traduire par un éclairement uniforme de l'écran ($I_{max} = I_{min}$), ce qui correspond à l'absence de franges.

On voit donc que pour toute répartition d'éclairement résultant de la superposition de deux systèmes de franges d'interférence, la fonction de visibilité peut avoir toute valeur comprise entre 0 et 1 ($0 \leqslant V \leqslant 1$).

Nous allons calculer la variation de la fonction de visibilité du système de franges résultant avec la géométrie du montage expérimental. La résolution de ce problème présente un intérêt propre et facilitera en outre l'étude de l'interférence avec des sources lumineuses étendues.

Considérons deux sources ponctuelles non cohérentes S_1 et S_2 disposées à une distance $2d$ l'une de l'autre (fig. 5.17). Nous traiterons à nouveau le problème unidimensionnel, ce qui revient à considérer deux fentes S_1 et S_2 auto-rayonnantes perpendiculaires au plan de la figure; cette disposition favorise l'observation des franges sur un écran parallèle au plan dans lequel se trouvent les fentes S_1 et S_2. Divisons en deux chacun des faisceaux issus de S_1 et de S_2 à l'aide de deux miroirs plans parallèles entre eux. Chacune des sources réelles est alors remplacée par deux sources virtuelles (la fig. 5.17 illustre la construction correspondante). A la place de S_1 nous obtenons alors deux sources cohérentes, S_1' et S_1'' se trouvant à une distance $2l$ l'une de l'autre. De même la source S_2 est remplacée par les sources S_2' et S_2'' se trouvant à la même distance $2l$ l'une de l'autre. On observera sur l'écran deux systèmes de franges d'interférence (produites par les sources S_1', S_1'' et S_2', S_2''). S'additionnant, ces systèmes de franges créeront un éclairement résultant dont la fonction de visibilité doit être déterminée.

Pour pouvoir utiliser les calculs du § 5.1, nous devons disposer l'écran à une distance D du plan dans lequel se trouvent les fentes S_1 et S_2 pour que soit vérifiée l'inégalité $D \gg 2l$. Si cette condition est vérifiée, *a fortiori* sera vérifiée l'inégalité $D \gg 2d$. Il apparaît de la fig. 5.17 que $l/D = \operatorname{tg} \omega$, et puisque $D \gg 2l$, l'ouverture 2ω des franges est très petite. On notera que pour plus de clarté on a délibérément faussé l'échelle de la fig. 5.17.

Par interférence des faisceaux issus des deux sources cohérentes S_1' et S_1'' distantes de $2l$ l'une de l'autre, on observera sur l'écran une répartition d'intensité lumineuse dépendant de la hauteur h (mesurée par rapport à l'axe de symétrie du montage) suivant la loi

$$I_2 = I_0 \left[1 + \cos \frac{4\pi l (h-d)}{D\lambda} \right]. \tag{5.29}$$

Les sources cohérentes S_1' et S_1'' décalées par rapport aux sources S_2' et S_2'' d'une distance $2d$ forment sur le même écran un autre système de franges, décalé par rapport au premier système de la même distance $2d$, ce qui s'écrit

$$I_1 = I_0 \left[1 + \cos \frac{4\pi l (h+d)}{D\lambda} \right]. \tag{5.30}$$

(On postule que les sources S_1 et S_2 sont identiques, ce qui implique que I_0 a la même valeur dans les deux expériences (5.29) et (5.30).)

Déterminons l'éclairement résultant I de l'écran. Pour cela nous devons additionner les intensités I_1 et I_2 (il n'y a pas d'interférence, les sources S_1 et S_2 n'étant pas cohérentes). On a $I = I_1 + I_2$, soit

$$I = 2I_0\left[1 + \cos\frac{4\pi ld}{D\lambda}\cos\frac{4\pi lh}{D\lambda}\right]. \qquad (5.31a)$$

Transcrivons cette dernière expression sous une forme mieux adaptée aux comparaisons avec les données de l'expérience. Nous utiliserons pour cela l'expression pour la largeur δh des franges, qui avec les notations que nous utilisons maintenant s'écrit $\delta h = D\lambda/2l$.

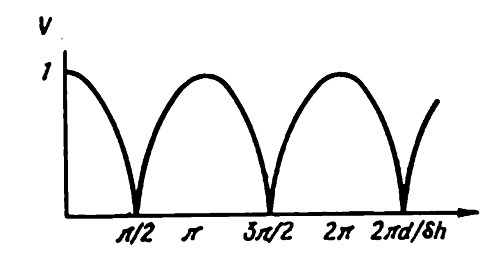


Fig. 5.18. Fonction de visibilité de la figure d'interférence résultante, formée par deux sources ponctuelles

En remarquant que $l/D = \text{tg}\ \omega$, la largeur des franges est $\delta h = \lambda/(2\text{tg}\ \omega)$. Nous aurons à utiliser ultérieurement cette égalité. En substituant ces expressions nous obtenons

$$I = 2I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi d}{\delta h}\cos\frac{2\pi h}{\delta h}\right]. \qquad (5.31b)$$

L'intensité lumineuse résultante varie donc avec h selon une loi qui découle de (5.31b). Il est bien évident que l'on observera des maximums d'intensité en des points de l'écran où se trouve vérifiée l'égalité $\cos 2\pi h/(\delta h) = 1$ (à condition que $\cos 2\pi d/(\delta h) > 0$). Les minimums d'intensité correspondent aux points où $\cos 2\pi h/(\delta h) = -1$ (à condition que $2\pi d/(\delta h) > 0$). Les valeurs extrémales de l'intensité lumineuse sont données par

$$I_{max} = 2I_0\left(1 + \left|\cos\frac{2\pi d}{\delta h}\right|\right), \quad I_{min} = 2I_0\left(1 - \left|\cos\frac{2\pi d}{\delta h}\right|\right). \qquad (5.32)$$

La fonction de visibilité résultante est donc

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \left|\cos\frac{2\pi d}{\delta h}\right|. \qquad (5.33)$$

La fig. 5.18 représente le graphique de cette fonction. On constate aisément que l'effet est déterminé par le rapport de la largeur δh d'une frange (qui, elle, dépend à son tour de l'ouverture 2ω) à la distance $2d$ de séparation des sources primaires non cohérentes S_1

et S_2. La fonction de visibilité peut prendre des valeurs peu différentes de l'unité (si $2d \ll \delta h$). Mais il peut arriver aussi que les franges disparaissent totalement. Elles disparaissent lorsque $2d = \delta h/2$, donc dans le cas où le maximum d'intensité du premier système de franges coïncide exactement avec le minimum du second système. Si l'on augmente encore la distance $2d$ entre les sources S_1 et S_2, la visibilité s'améliore, en devenant maximale pour $2d = \delta h$ elle redevient nulle pour $2d = 3\delta h/2$. Les deux cas limites ($V \approx 1$ et $V = 0$) se laissent interpréter à l'aide de la fig. 5.19, sur laquelle on a représenté aussi la courbe résultante pour $2d \ll \delta h$. Cette dernière est presque identique au système de franges que donne une seule source ponctuelle ($V \approx 1$), à la différence près que l'éclairement maximum y est deux fois plus grand.

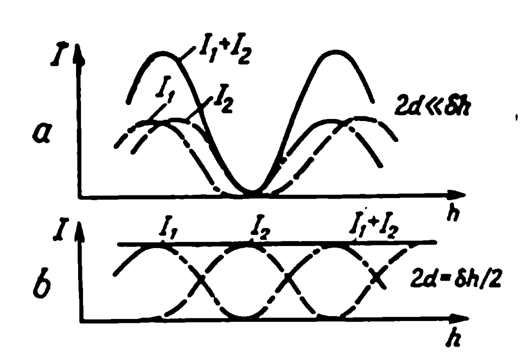


Fig. 5.19. Répartition spatiale de l'intensité dans les deux cas limites:
a) la fonction de visibilité $V \approx 1$; b) $V = 0$

Passons maintenant à une étude des interférences que l'on observe dans le cas d'une source étendue. Nous observerons les franges résultantes dans les mêmes conditions expérimentales que ci-dessus, mais au lieu des deux sources S_1 et S_2 ou supposera que tout l'intervalle $2d$ est occupé par une source étendue, créant sur l'écran un éclairement moyen I_0. Décomposons mentalement cette source en filaments lumineux d'une largeur $\delta\xi \ll \lambda$. Ces sources de lumière élémentaires seront évidemment non cohérentes. Calculons l'éclairement que créent ces filaments non cohérents en un point quelconque de l'écran situé à une hauteur h; on remarquera que toute source ponctuelle décalée de ξ par rapport à l'axe crée, en un point de l'écran situé à la hauteur h, un éclairement égal à :

$$\frac{I_0}{2d}\left(1+\cos\frac{2\pi(h-\xi)}{\delta h}\right)d\xi.$$

Pour calculer l'action résultante de toutes les sources élémentaires, il suffit d'intégrer l'expression ci-dessus entre les limites $-d$ et $+d$:

$$I=\frac{I_0}{2d}\int_{-d}^{d}\left[1+\cos\frac{2\pi(h-\xi)}{\delta h}\right]d\xi=I_0\left[1+\frac{\delta h}{2\pi d}\sin\frac{2\pi d}{\delta h}\cos\frac{2\pi h}{\delta h}\right]. \tag{5.34}$$

On verra apparaître sur l'écran des franges d'interférence. En fonction de la valeur de h, l'expression (5.34) peut prendre les valeurs

extrémales suivantes:

$$I_{max} = I_0 \left(1 + \frac{\delta h}{2\pi d} \left| \sin \frac{2\pi d}{\delta h} \right|\right),$$

$$I_{min} = I_0 \left(1 - \frac{\delta h}{2\pi d} \left| \sin \frac{2\pi d}{\delta h} \right|\right).$$

La fonction de visibilité du système de franges résultant est

$$V = \left| \frac{\delta h}{2\pi d} \sin \frac{2\pi d}{\delta h} \right|. \tag{5.35}$$

Nous avons à nouveau obtenu, pour la fonction de visibilité, une expression de la forme $|\sin x/x|$ où $x = 2\pi d/(\delta h)$. On sait que cette fonction est égale à 1, pour $x = 0$, et lorsque x augmente

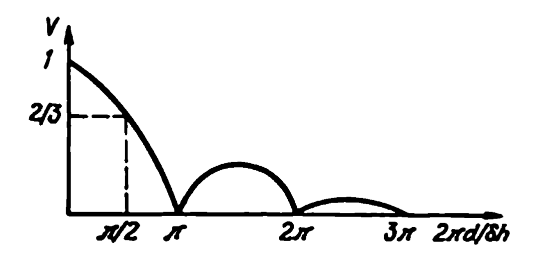


Fig. 5.20. Fonction de visibilité de la figure d'interférence résultante, produite par une source lumineuse étendue

elle s'annule progressivement pour $x = \pi$. Si x continue à croître, la fonction $\left|\frac{\sin x}{x}\right|$ augmente elle aussi, mais jusqu'à une valeur maximum moindre, puis s'annule pour $x = 2\pi$. La fig. 5.20 représente la courbe de variation de la fonction de visibilité du système de franges résultant avec la valeur du rapport $2\pi d/(\delta h)$.

L'examen de cette courbe permet de tirer une conclusion importante. Prenons en considération une largeur relativement faible de la source, $2d \leqslant \delta h$. Dans cette gamme de largeurs, la fonction de visibilité passe de $V = 1$ jusqu'à $V = 0$. Notons que $V \approx 2/3$ pour $2d = \delta h/2$. On peut estimer que le système de franges est bien observable si $V \geqslant 2/3$. Il est facile de montrer que dans ce cas $I_{max} \geqslant 5I_{min}$.

Or ces conditions d'observation ne sont réalisées que pour $2d \leqslant \delta h/2$. En substituant $\delta h = \lambda/(2 \operatorname{tg} \omega)$, on trouve la relation requise entre les dimensions d'une source émettant un rayonnement de longueur d'onde λ et l'ouverture d'interférence:

$$2d \operatorname{tg} \omega \leqslant \lambda/4. \tag{5.36}$$

Cette inégalité montre que plus l'ouverture d'interférence est petite, plus la source peut être étendue. Cette corrélation quantitative

est en parfait accord avec les résultats expérimentaux que nous avons exposés (réflexion sur une mince lame de mica, miroir de Lloyd); dans ces expériences, on observe des franges d'interférence bien définies en utilisant une source lumineuse étendue. Nous avons indiqué que dans ces expériences l'ouverture d'interférence était très petite. On comprend maintenant le rôle que joue dans les expériences d'Young la fente supplémentaire. En effet, la valeur du produit $2d \operatorname{tg} \omega$ donnée par (5.36) est liée aux dimensions angulaires de la source; en les limitant Young a réussi à observer des franges produites par deux fentes (*cf.* § 6.5).

Il est bien évident que la valeur $V \geqslant 2/3$ est dans une certaine mesure arbitraire. Tout aussi arbitraire est la condition de bonne discernabilité permettant d'estimer l'ordre de grandeur convenable des dimensions de la source ou celui de l'ouverture d'interférence. Mais c'est justement parce que cette condition n'est pas rigoureuse qu'on peut l'utiliser dans les cas les plus divers. En outre, on peut considérer que notre démonstration prouve que l'apparition de franges d'interférence est possible dans le cas de sources de lumière étendues, constituées par un grand nombre d'émetteurs non cohérents.

La condition (5.36) ou l'inégalité qui en est proche peut être établie à partir de considérations plus simples, basées sur l'idée que les franges créées par une moitié de la source éteignent les franges créées par l'autre moitié. Le défaut de ces considérations réside en ce que l'on admet *a priori* qu'une source étendue peut donner naissance à des franges d'interférence, ce qui n'est nullement évident. Le calcul que nous avons présenté montre de façon univoque que les franges d'interférence ne peuvent apparaître qu'à la condition que $2d \operatorname{tg} \omega \leqslant \lambda/4$. Ce résultat nous autorise à faire usage du modèle sinusoïdal dans le cas d'une source étendue si la condition (5.36) est vérifiée. Il va de soi que la limitation concernant la différence de marche de rayons ($\Delta < c\tau_{coh}$) [*cf.* (5.28a)] reste valable dans le cas de sources étendues. Ainsi la condition de cohérence dans le temps (5.28a) est complétée par la condition de cohérence spatiale (5.36).

Le résultat que nous avons obtenu peut être formulé en termes plus généraux introduits antérieurement. Il va de soi que lorsque nous considérions la superposition des franges d'interférence produites par les sources élémentaires ΔS_i, nous avons procédé à l'étude de la cohérence spatiale de l'onde quasi monochromatique émise par la source étendue homogène S. Dans des conditions expérimentales données, le module du taux de cohérence (qui est égal à la visibilité des franges) varie comme $\left|\frac{\sin x}{x}\right|$ avec $x = 2\pi d/\delta h$ et peut prendre toute valeur comprise entre 0 et 1. Le taux de cohérence peut être calculé par la formule (5.9a) définissant la fonction

de corrélation *). Cette méthode est d'une portée plus générale que le procédé, somme toute artificiel, de sommation de l'action des émetteurs élémentaires, que nous avons utilisé ci-dessus. Néanmoins, nos calculs de la visibilité des franges résultantes sont plus simples et mieux assimilables.

On doit cependant remarquer que nos calculs étaient basés sur un système optique pour lequel l'angle défini par l'égalité $\operatorname{tg} \omega = l/D$ coïncide en raison de la symétrie du système avec ω — la demi-ouverture d'interférence. La formule (5.36) peut être obtenue en se basant sur des schémas optiques plus généraux, mais la démonstration devient alors moins évidente.

§ 5.5. Superposition des franges d'interférence créées par des ondes polarisées le long de directions rectangulaires

Toutes nos considérations étaient basées jusqu'à présent sur le choix d'une certaine direction de vibration des atomes rayonnants de la source lumineuse, ce qui revient à dire que nous avons utilisé des rayonnements d'une polarisation bien déterminée. La généralisation des résultats obtenus au cas d'une lumière non polarisée ne présente aucune difficulté, à condition que l'on procède au préalable à l'étude de l'interférence de rayons polarisés.

Dans le cas général de la superposition de deux champs électromagnétiques quelconques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ (*cf.* § 5.1), nous avons montré que la valeur moyenne nulle du terme interférentiel $\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle$ rendait impossible toute interférence, de sorte que les intensités lumineuses s'additionnaient tout simplement. Ce n'est que dans les régions où $\langle \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \rangle \neq 0$ que l'on peut observer un effet d'interférence. Au § 5.4, nous n'avons calculé que le résultat de la superposition de franges indépendantes produites à l'aide d'un dispositif optique simple. La visibilité des franges résultantes pouvait dans certains cas être voisine de l'unité. Cette bonne visibilité se manifestait lorsque, les franges étant de largeur presque égale, les maximums d'un système de franges coïncidaient avec les maximums du second système de franges. Il apparaît aussitôt que cette méthode pourrait s'appliquer au cas où $\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{E}_2$. C'est ce que nous allons voir maintenant.

Considérons deux ondes électromagnétiques, dont les directions de polarisation sont mutuellement perpendiculaires, qui n'interfèrent pas entre elles. A l'aide de dispositifs optiques convenables, on peut diviser en deux chacune de ces ondes, et obtenir deux systèmes de franges d'interférence; ensuite on peut les faire coïncider

*) Nous présenterons au § 6.6 le calcul du taux complexe de cohérence pour une lumière quasi monochromatique ; ce calcul fait usage du théorème de Zernike.

dans une certaine région de l'espace et enregistrer la visibilité non nulle du système de franges résultant. Examinons de plus près cette possibilité, en considérant la superposition des franges produites par une source de lumière non polarisée.

On sait que le rayonnement d'une telle source est la somme de deux ondes électromagnétiques polarisées le long de directions mutuellement perpendiculaires et dont les phases ne sont pas corrélées. Supposons que les vibrations de **E** de l'une des ondes s'effectuent dans le plan de la figure (n'est différente de zéro que la composante $\mathbf{E}_x$), tandis que les vibrations du vecteur **E** de l'autre onde se trouvent dans un plan perpendiculaire au plan de la figure (n'est différente de zéro que la composante $\mathbf{E}_y$).

Chacune de ces ondes non cohérentes crée un système de franges d'interférence; étudions leur superposition. On peut considérer que

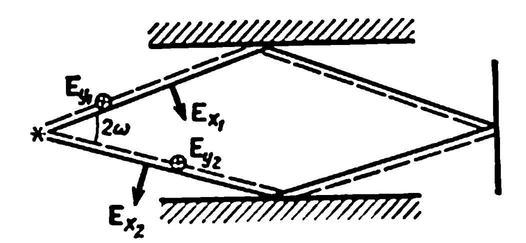


Fig. 5.21. Interférences des ondes issues d'une seule source lumineuse et polarisées dans des directions rectangulaires

chacune de ces ondes est composée de deux vibrations cohérentes ($\mathbf{E}_x$ est composée de $\mathbf{E}_{x1}$ et $\mathbf{E}_{x2}$, $\mathbf{E}_y$ de $\mathbf{E}_{y1}$ et $\mathbf{E}_{y2}$), que l'on peut concentrer en un même point à l'aide de deux miroirs parallèles (fig. 5.21) et y observer des franges d'interférence. Posons que la source lumineuse utilisée est équivalente à une source ponctuelle, ce qui implique que la condition (5.36) se trouve vérifiée.

Puisque les ondes $\mathbf{E}_x$ et $\mathbf{E}_y$ n'interfèrent pas entre elles, l'égalité suivante est tout naturellement vérifiée

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle. \qquad (5.37)$$

En remarquant que $\mathbf{E}_{y1}$ et $\mathbf{E}_{y2}$ sont mutuellement parallèles et que l'angle entre $\mathbf{E}_{x1}$ et $\mathbf{E}_{x2}$ vaut 2ω, on peut écrire pour les ondes $\mathbf{E}_x$ et $\mathbf{E}_y$ les égalités suivantes:

$$\langle E_x^2 \rangle = \langle E_{x_1}^2 \rangle + \langle E_{x_2}^2 \rangle + 2\langle E_{x_1} E_{x_2} \cos 2\omega \rangle, \qquad (5.38)$$
$$\langle E_y^2 \rangle = \langle E_{y_1}^2 \rangle + \langle E_{y_2}^2 \rangle + 2\langle E_{y_1} E_{y_2} \rangle.$$

Pour que les deux systèmes de franges puissent exister, il faut que les termes interférentiels figurant dans les deux égalités (5.38) soient différents de zéro:

$$\langle E_{x_1} E_{x_2} \cos 2\omega \rangle \neq 0 \quad \text{et} \quad \langle E_{y_1} E_{y_1} \rangle \neq 0. \qquad (5.39)$$

Ces conditions doivent être satisfaites dans le cas général puisque les vibrations E_{x1} et E_{x2} (de même E_{y1} et E_{y2}) sont cohérentes. Cependant pour qu'apparaisse sur l'écran un système de franges stationnaires ($V \neq 0$), il faut encore que les maximums de l'un de ces systèmes ne coïncident pas avec les minimums de l'autre. Il résulte des égalités (5.38) et (5.39) que pour qu'apparaissent des franges, il faut non seulement que les termes interférentiels soient différents de zéro, mais encore que leur somme le soit aussi :

$$\langle E_{x_1}E_{x_2}\cos 2\omega\rangle + \langle E_{y_1}E_{y_2}\rangle \neq 0. \qquad (5.40)$$

En général, il suffit que l'un des termes interférentiels soit non nul pour que (5.40) soit vérifiée. Si les conditions expérimentales sont telles que la cohérence de l'une des composantes rectangulaires

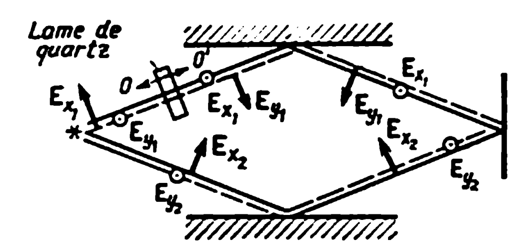


Fig. 5.22. Interférences des ondes polarisées dans des directions perpendiculaires après interposition d'une lame de quartz qui fait tourner de $\pi/2$ le plan de polarisation de l'une des ondes:
OO' — axe optique de la lame

du système de franges global est faible ou encore si les intensités des composantes E_x et E_y sont notablement différentes (cas d'une lumière partiellement polarisée), la condition (5.40) est vérifiée, et on observera des franges indépendamment du fait que les maximums des franges des systèmes individuels coïncident ou non. Il est bien évident que la visibilité sera moins bonne que dans les conditions optimum (coïncidence des maximums des deux systèmes de franges).

Pour une lumière non polarisée se propageant dans un milieu isotrope, la condition (5.40) est vérifiée et les franges d'interférence se laissent observer à l'aide de systèmes optiques les plus divers.

Nous avons démontré ainsi la possibilité d'observer des systèmes de franges résultants de visibilité non nulle, en utilisant, pour éclairer l'écran à l'aide d'un système optique, un rayonnement constitué par deux ondes de polarisations rectangulaires (en particulier, le rayonnement produit par une source de lumière non polarisée).

Compliquons le problème en disposant sur le trajet de l'un des rayons une lame de quartz découpée le long d'une direction perpendiculaire à son axe optique (fig. 5.22). On sait qu'une lame ainsi

découpée peut faire tourner le plan de polarisation d'une lumière incidente. Donnons à cette lame une épaisseur telle, que pour un intervalle donné de longueurs d'onde (on suppose que la source émet des radiations de fréquences peu différentes) le plan de vibration tourne d'un angle égal à $\pi/2$. Or, le long de la direction considérée, se propage aussi bien l'onde x_1 que l'onde y_1. Il est donc évident qu'après rotation de 90° du plan de polarisation, les deux ondes se substitueront l'une à l'autre en ce sens que la vibration de l'onde y_1 s'effectuera dans le plan de la figure, et celle des E_{x1} s'effectuera dans un plan perpendiculaire. Il s'ensuit que l'on observera dans un plan l'interaction des ondes non cohérentes x_1 et y_2, et dans l'autre plan l'addition d'ondes x_2 et y_1, elles aussi non cohérentes. Les deux systèmes de franges que l'on observait auparavant doivent donc disparaître et il n'y aura plus de système de franges résultant. L'écran sera alors éclairé de façon uniforme et la visibilité des franges sera donc nulle.

Considérons le principe d'une autre expérience encore dont la signification est encore plus évidente. Introduisons dans chacun des bras d'un dispositif optique (interféromètre) des polaroïds (prismes de Nicol) qui n'ajoutent aucune différence de marche supplémentaire des rayons. Si les vibrations permises sont parallèles entre elles, la visibilité des franges résultantes ne sera pas modifiée. Mais si on croise les polariseurs, les franges disparaissent, puisque les vibrations rectangulaires n'interfèrent pas, et il n'y aura donc pas de superposition de franges.

En fait, nous venons d'exposer l'idée de la fameuse expérience de Fresnel et Arago, dont les résultats témoignent du caractère rigoureusement transversal des ondes de lumière (les vibrations lumineuses sont perpendiculaires à la direction de propagation). Il est fort difficile d'interpréter, dans le cadre de la théorie ondulatoire élastique, le caractère transversal des ondes de lumière. L'implantation de la théorie électromagnétique a levé toutes les contradictions auxquelles se heurtait Fresnel, dans sa tentative d'élaborer une théorie rigoureuse et non contradictoire de la propagation des ondes de lumière.

Etudions maintenant l'interférence d'une lumière polarisée ayant traversé un milieu anisotrope. Le mode de réalisation classique de cette expérience consiste à placer une lame cristalline entre deux polariseurs et à observer les franges d'interférence. Les conditions les plus favorables à cette expérience s'obtiennent en utilisant une lame à faces parallèles découpée parallèlement à l'axe optique du cristal, que l'on place dans une position rigoureusement perpendiculaire au faisceau de rayons parallèles passant par le polariseur P et l'analyseur A (fig. 5.23).

Voyons le rôle que jouent dans cette expérience les différents éléments constitutifs. Le polariseur sert à créer une onde polarisée

qui, en passant dans la lame cristalline, se divise en deux ondes dont les phases sont corrélées et les vibrations mutuellement perpendiculaires. L'analyseur ne laisse passer que l'une des composantes de chaque onde le long d'un axe donné, ce qui rend possible l'observation de franges d'interférence.

En faisant tourner l'analyseur, nous constatons que l'intensité de la lumière transmise varie du fait de l'interférence; cette intensité dépend également de l'épaisseur, de l'inclinaison et de l'orientation

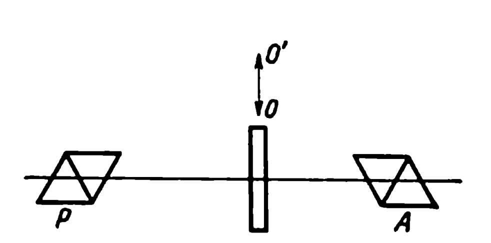


Fig. 5.23. Schéma de principe d'un dispositif utilisé pour l'étude des interférences d'une lumière polarisée:
OO' — axe optique de la lame

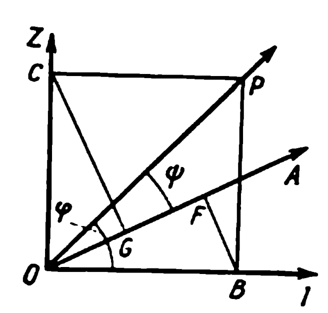


Fig. 5.24. Diagramme relatif au calcul de l'intensité lumineuse à la sortie du système représenté fig. 5.23

de la lame cristalline. On observe des effets particulièrement spectaculaires lorsqu'on utilise une lumière non monochromatique (rayonnement d'une source à spectre continu). Dans ce cas, une rotation du polariseur (ou de l'analyseur) par rapport à la lame cristalline donne lieu à un changement de couleur de la lumière transmise. Une rotation de l'analyseur de $\pi/2$ fait apparaître la couleur complémentaire (une lumière verte se transforme en lumière rouge et inversement).

Traitons le problème de l'intensité de la lumière transmise par le système représenté fig. 5.23.

Désignons par *1* et *2* les directions des vibrations que laisse passer la lame cristalline, et par OP et OA les directions des vibrations que laissent passer respectivement le polariseur P et l'analyseur A (fig. 5.24). En désignant par φ l'angle formé par les directions *1* et OP, les amplitudes des composantes transmises par la lame seront indiquées par les segments OB et OC qui ont pour valeurs

$$OB = E_0 \cos \varphi, \quad OC = E_0 \sin \varphi. \tag{5.41}$$

Après traversée de l'analyseur, que l'on a fait tourner d'un angle ψ par rapport au polariseur, les amplitudes de ces composantes deviennent plus petites; on les a indiquées par les segments OF et OG dont les longueurs sont:

$$E_{01} = OF = E_0 \cos \varphi \cos (\varphi - \psi), \tag{5.42}$$
$$E_{02} = OG = E_0 \sin \varphi \sin (\varphi - \psi).$$

La différence de phase de ces vibrations, qui dépend de l'épaisseur l de la lame, est égale à

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)\, l. \tag{5.43}$$

Si les rayons tombent sous une incidence non normale, le déphasage δ dépend également de l'angle qu'ils forment avec la surface de la lame.

L'intensité lumineuse totale est

$$I = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta.$$

Utilisons les formules (5.42) en remarquant que $\cos\delta = 1 - 2\sin^2(\delta/2)$, on trouve

$$I = E_0^2\,[\cos^2\psi - \sin 2\varphi \sin 2(\varphi - \psi)\sin^2(\delta/2)]. \tag{5.44}$$

Calculons l'intensité de la lumière transmise pour deux directions orthogonales de l'analyseur (dans un cas, le polariseur et l'analyseur sont parallèles, et, dans l'autre, ils sont croisés).

1. L'angle $\psi = 0$; l'analyseur est parallèle au polariseur. L'intensité de la lumière transmise est donnée par l'expression

$$I_{\parallel} = E_0^2\,[1 - \sin^2 2\varphi \sin^2(\delta/2)]. \tag{5.45}$$

La transmission est maximum pour $\varphi = 0, \pi/2, \pi, \ldots$ Dans ce cas, $I = I_0$, ce qui signifie que toute la lumière est transmise, et que par conséquent pour ces orientations du polariseur il n'y a pas d'interférence. Il est facile de voir que pour $\varphi = 0, \pi/2, \pi \ldots$ la direction des vibrations que laisse passer le polariseur coïncide avec l'une des directions permises par la lame cristalline, et à l'intérieur de celle-ci une deuxième onde ne se forme pas.

La transmission sera minimum pour $\varphi = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4$. Dans ce cas $(I_{\parallel})_{\min} = E_0^2\,[1 - \sin^2(\delta/2)] = E_0^2\cos^2(\delta/2)$.

2. L'angle $\psi = \pi/2$, le polariseur et l'analyseur sont croisés. L'intensité de la lumière transmise est alors donnée par l'expression générale

$$I_{\perp} = E_0^2 \sin^2 2\varphi \sin^2(\delta/2). \tag{5.46}$$

Le maximum de transmission sera observé pour $\varphi = \pi/4, 3\pi/4, \ldots$:

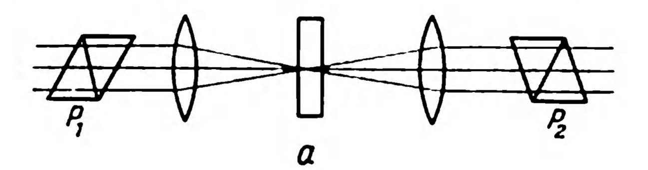
$$(I_{\perp})_{\max} = E_0^2 \sin^2(\delta/2). \tag{5.47}$$

Dans le cas où $\varphi = 0, \pi/2, \pi, \ldots$, l'analyseur ne transmet aucune lumière, quelle que soit l'épaisseur de la lame cristalline, c.-à-d. $(I_{\perp})_{\min} = 0$.

Les expressions ci-dessus caractérisent tous les cas que l'on peut envisager en assurant des rotations relatives du polariseur, de l'analyseur et de la lame cristalline. Le déphasage δ, dont dépend l'intensité de la lumière transmise dans une direction donnée, varie avec l'épaisseur l de la lame cristalline.

En règle générale, dans des expériences de ce type, on étudie non pas l'intensité lumineuse ou la coloration de la lumière émergente, mais les variations des franges d'interférence. Pour ce faire, on doit éclairer la lame cristalline placée entre deux nicols par un faisceau de rayons lumineux non parallèles, et projeter à l'aide d'une lentille les franges obtenues sur un écran. Les franges que l'on observe en lumière transmise présentent un déphasage constant. Leur forme dépend essentiellement de l'orientation relative des polariseurs et de l'axe de la lame cristalline.

Lorsqu'on étudie les conditions d'apparition des franges, on doit tenir compte de ce que, parmi toute la multitude de faisceaux



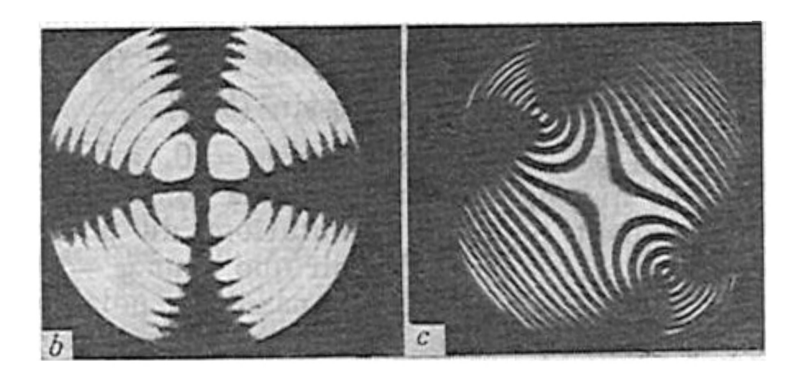


Fig. 5.25. Interférences des rayons convergents d'une lumière polarisée: a) schéma de l'appareil; b) photographie de la figure d'interférence obtenue avec un cristal uniaxe; c) figure d'interférence obtenue avec un cristal biaxe

de rayons parallèles tombant sur la lame sous incidence proche de la normale, il en est usuellement un, qui satisfait à la condition du maximum d'interférence; tout un système de franges sera localisé à l'infini. Si on a convenablement déterminé les conditions de leur observation (par exemple, on observe les franges sur un écran éloigné sans aucun dispositif de focalisation), on verra des franges d'égale inclinaison (*cf.* § 5.6).

On pourra observer un grand nombre de franges d'interférence en éclairant la lame cristalline par un faisceau de lumière fortement convergent. Pour ce faire, on dispose après le polariseur une lentille à foyer court (fig. 5.25, *a*). Il est commode d'observer les franges qui se forment alors non pas sur un écran éloigné, mais dans le plan focal d'une lentille de projection disposée entre la lame cristalline et l'analyseur.

Dans le cas où on utilise une lame d'un cristal uniaxe, dont l'axe optique est parallèle à la surface de la lame, on observe une famille d'hyperboles. Si la lame est découpée suivant une direction perpendiculaire à l'axe optique, on obtient une image telle que celle représentée fig. 5.25, *b*. Il est clair que, dans ce dernier cas, le lieu géométrique de points de déphasage constant est une famille de circonférences concentriques. Par-dessus cette image d'interférence vient se superposer une répartition d'intensité lumineuse ayant la forme d'une croix claire ou sombre bien caractéristique (fig. 5.25, *b*). L'orientation de cette croix coïncide avec celle du polariseur, tandis que son intensité dépend de l'angle formé par les directions permises des vibrations dans l'analyseur et le polariseur (la croix claire apparaît lorsque ces directions coïncident, et la croix sombre lorsque ces directions sont rectangulaires). La formation de cette répartition spécifique de l'intensité lumineuse tient à ce que suivant chacune de ces directions, à travers la lame, ne se propage qu'une seule onde, celle que laisse passer le polariseur, ce qui fait que là il n'y a pas d'interférence.

Si la lame est découpée dans un cristal biaxe, la forme des franges est toute autre (fig. 5.25, *c*).

Il s'ensuit de toutes ces considérations que nous disposons d'un procédé de contrôle extrêmement sensible de la qualité des pièces optiques fabriquées à partir de cristaux. De plus, l'étude du système de franges d'interférences, que produit une lame placée entre deux polariseurs, peut être utilisée pour déceler une faible anisotropie du matériau qui la constitue. La grande sensibilité de cette méthode présente de nombreuses potentialités d'application en cristallographie, physique des hauts polymères, etc.

§ 5.6. Localisation des franges d'interférence et coloration de lames minces

Lorsque deux ondes, produites par réflexion ou réfraction d'une lumière issue d'une source ponctuelle interfèrent, on voit apparaître un système stationnaire de franges qui n'est absolument pas localisé dans l'espace. Cela signifie que les franges peuvent s'observer en toute région de l'espace où les faisceaux qui interfèrent se recouvrent. Cette particularité des interférences à partir d'une source ponctuelle a été illustrée par l'expérience avec le biprisme de Fresnel.

Mais dès que l'on a remplacé une source ponctuelle par une source étendue, on a été obligé de délimiter la région de l'espace où on pouvait observer les franges d'interférences. Maintenant nous pouvons formuler de façon plus précise les conditions de localisation des franges d'interférences : pour une largeur $2d$ donnée de la source, on ne peut observer l'effet d'interférence avec une lumière d'une longueur d'onde λ que dans la région de l'espace où ω est suffisam-

ment petit pour que soit vérifiée la condition (5.36). Rappelons à ce propos que l'expérience avec le miroir de Lloyd a conduit à des conclusions qualitatives relatives à la dépendance de la visibilité des franges avec l'ouverture d'interférence; l'analyse des résultats de cette expérience a posé la question de la localisation des franges.

Sont particulièrement intéressants les cas de localisation des franges d'interférences à la surface d'une lame utilisée pour introduire une différence de marche des rayons (*franges d'égale épaisseur*) ou pour localiser les franges à l'infini (*franges d'égale inclinaison*). Pour raison de commodité, nous commencerons l'étude de ces phénomènes par le cas connu sous le nom de *coloration des lames minces*, qui se manifeste dans les lames minces éclairées par une source étendue. Tout le monde a eu l'occasion d'observer les couleurs chatoyantes des pellicules (pellicules de pétrole à la surface de l'eau) éclairées par la lumière solaire. Nous allons examiner la physique de ce phénomène, car elle nous facilitera l'étude de processus plus complexes se passant dans les interféromètres, les filtres interférentiels et dans d'autres dispositifs optiques.

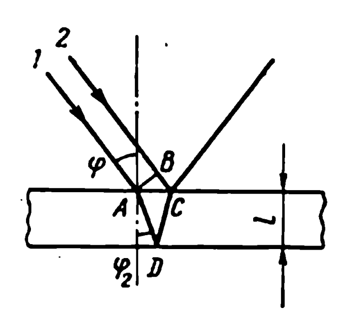


Fig. 5.26. Schéma servant au calcul de l'interférence des rayons réfléchis par une lame mince

Examinons la réflexion et la réfraction d'une onde plane quasi monochromatique tombant sur une lame d'épaisseur l (fig. 5.26). C'est chose facile, puisqu'il ne s'agit que d'établir la dépendance de la différence de marche des rayons Δ avec les paramètres géométriques (angle d'incidence et épaisseur de la lame). Il n'est pas nécessaire de considérer des questions telles que les corrélations des phases et des amplitudes et la polarisation de l'onde, bien que ces questions peuvent être résolues avec toute la précision que l'on veut à l'aide de la formule de Fresnel. Il importe cependant de noter que les formules (2.9)-(2.11) ont été établies pour le cas où il n'existe qu'une seule surface de séparation entre deux diélectriques d'extension indéfinie. Dans le cas d'une lame mince ou d'une pellicule, nous avons affaire à deux surfaces de séparation, et il faut donc appliquer les formules de Fresnel consécutivement à chacune d'elles. La méthode des valeurs aux limites est largement utilisée en électrodynamique *).

Nous traiterons notre problème (ainsi que celui concernant les interféromètres) par la méthode de sommation des amplitudes. Cette méthode est commode lorsqu'il s'agit de couches de diélectriques, puisqu'on peut ne tenir compte que de la réflexion ; or les facteurs de

*) L'application de la méthode des valeurs aux limites au problème considéré ici est donnée dans l'*Optik*, § 7, par Sommerfeld.

réflexion étant petits, les amplitudes des ondes successivement réfléchies sont négligeables.

De la fig. 5.26 on tire aussitôt la principale corrélation

$$\Delta = n\,(AD + DC) - BC - \lambda/2. \qquad (5.48)$$

La différence de marche supplémentaire égale à $\lambda/2$, qui s'introduit par suite de la variation de la phase de l'onde réfléchie par un milieu de plus grande densité optique, doit être prise en compte chaque fois que l'on étudie une expérience concrète (par exemple, les anneaux de Newton).

Les calculs simples qui suivent permettent d'établir la variation de Δ en fonction de l'angle d'incidence et de l'épaisseur de la couche:

$$\left.\begin{aligned} &AD = DC = \frac{l}{\cos\varphi_2}, \quad n\,(AD + DC) = \frac{2nl}{\cos\varphi_2}, \\ &BC = AC\sin\varphi = 2l\,\mathrm{tg}\,\varphi_2\sin\varphi = \frac{2nl\sin^2\varphi_2}{\cos\varphi_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.49)$$

Par suite,

$$\Delta = \frac{2nl}{\cos\varphi_2}(1 - \sin^2\varphi_2) - \frac{\lambda}{2} = 2nl\cos\varphi_2 - \frac{\lambda}{2}. \qquad (5.50)$$

Afin de ne pas compliquer l'équation (5.50), nous omettrons de passer de l'angle de réfraction φ_2 à l'angle d'incidence φ. En effet, notre corrélation $\Delta = f\,(l, \varphi_2)$ présente un caractère suffisamment général pour pouvoir être ultérieurement utilisée pour décrire aussi bien la formation de franges d'égale épaisseur que celle de franges d'égale inclinaison.

Jusqu'à présent nous n'avons imposé aucune limite à l'épaisseur l de la couche active. La mise en œuvre de couches minces permet d'utiliser des sources étendues, puisque l'ouverture d'interférence 2ω est dans ce cas petite. C'est ce qui explique pourquoi on peut parler de la « couleur des lames minces ». Cependant, on doit tenir compte d'un facteur essentiel qui doit faire l'objet d'une discussion spéciale, c'est le rôle de la monochromaticité du rayonnement utilisé.

Ci-dessus nous avons considéré la notion de rayonnement rigoureusement monochromatique produit par des vibrations de fréquence $\omega = 2\pi c/\lambda$ parfaitement déterminée. Or, dans les conditions expérimentales, on utilise des sources émettant des rayonnements dans une gamme de fréquence plus ou moins large dont la monochromaticité est loin d'être idéale. Nous caractérisons le degré de monochromaticité par $\Delta\lambda$, l'intervalle de longueurs d'onde compris entre λ et $\lambda + \Delta\lambda$, qui sont contenues dans le rayonnement émis.

Nous utiliserons par la suite les différents procédés mis en œuvre pour monochromatiser la lumière (filtres interférentiels, monochromateurs à réseaux de diffraction ou à prisme, etc.). Pour le moment, il importe de noter que dans les études d'optique on arrive à obser-

ver l'effet attendu, non seulement en restreignant l'intervalle des longueurs d'onde émises, mais aussi en utilisant des récepteurs sélectifs. Si on utilise une source lumineuse émettant des radiations de toutes les fréquences et un récepteur répondant à toutes ces fréquences, on ne pourra pas observer l'interférence des ondes lumineuses, puisqu'en tout point de l'écran, distant de l'axe de symétrie du système d'une longueur $h = mD\lambda/(2l)$, on trouvera un maximum d'éclairement pour une longueur d'onde λ. La possibilité d'observer à l'œil nu les franges d'interférence tient à ce que l'œil présente des propriétés de monochromateur. L'œil humain discerne en moyenne deux raies spectrales présentant une différence de longueurs d'onde $\Delta\lambda \approx 100$ Å.

Il est facile d'établir une corrélation entre le degré de monochromaticité du rayonnement et l'ordre d'interférence que l'on

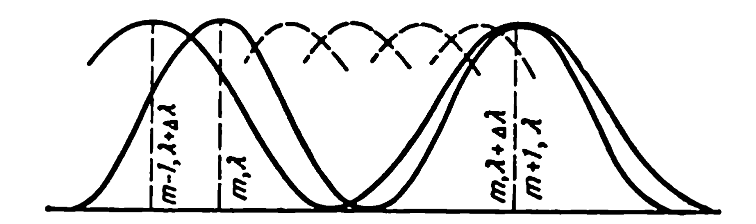


Fig. 5.27. A la question de la corrélation entre le degré de monochromaticité de la source et l'ordre d'interférence observé

On a représenté en pointillé les maximums d'interférence obtenus avec des radiations dont les longueurs d'onde sont comprises dans un intervalle $\Delta\lambda$

arrive à observer. Cette corrélation est utilisable aussi bien dans le cas où la lumière est préalablement monochromatisée que dans le cas d'une bonne sélectivité du récepteur.

On ne peut observer les franges d'interférence si le maximum du $m^{\text{ième}}$ ordre d'interférence pour une longueur d'onde $(\lambda + \Delta\lambda)$ coïncide avec un maximum du $(m + 1)_{\text{ième}}$ ordre pour une longueur d'onde λ, ce qui s'écrit (fig. 5.27):

$$(m + 1)\,\lambda = m\,(\lambda + \Delta\lambda), \text{ ou } \Delta\lambda = \lambda/m. \quad (5.51)$$

On sait que l'ordre d'un maximum d'interférence est lié à la différence de marche des rayons par la relation $\Delta = m\lambda$. Par suite, plus la différence de marche est grande (ordre d'interférence grand), plus petit doit être l'intervalle de longueurs d'onde $\Delta\lambda$, ce qui correspond à un plus grand degré de monochromaticité.

La relation (5.51) permet d'estimer l'épaisseur maximum des couches pour laquelle on peut encore observer les interférences d'une lumière naturelle. Si, par exemple, $\lambda_{\text{moy}} \approx 5000$ Å, $\Delta\lambda \approx 100$ Å, $m = \lambda/\Delta\lambda \approx 50$.

La valeur $m \approx 50$ détermine la différence de marche admissible qui, elle, dépend de l'épaisseur de la couche: $\Delta = 2nl\cos\varphi_2$ —

— $\lambda/2$. L'épaisseur de la couche doit donc être

$$l = \frac{m\lambda + (\lambda/2)}{2n \cos \varphi_2}. \qquad (5.52)$$

En supposant que $n \approx 1{,}5$ et que $\cos \varphi_2 \approx 1$, et en négligeant $\lambda/2$ devant $m\lambda$, nous trouvons

$$l \approx \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ \text{cm}}{3} \approx 8 \cdot 10^{-4}\ \text{cm} = 8\mu\text{m}.$$

Si on observe l'interférence d'une lumière hautement monochromatique, en éclairant la lame par le rayonnement d'une raie d'un spectre cannelé, la largeur de cette raie étant en général inférieure à $\approx 0{,}01$ Å, l'épaisseur de la lame pour laquelle apparaissent encore des franges s'accroît de 10^4 fois. Dans les expériences d'optique, on utilise souvent la raie vert vif du mercure, que l'on isole aisément à l'aide d'un filtre approprié. En utilisant cette raie *) il devient facile d'observer les franges d'interférence avec les lames de verre de plusieurs centimètres d'épaisseur; dans certains interféromètres on utilise précisément des lames de cette épaisseur.

En tenant compte de ces considérations sur le degré de monochromaticité des rayonnements, on arrive à faire un choix convenable de l'épaisseur des lames optiques. En ce qui concerne les procédés d'observation des franges d'interférences de différentes localisations, nous supposerons que l'on utilise des lames suffisamment minces pour travailler avec des sources étendues, sans faire appel à des monochromateurs. Considérons les deux cas limites de localisation des franges d'interférences.

1. **Franges d'égale épaisseur.** Pour observer les franges localisées sur la surface d'une lame, on doit projeter sur l'écran l'image de cette surface. En un certain point de l'écran on observera un maximum d'éclairement (pour une lumière d'une longueur d'onde λ donnée) correspondant à une épaisseur bien déterminée de la lame (*cf.* (5.52)). La fig. (5.28) représente le schéma d'une expérience permettant d'observer les franges localisées à la surface d'une lame mince dont l'épaisseur varie suivant une loi donnée. L'ouverture d'interférence étant petite, on peut éclairer notre couche mince avec une source étendue. Considérons plusieurs rayons émis de différents points de la source; certains rayons tombent directement sur un point de la surface de notre couche mince, les autres n'arrivent en ce même point qu'après réflexion sur la surface interne de la couche. Ce point sera projeté par la lentille L sur l'écran E; le lieu géométrique de tous les points correspondant à une certaine épaisseur (l =

*) La pression des vapeurs de mercure dans le tube doit être modérée, car dans les tubes à haute pression les raies d'émission sont fortement élargies (plusieurs dizaines d'angströms).

= const) de la lame, sera représenté sur l'écran par une frange d'interférence dite *frange d'égale épaisseur*. Si la source émet une lumière naturelle (non monochromatique) on verra apparaître sur l'écran un système de franges colorées, puisque d'après (5.52) à chaque longueur d'onde λ_i correspond une épaisseur donnée l_i de la lame (ou de la couche mince).

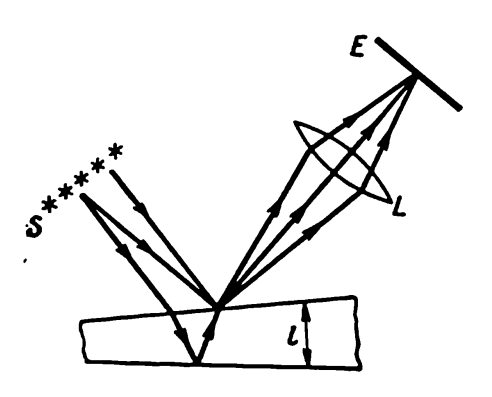


Fig. 5.28. Schéma de montage pour l'observation des franges d'égale épaisseur:
S — source lumineuse étendue

Il est clair que si la couche est d'épaisseur variable, en forme de coin, on verra apparaître sur l'écran un système de franges d'interférences parallèles à l'arête. Plus l'épaisseur de la couche est petite, plus l'ouverture d'interférence est petite elle aussi, et plus la visibilité des franges est meilleure. Cet effet est illustré par l'expérience simple de l'éclairement d'une pellicule d'eau de savon tendue sur une boucle métallique. Si la boucle est en position verticale, la partie inférieure de la pellicule est plus épaisse, la projection de sa surface sur un écran fait apparaître des franges parallèles à l'arête du « coin ». La netteté des franges décroît fortement à mesure qu'augmente l'épaisseur de la pellicule. Les franges d'égale épaisseur typiques peuvent être observées à l'aide d'une expérience simple (fig. 5.29).

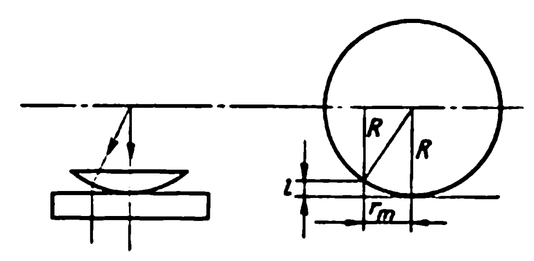


Fig. 5.29. Observation des anneaux de Newton

Cette expérience devenue classique a été inaugurée au XVII[e] siècle par Hook, qui observa les franges d'interférences concentriques qui se forment dans la lame d'air comprise entre un plan de verre et la surface sphérique d'une lentille plan-convexe. Newton a établi une corrélation entre les rayons r_m des anneaux et le rayon de courbure de la lentille, mais ce n'est qu'au XIX[e] siècle que Young a réussi à expliquer l'origine des *anneaux de Newton*; il a d'ailleurs utilisé ce phénomène pour mesurer la longueur d'onde de la lumière qui interférait.

A l'aide de la fig. 5.29 on établit aisément les corrélations caractéristiques. En posant $2R \gg l$, on a $r_m^2 = 2Rl$. Pour une différence

de marche des rayons égale à $\Delta = 2l - \lambda/2$ la condition du maximum d'éclairement (avec $\cos \varphi_2 = 1$, $n = 1$, puisque nous avons ici le cas d'une incidence normale sur une couche d'air) s'écrit: $2l - \lambda/2 = 2m\lambda/2$, ou $2l = (2m + 1)\lambda/2$. On en tire

$$r_m = \sqrt{2Rl} = \sqrt{R(2m+1)\lambda/2}. \qquad (5.53)$$

Il s'ensuit qu'en mesurant le rayon du $m^{\text{ième}}$ anneau d'interférence et connaissant le rayon de courbure de la lentille, on peut calculer la longueur d'onde de la lumière.

Il est évident que si on observe les anneaux de Newton en lumière réfléchie, la tache centrale sera noire, puisque là la différence de marche géométrique est égale à zéro, et il ne subsiste qu'un retard physique $\lambda/2$ dû à la réflexion sur le verre plan. Young a réalisé l'expérience suivante pour donner une explication au phénomène des anneaux de Newton. Entre une lentille en un verre léger (crown) et un plan en verre lourd (flint) il a placé une huile d'indice de réfraction n_h tel que $n_{cr} < n_h < n_{fl}$. Dans ces conditions, il n'y a pas de retard physique $\lambda/2$ (ou plutôt il y a un retard physique double) et en lumière réfléchie on voit au centre du système d'anneaux une tache claire.

Les franges obtenues par transmission de la lumière sont complémentaires des franges par réflexion. Cette assertion qui se laisse aisément démontrer par l'expérience des anneaux de Newton nous permet de souligner une fois de plus une propriété générale de tous les phénomènes d'interférence, à savoir qu'un système de franges stationnaire résulte toujours d'une redistribution spatiale du flux d'énergie radiante.

Les franges d'égale épaisseur trouvent de nombreuses applications techniques. Ainsi, par exemple, ce phénomène est à la base d'un procédé aussi simple que commode de contrôle du poli des surfaces optiques. En règle générale, on dispose la lame optique à l'étude sur une surface de contrôle ayant un relief standard; en disposant à l'une des extrémités une bande de clinquant, il se forme entre elles un coin d'air. On éclaire le système par un arc au mercure et on observe en lumière réfléchie la forme des franges d'interférences. Si les surfaces en regard des deux lames sont parfaitement planes, on voit apparaître des franges rectilignes d'égale épaisseur qui sont parallèles à l'arête du coin d'air. Mais en général, les lames présentent des défauts de surface qui déforment les franges. Une évaluation du taux de déformation des franges par rapport à l'interfrange permet dans des conditions appropriées de mettre en évidence des déviations de l'ordre de 0,1 longueur d'onde de la lumière utilisée par rapport à un plan. Usuellement, on utilise une lumière monochromatique et on attend que l'équilibre thermique se soit bien établi. Les procédés perfectionnés permettent de déceler des écarts par

rapport à un plan de l'ordre de 0,01-0,02 longueur d'onde; cette précision est en effet nécessaire pour résoudre certains problèmes d'interférométrie (*cf.* § 5.9). L'étude des franges d'égale épaisseur peut également servir à la mesure de petits angles entre les surfaces optiques, ainsi que pour divers autres problèmes de métrologie.

2. **Franges d'égale inclinaison.** Considérons le schéma général permettant d'observer des franges d'interférences localisées à l'infini. Pour pouvoir projeter ces franges sur un écran, il faut que le plan focal principal de la lentille que l'on utilise à cette fin coïncide avec le plan de l'écran. On peut également observer les franges à l'aide d'une lunette astronomique ou à l'œil nu en l'accommodant à l'infini. La fig. 5.30 illustre le schéma de formation des franges d'égale inclinaison. Tous les rayons qui tombent sur la lame sous une incidence donnée φ = const (par exemple, le rayon S et les rayons qui lui sont parallèles) sont rassemblés sur un point C de l'écran. Les rayons tombant sous une incidence différente (rayon S') seront rassemblés en un autre point C' de l'écran. Comme on utilise une source lumineuse étendue, il y aura un grand nombre de rayons tombant sur la lame sous une incidence donnée φ. En fait, on a affaire à un faisceau conique de rayons, ce qui fait que l'on obtient sur l'écran non pas un point C, mais une famille de points correspondant à φ = const, et ces points forment une frange d'égale inclinaison. A chaque valeur de l'angle d'incidence correspond sa propre frange d'égale inclinaison localisée à l'infini.

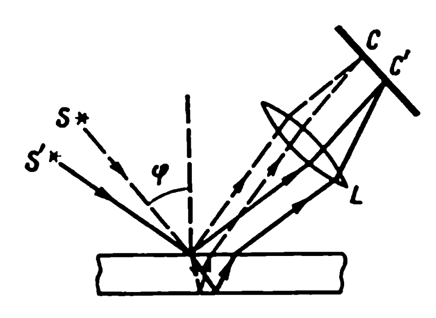


Fig. 5.30. Formation de franges d'égale inclinaison
L'écran est disposé dans le plan focal de la lentille L

Nous avons mentionné au § 5.3 les franges d'interférences qui se forment lorsqu'on éclaire une mince lame de mica par une source lumineuse quelconque (un arc au mercure, par exemple). Il n'était pas question alors de parler de leur localisation, puisque les franges apparaissaient partout où les faisceaux interférents se recouvraient. Si cependant on les observe à l'aide d'une lentille, en les projetant sur un écran situé dans le plan focal principal de la lentille, on arrive à sélectionner de toutes les franges existantes celles qui sont localisées à l'infini, donc les franges d'égale inclinaison.

La description de cette expérience simple ne doit pas nous faire oublier que dans les conditions réelles on voit apparaître des types les plus divers de franges d'interférences. Lorsqu'on cherche à définir les conditions de leur formation, il est recommandé de préciser les lieux de localisation des différents systèmes de franges, ce qui implique le choix du procédé de leur observation.

§ 5.7. Couches diélectriques interférentielles

Nous allons considérer une application du phénomène d'interférence dont le rôle ne cesse de croître au cours de ces dernières années. Il s'agit des couches minces de diélectriques déposées sur les surfaces optiques dans le but d'en modifier le facteur de réflexion. La mise en œuvre de ces couches diélectriques permet de résoudre deux problèmes diamétralement opposés.

1. Clarification optique. Nous avons déjà indiqué que lorsqu'on élabore des systèmes optiques comportant un grand nombre de surfaces réfléchissantes, leurs facteurs de réflexion, bien que faibles ($\mathcal{R} \approx 4$ % pour le passage verre-air sous incidence normale), commencent à affecter la quantité totale de lumière transmise. Ainsi, par exemple, dans un objectif composé de plusieurs lentilles, il

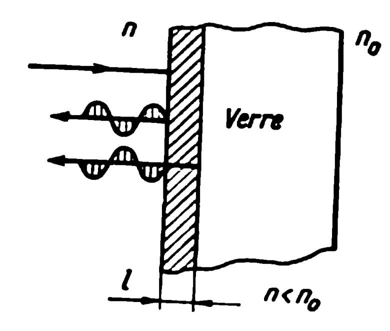


Fig. 5.31. Diminution de la réflexion de la lumière par le verre recouvert d'une couche diélectrique ($n < n_0$) d'épaisseur $nl = \lambda/4$

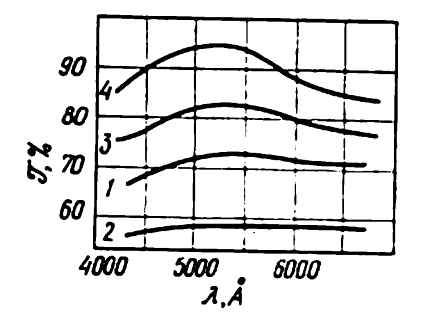


Fig. 5.32. Facteur de transmission de la lumière $\mathcal{T}$ pour le crown et le flint en fonction de la longueur d'onde avant (courbes *1* et *2*) et après) courbes *3* et *4*) clarification par une couche diélectrique

n'est pas rare que la moitié de la lumière y soit perdue. Par suite, il importe de réduire, dans toute la mesure du possible, le facteur de réflexion de chacune des surfaces (*clarification optique*) ; actuellement, le procédé utilisé à cette fin est basé sur la mise en œuvre des phénomènes d'interférences.

Déposons sur la surface d'un verre d'indice de réfraction n_0 une couche d'un diélectrique dont l'épaisseur optique est $nl = \lambda/4$. L'indice de réfraction du diélectrique utilisé doit être plus petit que n_0. Il est clair que les ondes réfléchies par les surfaces externe et interne d'une telle couche sont en opposition de phase, puisque la différence de marche des rayons vaut $\lambda/4 + \lambda/4 = \lambda/2$, et que le déphasage de π (« perte d'une demi-onde ») se produit sur les deux surfaces (fig. 5.31).

Par interférences, ces deux ondes s'affaiblissent mutuellement. L'affaiblissement maximum ($\mathcal{R} \approx 0$) se produit lorsque les ondes qui

interfèrent ont des amplitudes peu différentes. En négligeant l'absorption dans la couche mince du diélectrique et les réflexions multiples, la condition du maximum d'affaiblissement s'exprime, conformément à la formule (2.4) par

$$\frac{n-1}{n+1}=\frac{n_0-n}{n_0+n}, \tag{5.54}$$

on en tire

$$n=\sqrt{n_0}. \tag{5.55}$$

Cette corrélation dicte le choix du diélectrique convenant à la clarification optique. Mais le problème se trouve compliqué par le fait que les indices de réfraction n et n_0 dépendent de la longueur d'onde, de sorte que l'égalité (5.55) n'est vérifiée que dans un certain intervalle de longueurs d'onde. Aussi réalise-t-on la clarification pour la région médiane du spectre visible (jaune-vert), en choisissant un diélectrique dont l'indice de réfraction satisfait à l'égalité $n = \sqrt{n_0}$. Aux bords de la région visible, le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ diffère notablement de zéro; c'est pour cette raison que les pièces optiques clarifiées apparaissent en lumière réfléchie de couleur pourpre, mélange du rouge et du violet.

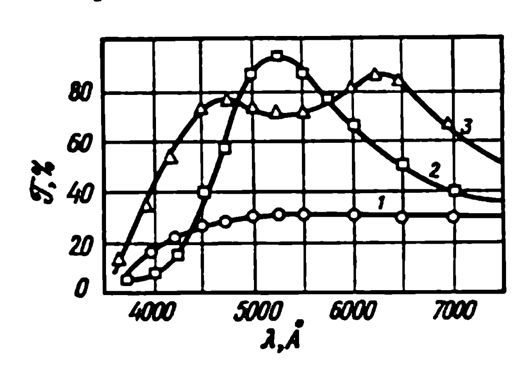


Fig. 5.33. Variation du facteur de transmission de la lumière en fonction de la longueur d'onde d'un système avant (courbe *1*) et après clarification par deux (courbe *2*) et trois (courbe *3*) couches diélectriques

La fig. 5.32 illustre les résultats de la clarification de verres de deux sortes (crown léger et flint lourd). Les courbes représentent la variation que subit le facteur de transmission en fonction de la longueur d'onde, après traversée de 10 surfaces de crown ou de flint avant et après clarification par une couche de silice.

Au cours de ces dernières années, on a mis au point des procédés de déposition de plusieurs couches de diélectriques différents; on réalise ainsi une clarification effective dans des dispositifs optiques comportant un grand nombre de surfaces réfringentes, où on doit assurer une importante transmission de lumière sans que sa composition spectrale en soit notablement affectée. La mise en œuvre de ces procédés de déposition des couches clarifiantes «achromatiques» a contribué à la solution de nombreux problèmes de l'industrie optique. A titre d'exemple, la fig. 5.33 montre la variation, en fonction de la longueur d'onde, de la transmission de la lumière à travers un système optique complexe comportant 44 surfaces réfringentes. L'utilisation de deux couches de deux diélectriques alternativement disposées sur le verre n'a permis d'améliorer la

transmission que dans la région centrale du spectre ($\lambda \approx 5500$ Å), tandis qu'avec trois couches la transmission était bonne dans une région spectrale beaucoup plus large avec réduction de la quantité de lumière diffusée.

2. Obtention de couches interférentielles à grand facteur de réflexion. Lorsque $n > n_0$, une couche d'épaisseur optique $nl = \lambda/4$, déposée sur une surface optique, provoque une augmentation du facteur de réflexion. La perte d'une demi-onde ne se produit que

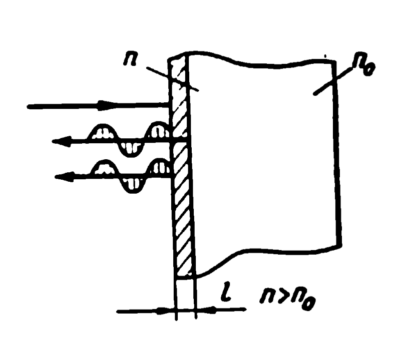


Fig. 5.34. Accroissement de la réflectivité du verre recouvert d'une couche diélectrique ($n > n_0$) d'épaisseur optique $nl = \lambda/4$

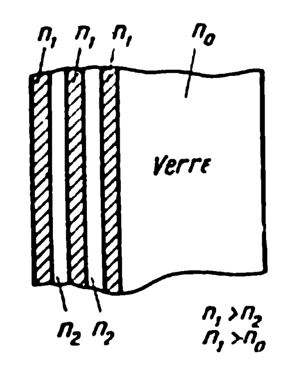


Fig. 5.35. Représentation schématique d'un revêtement diélectrique réfléchissant à plusieurs couches superposées

sur la surface extérieure de la couche diélectrique et les deux ondes s'amplifient mutuellement, puisque leur différence de marche vaut alors $\lambda/4 + \lambda/4 + \lambda/2 = \lambda$ (fig. 5.34).

Néanmoins, il est pratiquement impossible d'obtenir ainsi un facteur de réflexion $\mathscr{R}$ supérieur à 30 %. L'effet peut être notablement renforcé si on passe de l'interférence de deux ondes à une interférence à ondes multiples. Dans ce cas, les maximums d'interférence deviennent beaucoup plus aigus et leurs intensités (I_{max}) augmentent fortement (§ 5.9).

Pour produire des revêtements interférentiels à grand facteur de réflexion, on utilise la méthode suivante. On dépose sur le verre un grand nombre de couches de même épaisseur optique ($n_i l_i = \lambda/4$) mais d'indices de réfraction différents: entre deux couches de grand indice n_1 on dépose une couche de diélectrique d'indice de réfraction plus petit n_2 (fig. 5.35). On utilise souvent la déposition alternée de couches de sulfure de zinc ($n_1 \approx 2,3$) et de fluorure de lithium ($n_2 \approx 1,3$).

Il est facile de se rendre compte que dans ce cas toutes les ondes réfléchies sont de même phase et se renforcent mutuellement. Dans un intervalle de longueurs d'onde voisin de λ_0 (vérifiant l'égalité $n_1 l_1 = n_2 l_2 = \lambda_0/4$), nous observerons des maximums dont la lar-

geur est d'autant plus petite que le nombre de faisceaux interférents est grand. Si, par exemple, on dépose sept couches, on arrive aisément à un facteur de réflexion $\mathcal{R} = 90$ % dans une région de longueurs d'onde d'environ 500 Å. Pour obtenir $\mathcal{R} \approx 99$ % (valeurs requises par les techniques laser), il faur déposer 11 à 13 couches.

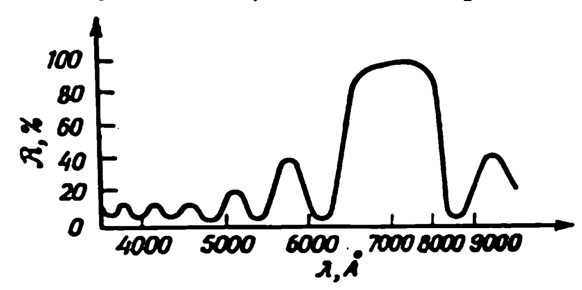


Fig. 5.36. Variation du facteur de réflexion d'un verre recouvert d'un revêtement de plusieurs couches en fonction de la longueur d'onde

On ne doit évidemment pas oublier que ces miroirs interférentiels ne réfléchissent que dans une région spectrale étroite, et plus le facteur de réflexion est grand, plus cette région Δλ où se réalise cette valeur de $\mathcal{R}$ est étroite (fig. 5.36).

Les couches interférentielles de diélectriques sont généralement obtenues par évaporation du matériau dans une cloche à vide. La technique d'évaporation est décrite dans nombre de manuels. I. Grébenshtchikov et coll. ont montré qu'on peut utiliser également une méthode chimique, en déposant successivement sur la surface à traiter des quantités dosées de composés aisément hydrolysables; les couches diélectriques ainsi obtenues sont très stables et adhérentes et, de ce fait, largement utilisées pour la clarification et l'obtention de revêtements de grands facteurs de réflexion. On doit mentionner aussi la possibilité de fabrication d'excellents polariseurs pour toutes les régions spectrales.

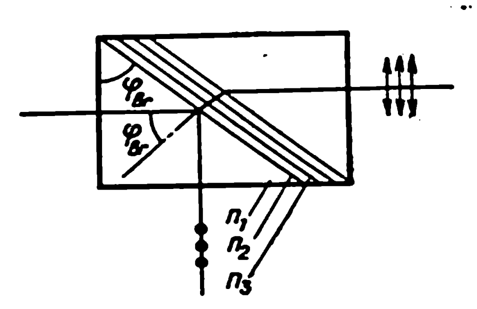


Fig. 5.37. Représentation schématique d'un polariseur à couches multiples

Un polariseur à plusieurs couches de diélectriques peut être assimilé à deux prismes rectangulaires accolés. Sur la face opposée à l'angle droit du prisme, on dépose une série de couches de diélectriques alternativement de grand et de petit indices de réfraction (fig. 5.37). La lumière qui tombe sur ce système de couches sous l'angle de Brewster se divise en deux faisceaux — le faisceau réfléchi et le faisceau transmis, qui sont polarisés dans des plans rectangulaires. Dans la lumière réfléchie, l'intensité des vibrations du vecteur de lumière, qui sont perpendiculaires au plan d'incidence, croît rapidement en s'approchant de l'unité ($\mathcal{R}_{\perp} \approx 1$ lorsque le nombre de

couches augmente. La composante se trouvant dans le plan d'incidence diminue ou s'annule ($R\| = 0$).

En lumière transmise (en l'absence d'absorption) le rapport est inverse. Dans un polariseur interférentiel idéal, les faisceaux réfléchi et transmis sont polarisés à 100 % dans des directions rectangulaires.

Pour réaliser des polariseurs de ce type, on utilise des couches alternées de bioxyde de titane, de bioxyde de thorium ou de silice. On a réalisé ainsi des polariseurs interférentiels pour différentes régions spectrales entre 2000 Å et 8000 Å. Ils permettent d'obtenir une lumière de haut degré de polarisation et jouissent de la propriété de polariser sélectivement la lumière dans un intervalle spectral de $\sim$ 0,3 λ. Aux frontières de cet intervalle le degré de polarisation est plus petit. En utilisant de 9 à 13 couches alternées de diélectriques, on arrive à réaliser des prismes interférentiels pour différentes régions du spectre visible, et ce qui est particulièrement important, pour l'ultraviolet. Les matériaux utilisés étaient le verre de silice et différents verres optiques de différents indices de réfraction. Le degré de polarisation atteignait 99,2-99,4 % pour une transmission de 40-46 % de la lumière incidente.

Pour résoudre des problèmes concrets on est bien souvent obligé de combiner différemment la succession des couches des diélectriques. Ainsi, par exemple, la condition $n_i l_i = \lambda_0/4$, qui avait été admise dans le cas simple considéré ci-dessus, doit être remplacée par d'autres corrélations fort complexes que l'on établit à l'aide de calculs ardus et de données expérimentales. Nous aurons encore l'occasion de revenir sur l'importance technique des couches interférentielles multiples en étudiant les propriétés de l'interféromètre Fabry-Perot et de celles des filtres interférentiels (*cf.* § 5.9).

§ 5.8. Les interféromètres à deux ondes

On appelle *interféromètres* des appareils optiques permettant de réaliser une séparation spatiale de deux rayons lumineux, en établissant entre eux une différence de marche bien déterminée. Si on réunit ensuite les deux rayons, on constate une distribution nouvelle de l'énergie lumineuse, donc un effet d'interférence.

On utilise en général les interféromètres pour résoudre des problèmes physiques et techniques bien définis (par exemple : mesure des longueurs ou des angles, mesure des indices de réfraction, etc.). L'observation du système de franges d'interférences devient alors un simple moyen pour effectuer la mesure d'une grandeur physique. Le montage optique de l'interféromètre doit, de ce fait, satisfaire à des conditions supplémentaires par rapport à celles requises pour l'étude du phénomène d'interférences. Pour accroître la précision

de mesures, on introduit une grande différence de marche entre les rayons interférents et on travaille avec de grands ordres d'interférence. Dans ces conditions, on a avantage à utiliser des rayonnements de degré de monochromaticité relativement grand; le réglage du système optique doit être très précis. Nous examinerons plus tard des cas où les interféromètres sont utilisés pour l'étude des propriétés fondamentales des rayonnements (degré de monochromaticité, longueur des trains d'onde, etc.).

Tout dispositif convenant à l'observation d'un système stationnaire de franges d'interférences peut servir de base pour l'élaboration d'un interféromètre. Nous laisserons cependant de côté l'interféromètre à deux ondes basé sur le dispositif d'Young, le lecteur étant mieux préparé à l'étude du fonctionnement d'interféromètres à réflexion et réfraction d'ondes lumineuses (donc basés sur la méthode de Fresnel).

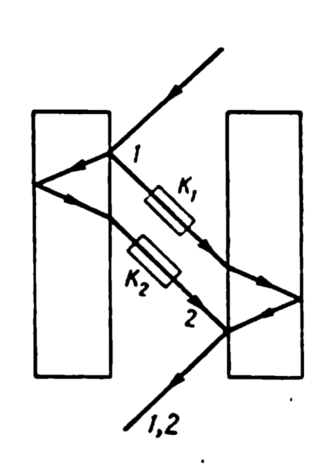


Fig. 5.38. Schéma de l'interféromètre de Jamin:
K_1, K_2 — cuvettes

Etudions les interférences des deux rayons réfléchis par les surfaces extérieure et intérieure d'une lame diélectrique (fig. 5.38). La différence de marche de ces rayons est donnée par la formule (5.50).

Si la lame est suffisamment épaisse, les rayons interférents *1* et *2* sont écartés loin l'un de l'autre, de sorte qu'il est facile de disposer sur leurs trajets respectifs des cuvettes renfermant la substance à l'étude, ou un dispositif optique qui introduit une différence de marche Δ' qu'il s'agit de mesurer. Cependant, à mesure qu'augmente l'épaisseur de la lame, apparaissent des complications dont plusieurs avaient été mentionnées au § 5.6. Pour que les rayons interférents arrivent à se recouper et pour compenser la différence de marche introduite par la lame qui divise en deux le faisceau incident, on utilise une deuxième lame de même épaisseur que la première. On peut alors utiliser une lumière d'un degré de monochromaticité plus faible. Le montage comportant deux lames de verre épaisses, séparées par une couche d'air, est utilisé dans l'*interféromètre de Jamin.*

Considérons deux lames à faces parallèles disposées presque parallèlement l'une à l'autre (fig. 5.38). Calculons la différence de marche Δ des rayons pour cet arrangement. Il est clair que lorsque le rayon se divise en deux dans la première lame, il apparaît une différence de marche égale à $\Delta_1 = 2nl\cos\varphi_2' - \lambda/2$; la seconde lame fait apparaître de même une différence de marche égale à $\Delta_2 = 2nl \times \times \cos\varphi_2'' - \lambda/2$. Si les lames sont rigoureusement parallèles entre elles, $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 0$. Mais si elles forment entre elles un petit angle

ε, on a

$$\Delta = 2nl\,(\cos\varphi_2' - \cos\varphi_2'') = 2nl\sin\varphi_2\delta\varphi_2, \qquad (5.56)$$

où $\varphi_2 = (\varphi_2' + \varphi_2'')/2$, la petite quantité $\delta\varphi_2$ étant approximativement égale à $|\,\varphi_2' - \varphi_2''\,|$. On arrive à démontrer que $\delta\varphi_2 \approx \varepsilon$.

La condition du maximum d'intensité lumineuse est dans ce cas

$$2\,nl\,\sin\varphi_2\delta\varphi_2 = 2m\lambda/2. \qquad (5.57)$$

Il est clair que plus $\delta\varphi_2 \approx \varepsilon$ est petit, plus la frange d'interférences sera large. Pour $\delta\varphi_2 \to 0$, $\Delta = 0$ et le champ de vision est de couleur uniforme, ce qui signifie que la largeur de la frange d'interférences est supérieure à l'angle de vision du dispositif d'observation des franges. Un réglage fin de la position mutuelle des lames permet de faire apparaître dans le champ de vision plusieurs franges et de les dénombrer.

On constate aisément que la moindre modification des conditions expérimentales entraîne un déplacement des franges. Si, par exemple, on approche la main de la région comprise entre les lames (ce qui échauffe très légèrement la couche d'air qui s'y trouve) on verra les franges défiler rapidement.

Evaluons simplement la sensibilité du procédé. Si on dispose sur le trajet de l'un des rayons une cuvette de longueur l_1 renfermant un gaz d'indice de réfraction n_1, et sur le trajet de l'autre rayon une cuvette identique renfermant une autre substance d'indice n_2, on introduit une différence de marche $\Delta' = l_1\,(n_1 - n_2)$. Cela doit provoquer un déplacement des franges. Si nous caractérisons ce déplacement des franges par un nombre fractionnel m' égal à la fraction de l'ordre d'interférence dont se sont déplacées les franges, on écrira $\Delta' = m'\lambda$. La mesure de m' nous définit Δ'. Par exemple, les franges se sont déplacées de 0,1 de l'ordre d'interférence, soit $m' = 0{,}1$. Evaluons $\Delta n = \Delta'/l_1$. D'habitude l'une des cuvettes sert de témoin (les mesures sont donc relatives). Posons pour simplifier que $n_2 = 1$ (cas du vide) et déterminons Δn par la corrélation $\Delta' = l_1\,(n_1 - 1) = l_1\Delta n$. Pour $l_1 = 10$ cm, $m' = 0{,}1$; $\lambda = 5\cdot10^{-5}$ cm on trouve $\Delta n = m'\lambda/l_1 \approx 5\cdot10^{-7}$; cela montre que l'on peut mesurer l'indice de réfraction à six chiffres significatifs près.

La mesure des indices de réfraction constitue un domaine de la métrologie appelé *réfractométrie*. L'évaluation que nous venons de faire montre que la méthode interférentielle assure une grande sensibilité dans les mesures réfractométriques relatives. On peut donc utiliser cette méthode dans les cas les plus divers. Il apparaît cependant que pour arriver à une bonne stabilité des franges d'interférences, on doit apporter beaucoup de soins à la préparation de l'expérience.

De ce point de vue, l'interféromètre de Jamin présente certains inconvénients. Nous avons vu que la possibilité de séparer notablement les franges dépend de l'épaisseur des lames de verre, qui doit être homogène, sans tensions internes, etc. Les lames doivent arriver à l'équilibre thermique avec la température ambiante, ce qui est un processus lent durant lequel le système de franges change de façon non contrôlable. L'utilisation d'une source de lumière de grande brillance rend encore plus difficile l'établissement de l'équilibre thermique, puisqu'une partie du flux lumineux sera absorbée durant son trajet dans les lames en verre de l'interféromètre. Il est fort difficile d'utiliser l'interféromètre dans la région de l'ultraviolet, puisqu'on doit utiliser alors des lames épaisses en verre de silice de grande homogénéité.

C'est pour ces différentes raisons que l'interféromètre de Jamin n'est pas d'un usage courant, bien que les idées sur lesquelles il est basé aient été développées par Mach, Zender, Pringsheim et d'autres savants. Examinons maintenant le principe de fonctionnement de l'*interféromètre de Rojdestvensky*, qui est largement utilisé en U.R.S.S. pour les études d'optique et de spectroscopie.

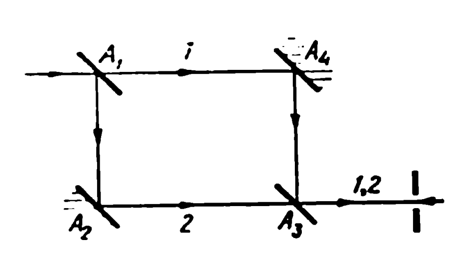


Fig. 5.39. Schéma de principe de l'interféromètre de Rojdestvensky

A droite se trouve la fente du spectrographe associé à l'interféromètre

Le schéma de principe de cet interféromètre est représenté fig. 5.39. Sa conception est tout à fait originale. L'interféromètre est constitué de deux blocs comportant chacun un miroir semi-transparent et un miroir parfaitement réfléchissant (A_1, A_2, et A_3, A_4). Ces deux blocs peuvent être disposés à grande distance l'un de l'autre (un mètre environ). La distance de séparation des miroirs A_1 et A_2 (et A_3-A_4) est choisie de manière à assurer une séparation suffisante des faisceaux *1* et *2* (l'intervalle peut être porté à plusieurs décimètres). Dans son dernier modèle d'interféromètre (1940), Rojdestvensky a porté la distance entre les miroirs A_1-A_2 (A_3-A_4) jusqu'à 40 cm. Les miroirs semi-transparents A_1 et A_3, qui servent à diviser les faisceaux lumineux, ont un facteur de réflexion faible (40-50 %); il est souhaitable que l'intensité lumineuse des faisceaux *1* et *2* soit à peu près égale. Ces miroirs semi-transparents sont des lames de verre de silice, afin de permettre le travail dans l'ultraviolet. Comme leur épaisseur est généralement inférieure à 1 cm, la plupart des inconvénients propres à l'interféromètre de Jamin ne se manifestent pas de manière notable.

Dans l'interféromètre de Rojdestvensky on utilise des ordres d'interférence relativement petits. Le réglage initial se fait par rapport à la frange centrale de numéro d'ordre zéro correspondant à

$\Delta = 0$. Cependant, lors des mesures ultérieures de la dispersion des vapeurs, on introduit une différence de marche supplémentaire et on opère avec des courbes d'interférences d'ordres supérieurs. Cet appareil, destiné à la mesure précise des variations de l'indice de réfraction des gaz et des vapeurs, à proximité de la raie d'absorption, est adapté aux mesures dans toute une gamme de longueurs d'onde. Aussi utilise-t-on des sources limineuses à spectre continu et on dépouille le spectre d'absorption en associant l'interféromètre à un spectrographe.

La cuvette contenant la substance à l'étude est interposée sur le trajet de l'un des faisceaux (la cuvette est branchée sur une pompe

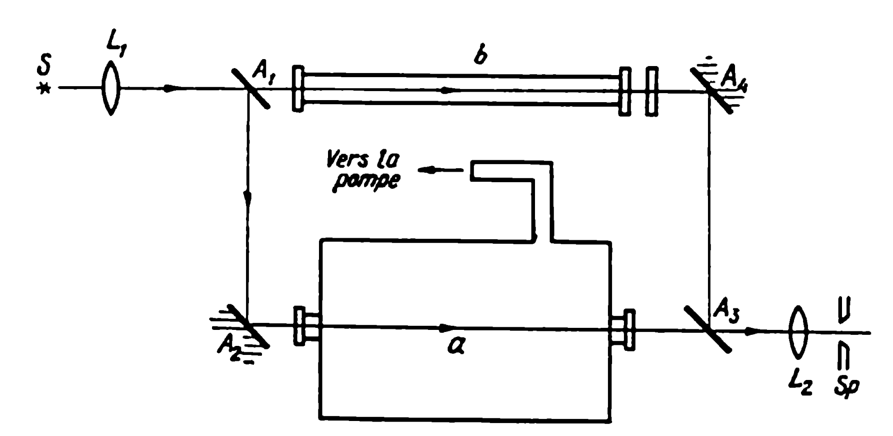


Fig. 5.40. Schéma du montage utilisé pour la mesure de la dispersion dans les gaz raréfiés et dans les vapeurs métalliques à l'aide de l'interféromètre de Rojdestvensky

à vide) ; pour faire varier la densité des vapeurs métalliques, la cuvette est placée dans un four électrique dont on fait varier la température (fig. 5.40). On utilise parfois des installations plus compliquées, par exemple, un four à vide *a*, permettant de travailler à des températures atteignant 2000 °C (et même plus hautes) dans le cas de substances réfractaires peu volatiles.

La température du four est mesurée à l'aide d'un pyromètre optique ou de thermocouples étalonnés. On doit veiller spécialement à ce que la colonne de vapeur soit bien homogène (il faut dire que les essais sont très laborieux) ; on utilise pour cela des spires de chauffage supplémentaires aux deux extrémités du tube de chauffage, pour obtenir une température homogène. Sur le trajet du deuxième faisceau lumineux on interpose un tube de compensation *b*, convenablement évacué. La longueur de ce tube doit être approximativement égale à celle de la cuvette, et ses fenêtres identiques à celles de la cuvette remplie de vapeurs du métal à l'étude.

La mise au point préalable de l'interféromètre s'effectue tant que la cuvette se trouve à la température ambiante, donc tant qu'il

n'y a pas de différence de marche des rayons due à la vaporisation du métal. L'appareil est au point lorsque les franges d'interférences projetées par la lentille L_2 sur la fente verticale du spectrographe S_p sont parfaitement horizontales. On doit surtout veiller à ce qu'apparaisse dans le champ de vision la frange centrale de numéro zéro, $m = 0$, (fig. 5.41, *a*). On ne peut naturellement assurer le parallélisme de plusieurs franges que dans un intervalle spectral étroit, puisque, à mesure qu'augmente la longueur d'onde, croît l'interfrange ($\Delta = m\lambda$). Les franges d'ordres élevés, qui apparaissent lorsque la différence de marche des rayons est grande, ne sont pas parallèles à la frange centrale (d'ordre zéro). Pour s'en assurer directement,

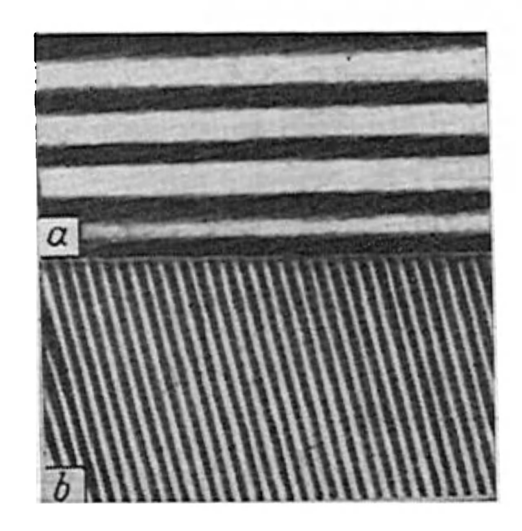


Fig. 5.41. Franges d'interférences d'ordre voisin de zéro (*a*) et d'ordre supérieur (*b*)

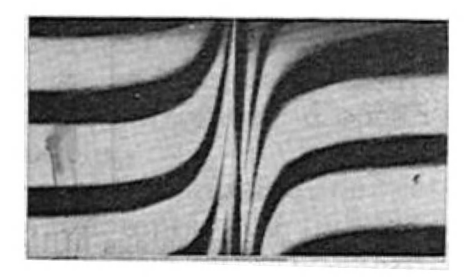


Fig. 5.42. Incurvation des franges d'interférences à proximité d'une raie d'absorption

il suffit d'interposer sur le trajet de l'un des faisceaux une lame de verre de quelques millimètres d'épaisseur. On voit apparaître un système de franges fines et inclinées (fig. 5.41, *b*). La fig. 5.41, *a* montre à titre de comparaison plusieurs franges voisines de la frange d'ordre zéro; ce système de franges horizontales caractérise la mise au point de l'interféromètre.

Une fois que l'interféromètre a été mis au point, on commence à chauffer le four, ce qui élève la tension de vapeur du métal contenu dans la cuvette; on doit alors faire apparaître des raies d'absorption sur le fond du spectre continu. Dans le plan focal du spectrographe on observera alors un système de franges incurvées (que l'on peut fort bien photographier) (fig. 5.42). L'incurvation des franges à proximité des raies d'absorption est due à la variation de l'indice de réfraction, puisque les vapeurs du métal introduisent une différence de marche égale à $(n - 1)\, l$.

La fig. 5.43, *a* reproduit la photographie du système de franges incurvées obtenues dans une expérience avec des vapeurs du titane dans une région spectrale où elles présentent plusieurs raies d'absorption. A proximité de chaque raie d'absorption les franges s'incurvent. En mesurant sur la photographie la déviation des franges par rapport à leur partie horizontale en différents points correspondant à des

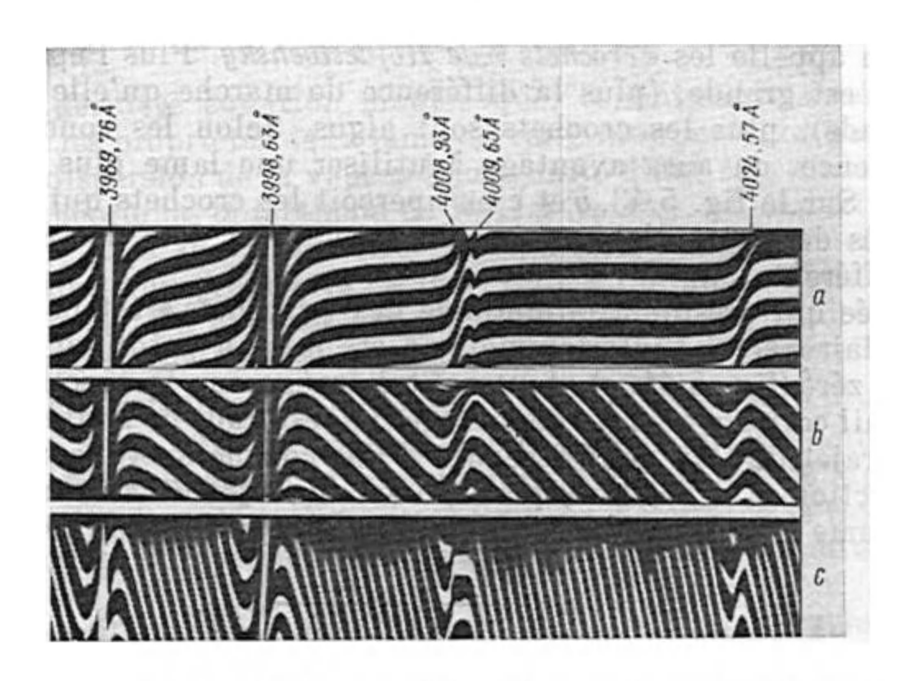


Fig. 5.43. Photographies des franges d'interférences à proximité des raies d'absorption du spectre du titane:

a) franges d'interférences produites dans un interféromètre de Rojdestvensky sans introduction de différence de marche supplémentaire; *b*) avec introduction d'une différence de marche supplémentaire; *c*) avec une différence de marche encore plus grande. Sur les photos *b* et *c* on discerne les « crochets »

longueurs d'onde connues, on arrive à déterminer la dépendance $n(\lambda)$ et la comparer à la courbe théorique. Par différentiation graphique de la courbe $n(\lambda)$ on obtient la courbe $dn/d\lambda$, et on évalue alors la valeur de la dérivée en différents points.

Ce procédé d'étude de la dispersion des vapeurs des métaux à proximité des raies d'absorption a été utilisé par différents chercheurs. L'inconvénient du procédé est que la précision des mesures diminue à mesure que l'on se rapproche de la raie d'absorption où la direction des franges varie fortement jusqu'à devenir presque perpendiculaire à leur direction initiale. Rojdestvensky a modifié ce procédé d'étude de la dispersion des vapeurs à proximité des raies d'absorption et a élaboré la *méthode* dite *des « crochets »* permettant d'accroître la précision des mesures.

Il a introduit dans l'un des bras de l'interféromètre, en plus de la cuvette et du tube de compensation, une lame de verre (ou de verre

de silice) d'une épaisseur bien déterminée. Cette lame introduit une différence de marche supplémentaire qui fait apparaître des franges d'interférence inclinées d'ordres supérieurs; pour une certaine longueur d'onde, cette inclinaison initiale des franges compense le changement de direction résultant de la dispersion par les vapeurs. Ainsi, de part et d'autre d'une raie d'absorption, on voit apparaître des incurvations caractéristiques des franges ; ce sont ces incurvations que l'on appelle les *« crochets » de Rojdestvensky*. Plus l'épaisseur de la lame est grande, (plus la différence de marche qu'elle introduit est grande), plus les crochets sont aigus. Selon les conditions de l'expérience, on aura avantage à utiliser une lame plus ou moins épaisse. Sur la fig. 5.43, *b* et *c* on aperçoit les crochets qui apparaissent près des raies d'absorption du titane avec deux lames d'épaisseur différente.

L'idée qui préside à la méthode des « crochets » est la suivante. Il est clair que si l'interféromètre a été mis au point sur la frange d'ordre zéro (fig. 5.41, *a*), toute autre frange sur le spectrogramme de travail correspond à un déphasage $\Delta\varphi$ résultant de l'interposition, sur le trajet de l'un des faisceaux, d'une couche de vapeur d'indice de réfraction n et de l'interposition sur le trajet du second faisceau d'une lame d'indice n_1. Ce déphasage s'exprime par l'expression

$$\Delta\varphi = 2\pi \left[\frac{n-1}{\lambda} l - \frac{n_1 - 1}{\lambda} l_1 \right]. \qquad (5.58)$$

Le premier terme entre crochets correspond à la couche de vapeur d'épaisseur l, et le second terme à la lame de verre d'épaisseur l_1. Lorsqu'on passe d'une frange à la suivante, l'ordre d'interférence augmente d'une unité et la différence de phase de 2π. Le long de chaque frange $\Delta\varphi$ reste invariable pour les deux faisceaux interférents qui traversent la couche de vapeur et la lame sous des angles différents. Par suite, lorsqu'on se déplace le long d'une frange (longueur d'onde variable), le chemin optique l dans la vapeur (respectivement l_1 dans la lame) doit varier.

Voyons maintenant comment varie $\Delta\varphi$ lorsqu'on se déplace le long de l'échelle des longueurs d'onde vers une raie d'absorption (l et l_1 constants) (fig. 5.43, *b*). On constate qu'à mesure que l'on s'approche du crochet, les franges d'ordres régulièrement croissants se recoupent. Mais dès que l'on aura dépassé le sommet du crochet, on retrouve la frange qui a été précédemment interceptée. Autrement dit, le passage par le sommet correspond à un changement de signe de l'incrément du déphasage $\Delta\varphi$. Par conséquent, au point $\lambda = \lambda_{cr}$ marquant le sommet du crochet, se situe l'extrémum de la variation de $\Delta\varphi$ avec λ; on écrira donc

$$\left[\frac{\partial(\Delta\varphi)}{\partial\lambda} = 0 \right]_{\lambda=\lambda_{cr}}.$$

Pour $\lambda = \lambda_{cr}$ l'équation (5.58) s'écrit

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{n-1}{\lambda}\right)=\frac{l_1}{l}\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{n_1-1}{\lambda}\right). \tag{5.59}$$

Après différentiation on obtient

$$\frac{dn}{d\lambda}=\frac{l_1}{l}\left[\frac{dn_1}{d\lambda}-\frac{n_1-1}{\lambda}\right]+\frac{n-1}{\lambda}. \tag{5.59a}$$

Cette dernière équation montre que, connaissant la tension de vapeur et les propriétés de la lame de verre interposée, on peut déterminer la dispersion de la vapeur à proximité d'une raie d'absorption. Dans la théorie de la méthode de Rojdestvensky, on établit une formule reliant la distance entre le sommet d'un crochet et la raie d'absorption aux propriétés de la vapeur à l'étude et de la lame de verre utilisée. Un examen des photographies de la fig. 5.43, *b* et *c* montre que la distance de séparation des crochets situés de part et d'autre de la raie intense du titane (3989 Å) est beaucoup plus grande qu'auprès d'une raie de faible intensité (4025 Å) ; les photographies ont été prises dans les mêmes conditions. En mesurant le rapport des distances de séparation des « crochets », on détermine le rapport des intensités des deux raies d'absoption issues d'un même niveau inférieur.

L'intensité d'une raie d'absorption est définie par le produit du nombre N d'atomes absorbants par la force d'oscillateur f_{ik} de la transition correspondante [*cf.* (4.13)]. Il s'ensuit que la mesure de la distance entre les « crochets » permet de déterminer le produit Nf_{ik} pour la raie considérée. Si par une mesure indépendante on arrive à évaluer le nombre N d'atomes absorbants, la méthode des « crochets » permet de déterminer la force de l'oscillateur f_{ik}, et de là la probabilité de transition et la durée de vie de l'atome à l'état excité [*cf.* (4.13a)].

Il existe plusieurs procédés de détermination de la durée de vie des atomes excités. Nous décrirons brièvement une méthode magnéto-optique qui est actuellement largement répandue. Nous utiliserons pour cela un modèle classique, qui bien que ne donne une description exhaustive du phénomène que dans quelques cas particuliers, permet d'obtenir une idée qualitative de la solution du cas général.

Un atome rayonnant peut être assimilé à un oscillateur amorti, dont le rayonnement est polarisé (*cf.* § 1.7). Plaçons ce dipôle oscillant, constitué par un électron et un noyau portant une charge positive ($M_n/M_{él} \gg 1$), dans un champ magnétique d'intensité constante $\mathbf{H}_{ext}$. Notre dipôle effectuera un mouvement de précession dans un plan perpendiculaire à la direction de $\mathbf{H}_{ext}$. S'il était possible de suivre l'évolution de la polarisation du rayonnement émis par un

dipôle le long de la direction du champ magnétique extérieur, on aurait observé que le plan de polarisation tourne sans cesse. Or comme nous avons affaire à un oscillateur amorti, la rotation du plan de polarisation coïncide avec une décroissance de l'intensité du rayonnement. Il est bien évident que plus l'amortissement du rayonnement est rapide (plus la durée de vie de l'atome à l'état excité est courte), plus petit sera l'angle de rotation du plan de polarisation. Dans les études expérimentales, on utilise le rayonnement émis par un ensemble d'atomes excités de manière cohérente et on mesure sa polarisation en fonction du champ appliqué. A l'aide de calculs simples, on déduit des données expérimentales la durée de vie moyenne des atomes à l'état excité.

Dans le cas où on étudie des raies monochromatiques, on peut travailler avec de grandes différences de marche des rayons; on utilise alors l'*interféromètre de Michelson*, qui fut utilisé aussi bien pour trancher des problèmes fondamentaux de la physique que pour résoudre divers problèmes appliqués. Le schéma de principe de cet appareil est représenté fig. 5.44.

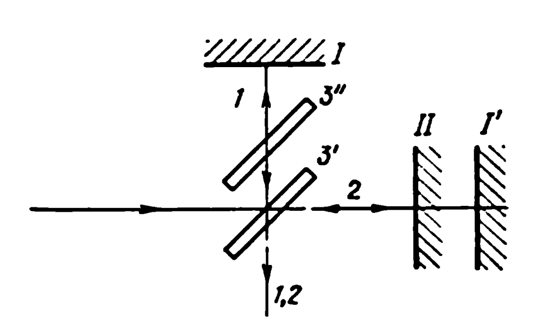


Fig. 5.44. Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson
La couche réfléchissante du miroir semi-transparent 3′ est indiquée par un tracé accentué

Sur un bâti massif sont fixés deux miroirs plans *I* et *II* disposés dans des plans rectangulaires. Un de ces miroirs (le miroir *II*, par exemple) peut se déplacer le long d'un rail tout en restant parallèle à son plan de référence. Un miroir semi-transparent *3′* (couche réfléchissante à $\mathcal{R} \approx 50$ %) permet de diviser le faisceau initial en deux faisceaux *1* et *2*. On interpose sur le trajet du faisceau *1* une lame de même épaisseur que la lame semi-transparente *3″*; de cette manière on crée pour les deux faisceaux des conditions de propagation équivalentes; le schéma montre en effet que le faisceau *2* doit traverser trois fois de suite la lame *3′*, tandis que le faisceau *1* ne la traverse qu'une seule fois, la couche réfléchissante étant déposée sur le côté de la lame *3′* dirigée vers la source de lumière. En interposant sur le trajet du rayon *1* la lame *3″*, à condition que les deux bras de l'interféromètre soient égaux, la longueur du chemin optique des rayons *1* et *2* sera la même et la différence de marche Δ nulle.

Lorsqu'on déplace le miroir *II* dans une position *II′*, on introduit une différence de marche Δ égale au double de la distance entre les positions *II* et *II′*. Si le miroir *II* reste rigoureusement parallèle à l'image du miroir *I*, on verra apparaître à la sortie de l'appareil des anneaux d'égale inclinaison. Si la couche d'air comprise entre les lames a la forme d'un coin, on verra apparaître des franges d'éga-

le épaisseur. Dans les deux cas, on peut projeter les franges sur un écran et étudier le système stationnaire des franges d'interférences. Avec son premier modèle d'interféromètre Michelson observait les anneaux d'égale inclinaison à l'aide d'une lunette. Nous verrons dans ce qui suit qu'un procédé d'observation aussi simple lui a permis de déceler des effets très fins.

Lorsqu'on déplace le miroir II, le système de franges se modifie et on voit apparaître dans le champ de vision de nouvelles franges. Selon le sens du déplacement, les anneaux d'égale inclinaison défileront suivant un mouvement centrifuge ou centripète. Si la vitesse de déplacement du miroir n'est pas trop grande et que ce déplacement n'affecte pas trop la mise au point de l'interféromètre, on peut dénombrer le nombre de franges apparaissant par unité de temps.

Jusqu'à présent nous n'avons rien dit au sujet des caractéristiques de la source lumineuse dont le rayonnement peut être analysé à l'aide de l'interféromètre de Michelson. On admettait que l'on avait affaire à un rayonnement monochromatique de fréquence bien déterminée $\nu = \omega/(2\pi)$. Une situation bien plus compliquée peut parfois se présenter si cependant on éclaire l'interféromètre avec une lumière non monochromatique, le système de franges d'interférences que l'on verra apparaître doit contenir des informations concernant la composition spectrale du rayonnement émis par la source.

En fait, c'est un problème de ce type qui faisait l'objet des expériences qu'effectua Michelson à la fin du XIXe siècle. Il déterminait (visuellement ou par photographie) la variation de visibilité des anneaux d'interférences d'égale inclinaison en fonction de l'accroissement de la différence de marche des rayons accompagnant le déplacement de l'un des miroirs. Après un déplacement donné du miroir, on contrôlait la mise au point de l'interféromètre et on déterminait la fonction de visibilité des franges $V = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$, pour une différence de marche Δ donnée.

En comparant la courbe $V(\Delta)$ expérimentale avec la courbe théorique calculée en attribuant à la raie une certaine structure, on pouvait en tirer des évaluations quantitatives des paramètres caractérisant le rayonnement à l'étude. A titre d'exemple nous avons représenté fig. 5.45 les courbes théoriques V pour le système de franges qui apparaît à la sortie de l'interféromètre de Michelson lorsqu'on l'éclaire : *a*) avec le rayonnement d'une raie dont l'intensité obéit à la loi de répartition de Gauss, $I = I_0 \exp(-\alpha^2\gamma^2)$; *b*) avec le rayonnement d'un doublet bien défini (dont les composantes ont des intensités à répartition de Gauss) avec $I_0' = 2I_0''$.

La fig. 5.46 représente la courbe expérimentale $V(\Delta)$ obtenue par Michelson pour la raie rouge du cadmium ($\lambda = 6439$ Å). On constate que les courbes théorique et expérimentale coïncident fort bien dans le cas de cette raie ; cela permet de calculer sa largeur. Les études ultérieures ont confirmé que cette raie rouge du cadmium

était hautement monochromatique, ce qui justifiait son utilisation en qualité d'étalon principal en métrologie.

L'étude de la courbe expérimentale $V(\Delta)$ relevée par Michelson dans le cas du doublet jaune du sodium, ayant même allure que la courbe théorique (fig. 5.45, *b*) a permis de conclure que les deux composantes du doublet avaient une structure complexe. Au cours de cette même série d'expériences on a mis en évidence le déboublement de la raie rouge de l'hydrogène (H_α). Des études ultérieures ont montré que les positions et les intensités relatives des composantes de structure fine avaient été déterminées par Michelson avec une bonne précision.

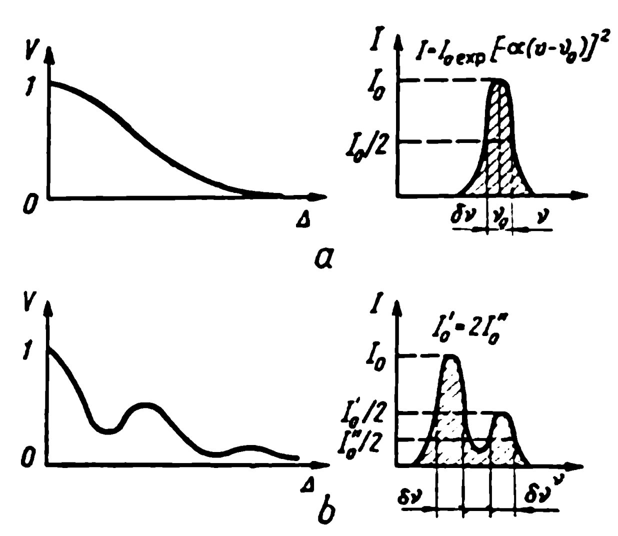


Fig. 5.45. *a*) Courbes de visibilité théoriques pour une raie à répartition gaussienne de l'intensité; *b*) la même chose pour un doublet bien séparé avec répartition gaussienne des intensités $I_0' = 2I_0''$

Nous décrivons ces expériences déjà anciennes pour bien montrer les potentialités de la méthode interférométrique. Mais on voudrait faire remarquer que les résultats de ces expériences présentent encore de l'intérêt et peuvent être interprétés à l'aide des notions que nous avons introduites au début de ce chapitre. Plusieurs remarques s'imposent donc.

Les courbes de visibilité représentées fig. 5.45 ont été calculées pour un rayonnement quasi monochromatique. Nous avons considéré au § 5.4 la cohérence spatiale des ondes quasi monochromatiques émises par des sources lumineuses étendues. Dans le problème considéré, on cherche à préciser les limitations qu'implique la non-monochromaticité d'une source ponctuelle. Nous avons déjà mentionné que, dans ce cas, il convient de faire intervenir la cohérence temporelle.

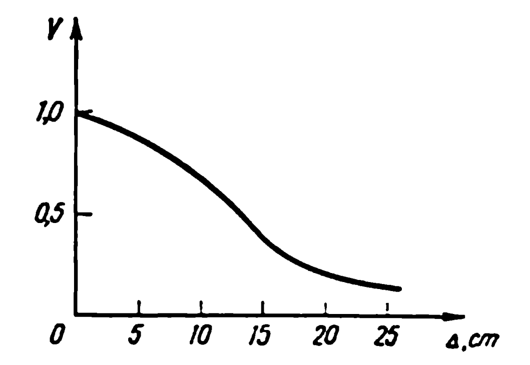


Fig. 5.46. Courbe de visibilité expérimentale de la raie rouge de Cd d'après Michelson

On peut se faire une idée de l'analogie qualitative qui existe entre la formation des courbes de visibilité des franges d'interférences correspondant, d'une part, à une seule source ponctuelle émettant des radiations de deux fréquences ν_1 et ν_2, et d'autre part, à

deux sources ponctuelles monochromatiques émettant des rayonnements sur une même raie spectrale, mais disposées à une certaine distance l'une de l'autre (fig. 5.17). Si on éclaire l'interféromètre avec la première source ponctuelle émettant sur deux fréquences différentes, on obtient une superposition de deux systèmes de franges d'interférences dont la visibilité s'en trouvera diminuée. De ce fait, la courbe de visibilité (en fonction de la différence des deux fréquences) présentera une allure ressemblant à celle de la courbe de la fig. 5.18, qui caractérise les conditions de superposition des systèmes de franges produites par deux sources ponctuelles distantes l'une de l'autre.

A l'aide de telles considérations, on peut donner une interprétation qualitative des résultats des expériences de Michelson dont il a été question ci-dessus. Dans le cas d'une source ponctuelle émettant deux fréquences monochromatiques, la variation de la visibilité des franges en fonction de la différence de marche des rayons (la différence des fréquences étant fixée) doit être semblable à la variation de V en fonction de la différence des fréquences (la différence de marche Δ étant fixée). Ce sera une fonction périodique semblable à la courbe représentée fig. 5.18.

Le fait que les deux raies d'émission ne sont pas monochromatiques (répartition en fréquences autour de ν_1 et ν_2) doit conduire approximativement au même résultat que dans le cas de l'interférence observée avec une source étendue. La visibilité de la courbe d'interférence présentant une allure oscillatoire doit diminuer à mesure qu'augmente la différence de marche. Comme nous considérons une onde quasi monochromatique ($0 < V < 1$), pour les oscillations considérées, I_{min} doit être différente de zéro, et la courbe de la fonction de visibilité sera donc semblable à celle de la fig. 5.45, *b*. On conçoit donc que si l'interféromètre est éclairé par l'émission d'une seule raie de largeur $\delta\nu$ (dans l'échelle des fréquences), la fonction de visibilité du système de franges d'interférence se présentera sous la forme d'une courbe régulière (fig. 5.45, *a*) d'allure semblable à celle de la première région de la courbe de la fig. 5.20 (V variant de 1 à 0), caractérisant le résultat de la superposition des systèmes de franges, produits par les multiples sources non cohérentes composant une source étendue. Plus la raie est fine, plus la différence de marche Δ pour laquelle la visibilité des franges est non nulle peut être grande.

Dans le cas d'un rayonnement monochromatique, la visibilité devrait être indépendante de la différence de marche des rayons se présentant sous la forme d'une droite parallèle à l'axe des abscisses ($V = 1$).

Ces différentes remarques montrent que la distinction entre cohérence spatiale et cohérence temporelle est, dans certains cas, assez conventionnelle; l'introduction de ces notions est surtout liée

à la concrétisation des modèles illustrant le phénomène complexe de la cohérence. La fonction $\gamma_{12}(\Delta t)$ définie ci-dessus convient à la description aussi bien de la cohérence spatiale que de la cohérence temporelle.

Il s'ensuit que l'interféromètre de Michelson peut être utilisé pour la détermination expérimentale des deux caractéristiques essentielles de tout émetteur: la longueur de cohérence L_{coh} et le temps de cohérence τ_{coh}. Nous savons que le phénomène d'interférence ne peut être observé que si la différence de marche des rayons vérifie l'inégalité $\Delta < L_{coh} = c\tau_{coh}$. La mesure de cette différence de marche maximum permet donc de déterminer la longueur et le temps de cohérence d'un émetteur donné. Voyons de plus près le procédé expérimental que l'on utilise pour ce faire.

Le temps de cohérence τ_{coh} est inversement proportionnel à $\delta\nu$, la largeur de la raie spectrale que l'on utilise pour mesurer la différence de marche maximum:

$$\tau_{coh} \sim 1/(\delta\nu).$$

La longueur de cohérence est donnée alors par la formule

$$L_{coh} = c\tau_{coh} = c/(\delta\nu) = \lambda^2/(\delta\lambda), \qquad (5.60)$$

où $\delta\lambda$ est la largeur de cette même raie exprimée dans l'échelle des longueurs d'onde.

Pour pouvoir comparer les valeurs de L_{coh} calculées par la formule (5.60) avec les valeurs expérimentales, il faut choisir une source lumineuse adéquate. Supposons que l'on éclaire l'interféromètre à l'aide d'un plasma de décharge dans un gaz à pression suffisamment basse pour pouvoir négliger les collisions; l'élargissement de la raie spectrale sera alors essentiellement dû à l'agitation thermique des atomes émetteurs. Nous examinerons le mécanisme de cet élargissement des raies, appelé *élargissement par effet Doppler*, au ch. VII, et pour l'instant nous nous contenterons de procéder à quelques évaluations simples.

On démontre aisément que le contour d'une raie élargie par ce mécanisme doit être gaussien. La largeur Doppler de la raie spectrale $\delta\nu_{Dop}$ dépend de la longueur d'onde de la lumière émise et doit être proportionnelle à $\sqrt{T/M}$, où T est la température absolue du gaz et M sa masse moléculaire. Cette largeur est de deux ordres de grandeur supérieure à la largeur *naturelle* de la raie, déterminée par les seuls processus d'émission. Une évaluation grossière donne $\delta\nu_{Dop} \geqslant 1000$ MHz $= 10^9 s^{-1}$. On trouve alors $c/\delta\nu_{Dop} \leqslant 30$ cm, qui est la limite supérieure de la différence de marche des rayons encore utilisable dans les mesures interférométriques, où l'on utilise les sources de lumière à décharge basse pression. La courbe de visibilité obtenue par Michelson pour la raie rouge de cadmium (fig. 5.46)

montre que la visibilité reste différente de zéro jusqu'à $\Delta \approx 20$ cm. On en conclut que dans ce cas L_{coh} est légèrement supérieure à 20 cm.

De telles évaluations cessent d'être valables si on éclaire l'interféromètre avec un rayonnement laser. Dans ce cas on discerne à l'intérieur d'une raie de Doppler une série de raies anormalement fines correspondant à des radiations de fréquences discrètes, qui dépendent des paramètres du laser (fig. 5.47). Si par un procédé adéquat, on arrive à isoler une de ces fréquences d'oscillations propres (mode)

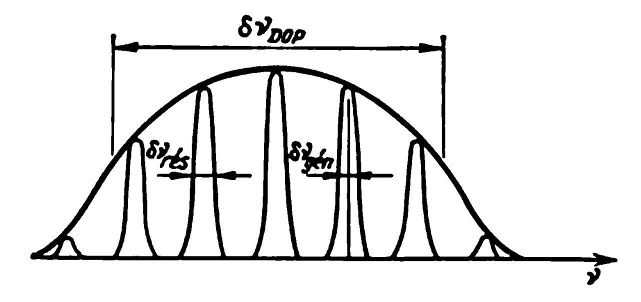


Fig. 5.47. Facteurs déterminant la largeur de la raie d'émission d'un laser à gaz: $\delta\nu_{Dop}$ — largeur Doppler de la raie d'émission du gaz ($\sim 10^9$ Hz); $\delta\nu_{rés}$ — largeur du pic de résonance de la cavité résonnante ($\sim 10^7$ Hz); $\delta\nu_{gén}$ — largeur de la raie d'émission ($\sim 10^{-1}$ Hz)

de ce système compliqué, il devient possible d'effectuer des mesures interférométriques avec une très grande différence de marche des rayons.

En modifiant légèrement les conditions d'observation, on peut étudier avec plus de précision l'évolution du système de franges accompagnant le déplacement du miroir *II*, ce qui est important à différents points de vue.

Faisons passer les rayons *1* et *2* après leur superposition (voir 5.44) à travers un diaphragme ou une fente, et dirigeons-les sur un récepteur de rayonnement (tube photomultiplicateur, cellule photoélectrique); après amplification, enregistrons le signal sur un oscillographe. Dans le cas d'un mouvement uniforme du miroir *II*, la différence de marche Δ augmente uniformément, tandis que l'intensité totale du signal varie suivant la loi

$$I = I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right). \tag{5.61}$$

En posant $\Delta/2 = l_2 - l_1 = vt$ (v étant la vitesse uniforme du miroir *II*), l'expression (5.61) s'écrit

$$I = I_0\left(1 + \cos\frac{4\pi vt}{\lambda}\right) = I_0\,(1 + \cos 2\pi ft), \tag{5.62}$$

où $f = 2\nu v/c$ est la fréquence de modulation du signal.

Ce résultat est fort intéressant puisque l'intensité lumineuse enregistrée par le récepteur de radiations est une fonction périodique du temps. Cela montre que ce procédé d'observation fixe non pas une image stationnaire des franges, mais un processus variable dans le temps, caractérisant le déplacement des franges résultant de la variation de la différence de marche des rayons.

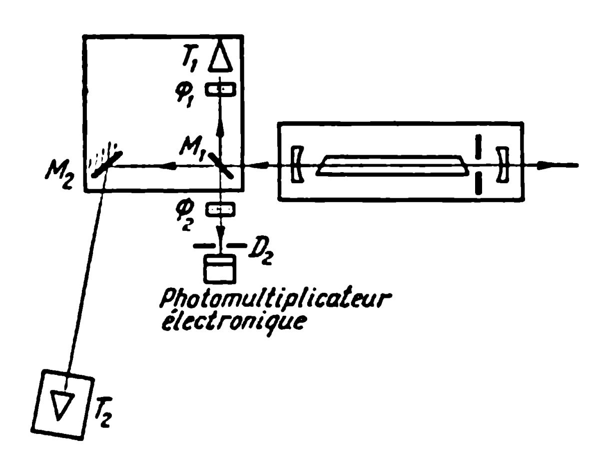


Fig. 5.48. Schéma d'un appareil à interféromètre de Michelson utilisé pour l'étude des figures d'interférence non stationnaires

Le déplacement des franges est dû au déplacement du réflecteur T_2

Examinons maintenant une expérience concrète. On éclaire l'interféromètre par le rayonnement d'un laser au néon-hélium L, qui émet sur une longueur d'onde $\lambda = 6328$ Å ; avec ce laser il est assez facile de sélectionner le mode central TEM_{00}.

L'interféromètre de Michelson que l'on utilise comporte deux réflecteurs T_1 et T_2 et un miroir semi-transparent M_1 (fig. 5.48). Le miroir métallique M_2 est monté sur un système de vis mobiles, conçu pour faciliter la mise au point de l'appareil. Les réflecteurs T_1 et T_2 sont des prismes à réflexion interne totale (réflecteurs à coins); ces prismes de verre en forme de tétraèdres sont tels que les angles entre les faces latérales A, B et C sont égaux à 90° (fig. 5.49). Le rayon *1*, tombant sous incidence normale sur la face avant C,

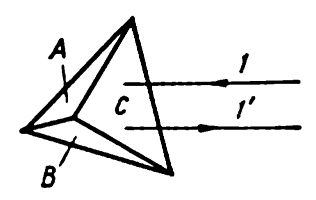


Fig. 5.49. Réflecteur en coin

subit à l'intérieur du réflecteur trois réflexions totales et émerge suivant la direction *1'*. Les rayons incident *1* et réfléchi *1'* restent parallèles même si le prisme est désorienté, donc pour différents angles d'incidence sur la face C. Le réflecteur à coin T_2 est mobile, et n'étant pas rigidement lié au reste du montage, peut être déplacé sans gauchissement notable. Etant donné la propriété de ces réflecteurs que nous venons de signaler, un gauchissement de T_2 n'affecte pas la mise au point de l'interféromètre.

La distance $M_1T_1 \approx 25$ cm et la distance $M_2T_2 \approx 10$m (fig. 5.48). Pour égaliser de manière approchée les intensités des

rayons interférents, on introduit dans le bras M_1T_1 un filtre neutre Φ_1. A l'entrée du photomultiplicateur, on dispose le filtre Φ_2, qui a pour fonction de réduire le niveau des bruits à la sortie du photomultiplicateur; le signal qui en sort passe d'abord par un condensateur diviseur, puis arrive aux bornes de l'oscillographe. Le petit diaphragme D_2 joue un rôle important.

A l'aide d'un dispositif de balayage, on assure un mouvement de va-et-vient du réflecteur T_2 à vitesse constante $\pm v$ sur un trajet

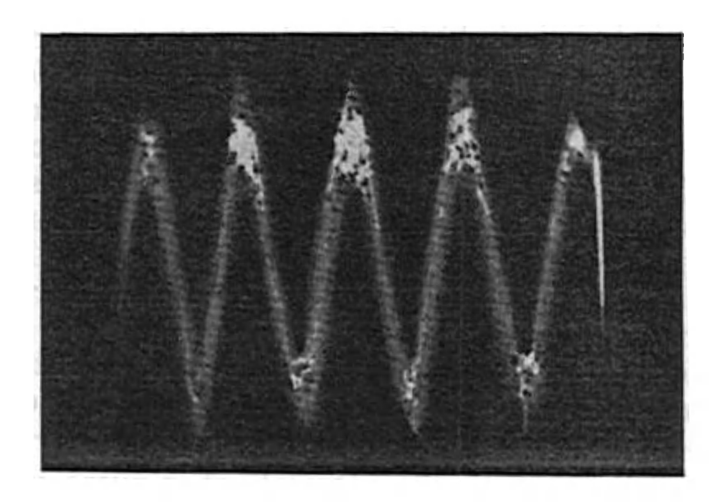


Fig. 5.50. Oscillogramme caractérisant une figure d'interférence non stationnaire et permettant de déterminer la vitesse du réflecteur mobile T_2

de $\approx$ 3 cm. Le mécanisme correspondant est disposé sur un bâti support indépendant, qui peut être placé à 15 m de l'interféromètre.

Par interférence des ondes réfléchies par le réflecteur immobile T_1 et le réflecteur mobile T_2, il se forme un système de franges non stationnaire (franges d'interférences progressives). On voit apparaître sur l'écran de l'oscillographe un signal bien défini en forme de sinusoïde (fig. 5.50). Si on occulte l'un des miroirs, la sinusoïde disparaît, car le terme interférentiel est alors nul et il n'y a plus d'interférences. Si on immobilise le réflecteur T_2, la sinusoïde disparaît également. Les franges cessent alors de défiler et il ne subsiste qu'un système stationnaire de franges, qui ne se laisse observer que par un procédé différent.

D'après la forme des sinusoïdes, on arrive aisément à déterminer la vitesse de déplacement du miroir (*cf.* ch. VII). Ce qui importe surtout c'est que cette expérience permet d'obtenir un système de franges bien nettes pour une grande différence de marche des rayons ($\Delta > 20$ m). Ce résultat témoigne de ce que la longueur de cohérence du laser à gaz est grande (supérieure à 20 m), et son temps de cohérence est notablement plus grand que $\Delta/c = 10^{-7}$ s. D'après les estimations citées dans les publications, la mise en œuvre des lasers à

gaz permettrait d'observer un système de franges d'interférence pour une différence de marche des rayons de plusieurs kilomètres, ce qui peut donner lieu à des applications intéressantes. Il est bien évident que la réalisation de telles expériences nécessite un réglage extrêmement précis; il s'avère qu'il est fort difficile d'assurer un rapport signal/bruit satisfaisant.

On utilise également l'interféromètre de Michelson à miroir mobile pour l'étude de la composition spectrale d'un rayonnement non monochromatique. On éclaire avec le rayonnement à l'étude, et la courbe obtenue est analysée par la méthode de Fourier, ce qui donne la répartition des intensités lumineuses en fonction de la fréquence. Le modèle d'interféromètre que nous venons de décrire est le prototype le plus simple d'appareils connus sous le nom de *spectromètres à décomposition de Fourier*. Les appareils modernes de dépouillement de la courbe résultante utilisent des ordinateurs. Ce procédé qui ne nécessite pas une décomposition spectrale du rayonnement à l'étude, présente plusieurs particularités et trouve actuellement de nombreuses applications.

La fig. 5.51 montre les résultats que l'on doit obtenir lorsqu'on enregistre deux signaux quasi monochromatiques centrés sur les fréquences ν_1 et ν_2 et leur somme $\sum \nu_n$, en utilisant, d'une part, le procédé usuel (décomposition spectrale), et d'autre part, le procédé de spectroscopie Fourier. Nous avons déjà considéré (*cf.* (5.17)) l'utilisation des transformations de Fourier pour passer de Re $F(t)$ à une décomposition spectrale; on constate alors qu'il existe une similitude entre la fig. 5.6 et les fig. 5.51, *a* et *b*. L'interférogramme résultant $\sum \nu_n$ illustré par la fig. 5.51, *c* présente une allure plus compliquée. De même que les courbes simples données en *a* et *b*, cet interférogramme n'est pas une représentation directe du spectre des variations résultantes, et cependant il y est rattaché de façon univoque. Pour trouver le spectre qui est représenté par le graphique de gauche de la fig. 5.51, *c*, on doit soumettre l'interférogramme à une analyse de Fourier. Dans certains cas, cette méthode compliquée s'avère plus efficace qu'un dépouillement direct du spectre. Nous examinerons au § 6.7 le lien existant entre la méthode expérimentale de relevé des spectres et la décomposition de la fonction $F(t)$ suivant ses composantes harmoniques.

Les applications métrologiques de la méthode interférentielle présentent une grande importance et reflètent le progrès des sciences et des techniques du XXe siècle.

Il est bien connu que l'utilisation en qualité d'étalon primaire des longueurs du mètre en platine, conservé à Paris, présentait toutes sortes d'inconvénients. Il semblait plus rationnel de déterminer par une succession de mesures interférométriques le nombre de longueurs d'onde d'une raie spectrale donnée que l'on peut disposer sur une longueur de un mètre, et de prendre pour étalon primaire des

longueurs la longueur d'onde dans le vide λ_0 de cette même raie spectrale émise par une source lumineuse standard.

Le schéma de principe de cette mesure est simple. Il s'agit de déterminer le nombre de longueurs d'onde que l'on peut disposer sur une longueur standard. On applique cette longueur standard (dans

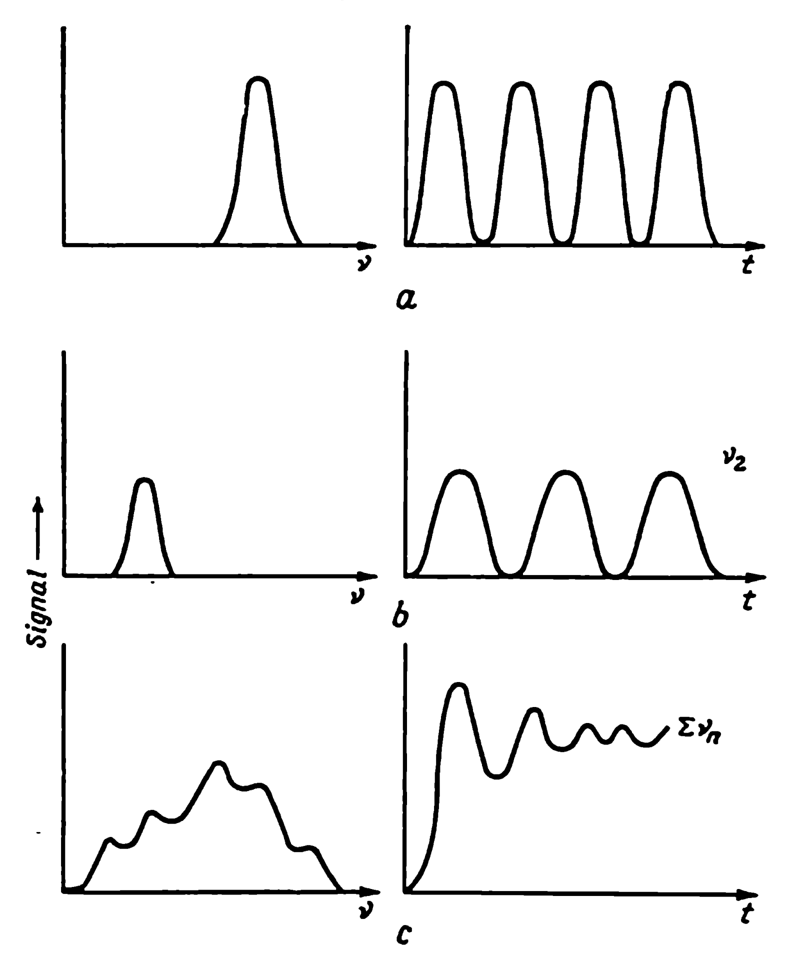


Fig. 5.51. Résultats de l'étude de deux signaux quasi monochromatiques de fréquences ν_1 (*a*), ν_2 (*b*) et de la somme $\Sigma\nu_n$ (*c*) par décomposition spectrale (partie de gauche) et par spectroscopie de Fourier (partie de droite)

les premières expériences c'était une lame d'une épaisseur $l =$ $= 0{,}39$ mm) contre le miroir de l'interféromètre et on observe le déplacement résultant des franges, en comptant le nombre de maximums d'intensité qui défileront dans le champ de vision lorsqu'on revient au système initial de franges; pour cela il suffit de déplacer le miroir mobile d'une longueur l. L'unité de mesure ainsi choisie est alors comparée à une autre, environ deux fois plus grande, on refait les mesures et on poursuit les opérations. Par ce procédé, qui impose des mesures longues et laborieuses, on est arrivé à déterminer le nombre de longueurs d'onde correspondant à un mètre.

On notera cependant que le choix définitif d'un étalon de longueur a éxigé de longues recherches, qui ont duré plusieurs décennies dans divers laboratoires du monde entier. Cela n'a rien d'étonnant puisque l'adoption d'un nouvel étalon de longueur doit se baser non sur des considérations générales, mais sur une étude scrupuleuse des sources d'imprécision dans la nouvelle méthode. Il n'a pas été facile de réduire les erreurs de mesure dans un procédé répétitif et de préciser les conditions expérimentales adéquates. Indiquons simplement que pendant près d'un demi-siècle on a utilisé dans ces expériences la raie rouge du cadmium mise en usage par Michelson. Ce n'est qu'en 1954 que le Congrès international de métrologie a adopté en qualité d'étalon la longueur d'onde ($\lambda = 6056$ Å) de la raie orange de l'isotope du krypton de nombre de masse 86, parce que l'utilisation de cette raie améliore la précision des mesures interférométriques. Il a été établi que sur la longueur d'un mètre on peut disposer 1 650 763,73 longueurs d'onde (rapportées au vide) de cette raie de l'isotope du krypton ; c'est le nouvel étalon de longueur auquel doivent être rapportés tous les étalons secondaires. On notera qu'après ce congrès on s'est mis à utiliser pour les mesures d'étalonnage la méthode d'interférences à ondes multiples à la place de l'interféromètre de Michelson (*cf.* § 5.9).

Nous terminons notre étude des interféromètres à deux faisceaux, bien que nous avons laissé de côté un grand nombre de leurs applications. Nous pensons que ce que nous en avons dit est suffisant pour apprécier à sa juste valeur cette méthode. Pour mieux mettre en évidence ses avantages et ses inconvénients, il convient de la comparer aux interféromètres à ondes multiples.

§ 5.9. Interféromètre Fabry-Pérot

Avant de décrire les interféromètres à ondes multiples, nous donnerons la théorie élémentaire de l'interféromètre Fabry-Pérot. C'est assurément l'appareil le plus simple et en même temps le plus efficace de tous les interféromètres à ondes multiples. Nous commencerons par établir les corrélations fondamentales, reportant à plus tard un examen de ses potentialités d'applications.

Etudions les interférences d'un grand nombre de faisceaux lumineux, qui se manifestent lorsqu'on fait passer une onde monochromatique plane à travers une lame diélectrique à faces planes parallèles, d'épaisseur l et d'indice de réfraction n (fig. 5.52). Désignons par n' l'indice de réfraction du milieu entourant la lame.

Dans la majorité des cas, la lame se trouve entourée d'air, aussi peut-on poser $n' = 1$. Dans le calcul de l'amplitude résultante (E_{20}) de l'onde transmise par la lame, on tiendra compte des variations d'amplitude et de la différence de phase de deux faisceaux successifs.

A la surface de séparation des deux diélectriques (lame et milieu ambiant) l'amplitude de l'onde électromagnétique doit changer. Désignons par ρ et τ les facteurs de réflexion et de transmission (en amplitude). Leur lien avec les facteurs énergétiques que nous avons utilisés précédemment s'exprime par: $\mathcal{R} = \rho^2$ et $\mathcal{T} = \tau^2$. En l'absence de toute absorption

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1. \qquad (5.63)$$

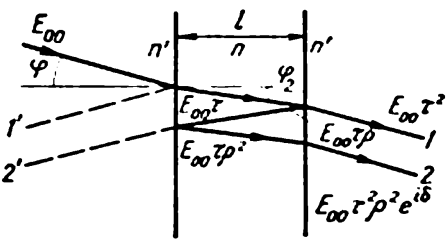


Fig. 5.52. Passage d'un faisceau de lumière à travers une lame à faces parallèles, compte tenu des réflexions multiples

La position du problème est peu différente de celle concernant la trasmission d'une onde monochromatique plane à travers une lame diélectrique, ou encore la réflexion sur cette lame (*cf.* § 5.6). Mais dans ce cas on n'avait à tenir compte que de l'interférence de deux faisceaux lumineux (par exemple, les faisceaux réfléchis par la face avant et la face arrière de la lame diélectrique). On négligeait toutes les autres ondes réfléchies, ce qui était admissible tant que le facteur de réflexion ρ était très petit. Dans ce qui suit nous supprimerons cette limitation, ce qui implique que l'on devra tenir compte des interférences d'un grand nombre d'ondes lumineuses d'amplitudes décroissantes, qui résultent de réflexions multiples sur les surfaces de la lame diélectrique.

A chaque traversée de la surface de séparation des deux diélectriques, l'amplitude de l'onde varie de τ fois, et à chaque réflexion sur cette surface elle varie de ρ fois. Il s'ensuit que les amplitudes des ondes qui émergent de la lame sont égales à $E_{00}\tau^2$; $E_{00}\tau^2\rho^2$, etc., (fig. 5.52).

La différence de phase entre deux rayons successifs entrant en interférence est égale à

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nl \cos\varphi_2 = \frac{4\pi}{\lambda} l \cos\varphi_2, \qquad (5.64)$$

où λ est la longueur d'onde dans la lame.

Pour tenir compte de ces déphasages, nous introduisons dans l'expression de l'amplitude de l'intensité du champ électrique le facteur $e^{i\delta}$. L'amplitude résultante de l'onde transmise sera alors:

$$E_{20} = E_{00}\{\tau^2 + \tau^2\rho^2 \exp(i\delta) + \tau^2\rho^4 \exp(i2\delta) + \ldots$$

$$\ldots + \tau^2\rho^{2(N-1)} \exp[i\delta(N-1)]\} = E_{00}\tau^2 \frac{1-\rho^{2N}\exp(iN\delta)}{1-\rho^2\exp(i\delta)}. \qquad (5.65)$$

Par définition $\rho < 1$. Si le nombre N de faisceaux interférents est suffisamment grand, $\rho^{2N} \to 0$, et à la limite on obtient

$$\frac{E_{20}}{E_{00}} = \frac{\mathcal{T}}{1 - \mathcal{R} e^{i\delta}}. \tag{5.66}$$

Pour calculer la variation de l'intensité de la lumière transmise par la lame diélectrique I_{tr}/I_{inc}, on doit multiplier E_{20}/E_{00} par la quantité conjuguée $(E_{20}/E_{00})^*$:

$$\frac{I_{tr}}{I_{inc}} = \left(\frac{E_{20}}{E_{00}}\right)\left(\frac{E_{20}}{E_{00}}\right)^* = \frac{\mathcal{T}^2}{(1 = \mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R} \sin^2(\delta/2)}. \tag{5.67}$$

Cette relation est connue sous le nom de *formule d'Airy*.

Les faisceaux qui interfèrent se renforcent mutuellement si la différence de marche entre eux est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, soit

$$2l \cos \varphi_2 = m\lambda, \tag{5.68}$$

avec $m = 0, 1, 2, \ldots$

Le minimum d'intensité s'observe pour $m = 1/2, 3/2, \ldots$ Relions l'ordre d'interférence m et l'intensité de champ dans les faisceaux successifs par la relation

$$m = 2l \cos \varphi_2/\lambda = \delta/(2\pi) \quad \text{ou} \quad \delta/2 = m\pi. \tag{5.69}$$

L'intensité est maximum si $\sin(\delta/2) = \sin(m\pi) = 0$, m étant un nombre entier. L'intensité est minimum pour $\sin(\delta/2) = \pm 1$, résultat qui découle également de la formule (5.67).

Il est facile de montrer que la fonction de visibilité des franges $V = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$, ainsi que leur contraste défini par I_{max}/I_{min} ne dépendent que du facteur de réflexion $\mathcal{R}$. Commençons par déterminer les valeurs extrémales du rapport I_{tr}/I_{inc} pour $\sin(\delta/2) = 0$ et $\sin(\delta/2) = 1$:

$$\left(\frac{I_{tr}}{I_{inc}}\right)_{max} = \frac{\mathcal{T}^2}{(1 - \mathcal{R})^2}, \quad \left(\frac{I_{tr}}{I_{inc}}\right)_{min} = \frac{\mathcal{T}^2}{(1 + \mathcal{R})^2}. \tag{5.70}$$

Par conséquent,

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{1 + \mathcal{R}}{1 - \mathcal{R}}\right)^2; \quad V = \frac{2\mathcal{R}}{1 + \mathcal{R}^2}. \tag{5.71}$$

Ainsi, la formule d'Airy permet de tirer les conclusions suivantes : les courbes représentant les variations de I_{tr}/I_{inc} en fonction de δ (fig. 5.53) présentent une succession de maximums dont la forme pour $\mathcal{R}$ assez grand diffère notablement de la forme des courbes en $\cos^2\delta$ [*cf.* (5.12)] caractérisant l'éclairement d'un écran lors de l'interférence de deux ondes électromagnétiques.

A mesure qu'augmente le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ les maximums deviennent plus aigus, et entre eux se forment des minimums de plus en plus étalés. Une telle redistribution spatiale du flux d'énergie,

conduisant à sa forte concentration le long de directions privilégiées, se manifeste toujours dans le cas d'interférences à ondes multiples; elle apparaît de manière particulièrement nette dans la diffraction d'une onde plane sur une structure régulière de N fentes (*cf.* § 6.4).

Il importe de caractériser d'une manière ou d'une autre la forme du contour des franges d'interférences. On utilise pour cela le *critère de netteté F*, défini comme le rapport de l'interfrange à la largeur ε de la frange. Pour déterminer F, transcrivons la formule d'Airy en y excluant au préalable $\mathscr{T} = 1 - \mathscr{R}$:

$$\frac{I_{\text{tr}}}{I_{\text{inc}}} = \frac{1}{1+4\mathscr{R}\sin^2(\delta/2)/(1-\mathscr{R})^2}. \tag{5.72}$$

On entend par largeur ε d'une frange la distance entre deux points où $I_{\text{tr}}/I_{\text{inc}} = 1/2$. Cette valeur s'obtient pour $\delta/2 = m\pi \pm$

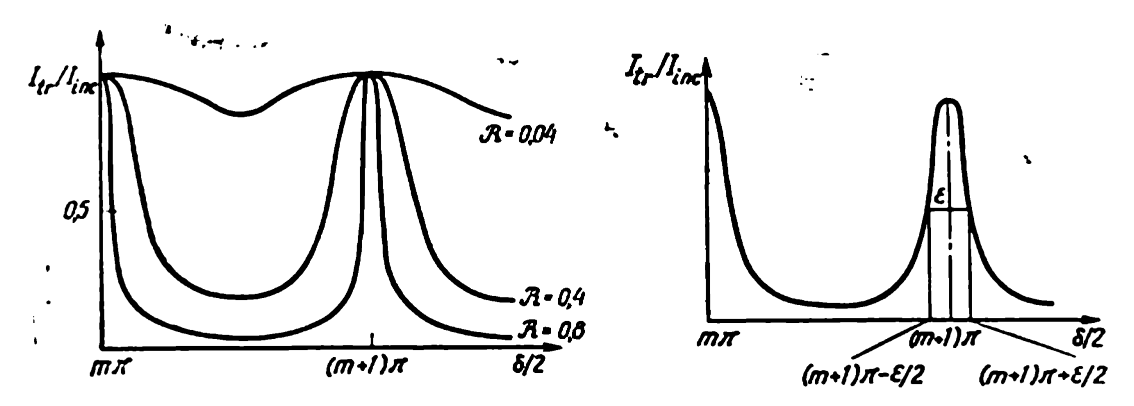


Fig. 5.53. Allure de la fonction d'Airy pour différentes valeurs du facteur de réflexion $\mathscr{R}$

Fig. 5.54. Forme du contour d'une frange d'interférence ($\mathscr{R} = 0{,}6$; $\varepsilon \approx 0{,}17\ \pi$)

$\pm\ \varepsilon/2$, m étant un nombre entier (fig. 5.54). Comme ε est petit, on peut poser $\sin(\varepsilon/2) \approx \varepsilon/2$. Par suite

$$\frac{2\sqrt{\mathscr{R}}}{1-\mathscr{R}}\frac{\varepsilon}{2} = 1.$$

De là, on trouve que la largeur d'une frange vaut

$$\varepsilon = (1-\mathscr{R})/\sqrt{\mathscr{R}}. \tag{5.73}$$

Le critère de netteté F est donné par la formule

$$F = \pi/\varepsilon = \pi\sqrt{\mathscr{R}}/(1-\mathscr{R}). \tag{5.74}$$

De même que la fonction de visibilité, la netteté F qui caractérise le contour d'une frange est entièrement déterminée par le facteur de réflexion $\mathscr{R}$. Pour $\mathscr{R} \to 1$, $F \to \infty$. Si $\mathscr{R} \approx 0{,}9$ (c'est une valeur que l'on adopte souvent pour les miroirs des interféromètres réels), la valeur de la netteté est d'environ 30 (fig. 5.55). Cela signi-

fie que la distance entre deux maximums voisins est d'environ 30 fois plus grande que leurs largeurs.

Il s'ensuit de (5.72) que lorsque la condition $\delta/2 = m\pi$ est vérifiée, le rapport $I_{tr}/I_{inc} = 1$. Cela signifie que dans ces conditions seule l'onde transmise existe, l'onde réfléchie étant inexistante. A première vue, ce résultat peut sembler étrange. En effet, dès la première réflexion (fig. 5.52) devrait se former une onde réfléchie d'assez grande amplitude (par exemple, pour $\mathcal{R} = 0{,}9$, 90 % du flux incident devrait être réfléchi). On peut supposer que du fait des interférences de cette onde réfléchie avec les ondes produites par les réflexions successives (*2'*, *3'*, *4'*, ..., etc.) l'amplitude E_1 de l'onde réfléchie résultante sera peu différente de zéro; il faut cependant confirmer cette hypothèse par le calcul.

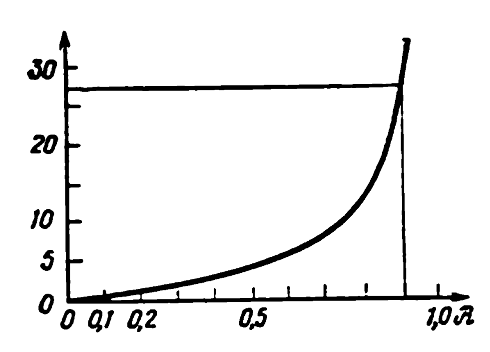


Fig. 5.55. Variation du contraste de la figure d'interférence en fonction du facteur de réflexion

Pour effectuer ce calcul, on remarquera tout d'abord que la première onde réfléchie *1'* est toujours en opposition de phase avec toutes les autres ondes réfléchies. Cette assertion est valable chaque fois que $n' \neq n$; il est facile de s'en rendre compte en posant, par exemple, $n' < n$ (fig. 5.52). La perte d'une demi-onde ne se produit qu'à la première réflexion puisque dans toutes les autres réflexions successives sur la surface d'un milieu de plus faible densité optique (ondes *2'*, *3'*, *4'*, etc.) il ne se produit aucun déphasage supplémentaire. On peut donc écrire pour l'amplitude de l'onde réfléchie une expression telle que

$$E_{10} = E_{00}\{\rho - \rho\tau^2 \exp(i\delta)\,[1 + \rho^2 \exp(i\delta) + \dots$$
$$\dots + \rho^{2(N-2)} \exp i(N-2)\,\delta]\}. \qquad (5.75)$$

Compte tenu de l'égalité $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$, l'expression (5.75) devient après des transformations simples

$$\frac{I_{réfl}}{I_{inc}} = \left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)\left(\frac{E_{10}}{E_{00}}\right)^* = \frac{4\mathcal{R}\sin^2(\delta/2)}{(1-\mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R}\sin^2(\delta/2)}. \qquad (5.76)$$

Il est clair que lorsque $\sin(\delta/2) = 0$, on a, d'une part, $I_{réfl}/I_{inc} = 0$, et d'autre part, $I_{tr}/I_{inc} = 1$. Il s'ensuit que pour certaines directions il n'existe qu'une onde transmise; ces directions sont définies par

$$\cos\varphi_2 = m\lambda/(2l) \quad (m \text{ est un nombre entier}).$$

La formule (5.76) est naturellement en accord avec notre estimation de I_{min} de l'onde transmise. Dans le cas où $\sin(\delta/2) = 1$,

on a

$$(I_{\text{réfl}}/I_{\text{inc}})_{\max} = 4\mathcal{R}/(1+\mathcal{R})^2. \tag{5.77}$$

Si l'égalité $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$ est vérifiée, on a

$$(I_{\text{tr}}/I_{\text{inc}})_{\min} + (I_{\text{réfl}}/I_{\text{inc}})_{\max} = 1. \tag{5.78}$$

Nous avons indiqué ci-dessus qu'en lumière transmise les maximums aigus étaient séparés par des minimums étalés. L'égalité (5.78) montre qu'en lumière réfléchie on observera des maximums étalés séparés par des minimums étroits. Les systèmes de franges d'interférences produits en lumière réfléchie et en lumière transmise sont complémentaires les uns des autres.

Cette complémentarité des systèmes de franges ne se manifeste qu'en l'absence d'absorption dans les couches réfléchissantes. Par suite, les considérations que nous venons d'exposer sont sans conteste applicables au cas de couches diélectriques multiples utilisées en qualité de surfaces réfléchissantes dans les interféromètres, puisque l'absorption de la lumière y est négligeable (*cf.* § 5.7).

Il en va tout autrement lorsqu'on utilise en qualité de miroirs des couches métalliques minces de grand facteur de réflexion en lumière visible (argent, aluminium). Il est bien connu que les couches métalliques absorbent fortement les ondes électromagnétiques (*cf.* § 2.5). On doit alors remplacer l'égalité (5.63) que nous avons utilisée pour établir la formule (5.76) par l'égalité générale

$$\mathcal{R} + \mathcal{T} + \mathcal{A} = 1, \tag{5.79}$$

où $\mathcal{A}$ caractérise l'absorption totale de la lumière par les couches réfléchissantes. Quant à la question de la complémentarité des franges par transmission et par réflexion, on ne peut y répondre qu'à la suite d'une étude spéciale.

Remarquons que ce n'est qu'au cours des deux dernières décennies que les couches diélectriques superposées à grand pouvoir de réflexion ont commencé à être largement utilisées. Auparavant on utilisait dans les interféromètres Fabry-Pérot des miroirs métallisés semi-transparents. Comme on continue à les utiliser encore aujourd'hui, pour des raisons particulières, il convient d'examiner certains aspects du comportement des couches minces absorbantes. Nous ne donnons ci-dessous que la position du problème et les résultats qualitatifs auxquels aboutit sa solution générale.

Pour tenir compte de l'absorption dans une couche, nous introduisons les coefficients complexes de réflexion et de transmission (relatifs aux amplitudes):

$$\mathrm{r}_{ik} = \rho_{ik} \exp(-i\alpha_{ik}) \quad \text{et} \quad \mathrm{t}_{ik} = \tau_{ik} \exp(-i\beta_{ik}). \tag{5.80}$$

Les facteurs énergétiques de réflexion et de transmission sont définis par les produits des quantités complexes correspondantes:

$$\mathscr{R}_{ik} = \mathbf{r}_{ik}\mathbf{r}_{ik}^{*} = \rho_{ik}^{2}, \quad \mathscr{T}_{ik} = \mathbf{t}_{ik}\mathbf{t}_{ik}^{*} = \tau_{ik}^{2}. \tag{5.81}$$

(L'utilisation de deux indices (i et k) tient à ce que, dans notre cas, le passage de l'onde lumineuse à travers la couche métallique dans le sens verre-air n'est pas équivalent à son passage dans le sens air-verre *). Par conséquent $\mathscr{R}_{ik} \neq \mathscr{R}_{ki}$ et leurs valeurs oscillent autour d'une valeur moyenne lorsqu'on augmente l'épaisseur l de la couche métallique (fig. 5.56). On doit tenir compte de ces variations dans le calcul de l'intensité de la lumière transmise et réfléchie par

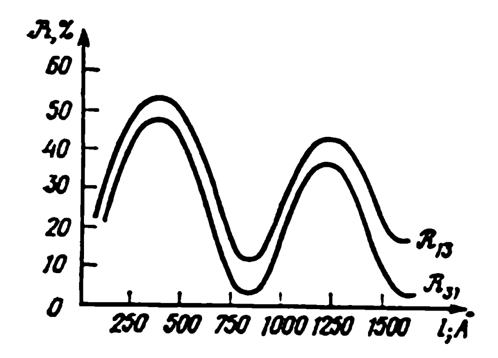


Fig. 5.56. Dépendance du facteur de réflexion avec l'épaisseur de la couche métallique déposée sur le verre pour une onde tombant sur la couche en passant par le verre ($\mathscr{R}_{31}$) et en venant de l'air ($\mathscr{R}_{13}$)

Fig. 5.57. Amplitudes de l'intensité du champ électrique de plusieurs ondes réfléchies et transmises dans un interféromètre à revêtements métalliques déposés sur le verre: 1 — verre; 2 — métal; 3 — air

l'interféromètre. On a indiqué sur la fig. 5.57 les expressions des amplitudes des champs électriques pour plusieurs ondes transmises et réfléchies.

La répartition des intensités de la lumière traversant l'interféromètre est peu différente de celle d'un interféromètre à couches réfléchissantes non absorbantes, bien que la valeur de $I_{\max}$ y est plus petite qu'en l'absence d'absorption. Un calcul simple permet de montrer que dans un tel dispositif une absorption de lumière relativement faible dans les couches réfléchissantes suffit pour modifier notablement la transmission de lumière.

*) Dans les interféromètres Fabry-Pérot classiques on utilise deux lames de verre ou de verre de silice parfaitement polies, sur les faces en regard desquelles sont déposées les couches réfléchissantes; ces lames sont disposées parallèlement l'une à l'autre à l'aide de bagues d'écartement. Selon l'expression imagée de Wood, on obtient ainsi une « lame d'air à faces argentées». Ce mode de construction qui permet de faire varier la distance entre les surfaces réfléchissantes est d'un emploi courant. Le système plus simple constitué par une lame diélectrique à faces réfléchissantes (étalon Fabry-Pérot) n'est que rarement utilisé.

Effectivement, on a alors $(1 - \mathcal{R})^2 = (\mathcal{A} + \mathcal{T})^2$, de sorte que le maximum d'intensité est donné par

$$\left(\frac{I_{tr}}{I_{inc}}\right)_{max} = \frac{\mathcal{T}^2}{(\mathcal{A}+\mathcal{T})^2}. \tag{5.82}$$

Pour des couches d'argent de bonne qualité, fraîchement déposées sur les lames, on peut obtenir $\mathcal{R} \approx 0{,}9$ *). Le facteur de transmission est alors $\mathcal{T} \approx 0{,}03$, et le facteur d'absorption $\mathcal{A} \approx 0{,}07$; on trouve aisément que dans ces conditions $(I_{tr}/I_{inc})_{max} \approx 9/100 = 9$ %. Un tel interféromètre ne transmet donc que 10 % du flux de lumière qui aurait été transmis par un interféromètre équivalent à couches réfléchissantes non absorbantes. Aussi n'utilise-t-on les interféromètres à couches métalliques que pour l'étude des sources lumineuses brillantes, où la perte d'une partie du flux lumineux ne tire pas à conséquence. La mise en usage des miroirs diélectriques a permis d'élargir le nombre de problèmes traités au moyen de l'interféromètre Fabry-Pérot.

La question relative à la répartition de l'intensité de la lumière réfléchie par les miroirs métalliques semi-transparents est plus compliquée. Suivant l'épaisseur de la couche absorbante, les extrémums se déplacent à une distance plus ou moins grande, ce qui perturbe la condition de complémentarité des franges par transmission et par réflexion. A mesure que diminue l'absorption, la formule (5.76), basée sur l'égalité $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$, se trouve mieux satisfaite. Une comparaison précise de cette théorie phénoménologique avec les données expérimentales est rendue difficile du fait que cette théorie ne convient qu'à la description de couches métalliques assez épaisses (≈ 500 Å) qui, n'étant plus semi-transparentes, ne peuvent servir de miroirs interférométriques. Si on considère des couches moins épaisses, pratiquement semi-transparentes, on constate diverses anomalies dues, d'une part, à ce que la mise en œuvre des équations de Maxwell devient malaisée (effet de peau, etc.), et d'autre part, à la non-homogénéité des couches qui présentent alors une structure mosaïque.

Ci-dessus nous n'avons tenu compte que de l'absorption du rayonnement par les couches réfléchissantes et nous avons négligé l'absorption de la lumière par le milieu se trouvant entre ces couches. On démontre que l'absorption dans ce milieu réduit l'inten-

---

*) L'expérience montre que le facteur de réflexion des miroirs argentés décroît assez rapidement sous l'action de l'atmosphère ambiante, surtout si cette atmosphère renferme des substances corrosives ; aussi, au bout de quelques jours, le facteur de réflexion des miroirs argentés $\mathcal{R} \approx 0{,}8$. Si on recouvre les couches métalliques par de minces couches de diélectriques, ce processus de dégradation se trouve ralenti. Par un choix convenable d'un dépôt à deux couches, on peut arriver à accroître sa transmission totale. Aussi utilise-t-on dans la pratique les miroirs à deux couches.

sité maximum de la lumière transmise (I_{max}) et affecte la netteté des franges d'interférences.

Lorsqu'on utilise un interféromètre Fabry-Pérot, on doit se rappeler que le système de franges, qui se forme lorsqu'on utilise une

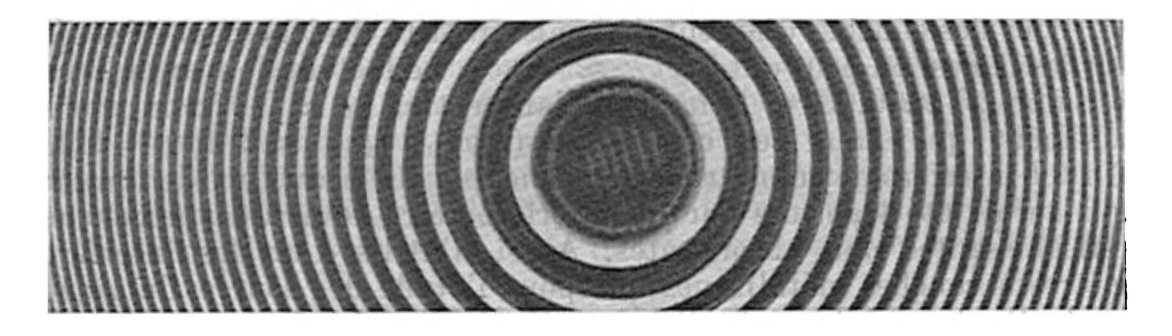


Fig. 5.58. Anneaux d'interférence apparaissant lorsqu'on éclaire un interféromètre Fabry-Pérot avec une source étendue de lumière non monochromatique

source de lumière étendue, est constitué d'une famille de courbes d'égale inclinaison (d'anneaux) localisées à l'infini (fig. 5.58).

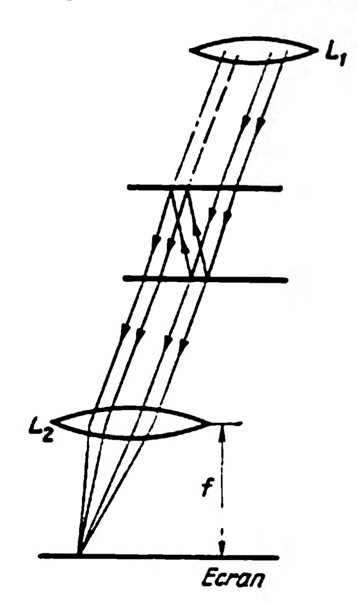


Fig. 5.59. Schéma du montage utilisé pour l'observation des anneaux d'égale inclinaison formés par un interféromètre Fabry-Pérot

Pour pouvoir observer les anneaux d'égale inclinaison sur un écran, on doit disposer l'objectif L_2 (fig. 5.59) à une distance telle que le plan de l'écran coïncide avec le plan focal de l'objectif. L'interposition de la lentille L_1 n'influe pas sur la répartition de l'intensité lumineuse dans le système de franges d'interférence, et augmente le flux lumineux pénétrant dans l'interféromètre. La lumière issue d'une source étendue tombe sur l'interféromètre sous des angles différents, et c'est ce qui détermine la formation d'anneaux d'interférences; dans le cas d'une source ponctuelle monochromatique, on ne verrait qu'un point lumineux.

La mise au point de l'interféromètre est tout aussi importante que la bonne qualité de ses miroirs. Le procédé de mise au point le plus simple consiste en une observation visuelle des anneaux formés par différents secteurs de la surface des miroirs de l'interféromètre. Si les miroirs sont rigoureusement parallèles l'un à l'autre, nous observerons des anneaux de même diamètre. Une variante de cette méthode applicable au cas d'interféromètres plus « épais » consiste à observer les anneaux à l'aide d'une lunette tout en déplaçant un

petit diaphragme à proximité de l'interféromètre. Dans le cas d'interféromètres encore plus « épais », on utilise un procédé de réglage basé sur la coïncidence des réflexions multiples de l'image d'une source éloignée (leur coïncidence n'a lieu que si les miroirs sont bien parallèles).

Reprenons notre analyse de la formule d'Airy. La condition du maximum de lumière (5.68) permet de préciser la forme du système de franges que l'on verra apparaître sur l'écran: plus l'angle φ_2 est petit, plus le maximum correspondant se trouve rapproché du centre du système d'anneaux. Comme d'autre part la différence de marche des rayons $2l \cos \varphi_2 = m\lambda$ augmente à mesure que φ_2 diminue, l'ordre d'interférence m augmente pour la longueur d'onde λ considérée. L'ordre d'interférence maximum se trouve au centre du système d'anneaux. Si on éclaire l'interféromètre par une source lumineuse émettant deux raies monochromatiques de longueurs d'onde λ_1 et λ_2, il est facile de déterminer à l'aide de (5.68) laquelle de ces radiations formera des anneaux proches du centre. La valeur maximum de m correspond à $\cos \varphi_2 = 1$; on a alors

$$m = 2l/\lambda. \tag{5.83}$$

Il en résulte que l'ordre d'interférences au centre du système d'anneaux est d'autant plus grand que la distance l entre les couches réfléchissantes est grande. Par exemple, $m \approx 20\,000$ pour $l = 0{,}5$ cm (pour une lumière visible $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm) et pour $l = 5$ cm, $m \approx$ $\approx 200\,000$.

Calculons la largeur d'une frange en fonction de la distance entre les couches réfléchissantes. Différentions (5.68) et remplaçons l'incrément infinitésimal par une différence finie; nous obtenons

$$-2l \sin \varphi \delta\varphi = \lambda \delta m. \tag{5.84}$$

En posant $\delta m = 1$, ce qui revient à assimiler $\delta\varphi$ à l'angle formé par deux maximums successifs, on trouve

$$\delta\varphi = -\frac{\lambda}{2l \sin \varphi}. \tag{5.85}$$

Il s'ensuit que plus l est grand, plus $\delta\varphi$ est petit, et donc plus la largeur de la frange est petite. Nous montrerons au § 6.7 que plus l'ordre d'interférence est grand, plus le « pouvoir » de résolution est grand ; il est donc avantageux d'utiliser des interféromètres « épais » pour lesquels l'ordre d'interférence est grand.

Cependant ce n'est pas toujours possible puisque la largeur de la structure à l'étude ne doit pas dépasser la distance entre deux maximums successifs du système de franges d'interférences, sinon il se produit une superposition des structures correspondant à deux ordres d'interférences voisins.

Nous avons signalé au § 5.6 que si la largeur $\Delta\lambda$ de la structure à l'étude est égale à λ/m, les $m^{\text{ième}}$ et $(m + 1)^{\text{ième}}$ maximums du système de franges seront confondus. On en déduit l'égalité

$$\Delta\lambda = \lambda/m = \lambda^2/(2l), \tag{5.86}$$

établissant une corrélation entre la largeur de la structure à l'étude et la distance adéquate entre les lames de l'interféromètre. La valeur $\Delta\lambda$ satisfaisant à (5.86) est appelée *domaine de dispersion libre* de l'interféromètre Fabry-Pérot.

En évaluant $\Delta\lambda$ pour les valeurs adoptées ci-dessus ($l = 0{,}5$ cm; $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm) on trouve que la largeur de la structure à l'étude doit être d'environ 0,25 Å. Pour les grandes valeurs de l, $\Delta\lambda$ est encore plus petit. On peut en conclure qu'il convient de n'utiliser l'interféromètre Fabry-Pérot que pour l'étude de la largeur de raies spectrales, préalablement isolées à l'aide d'un appareil spectral plus grossier.

En général, on utilise le procédé suivant d'étude photographique de la structure des raies spectrales. A l'aide de la lentille L_2, on projette les anneaux d'interférence sur la fente d'un spectroscope; dans le plan focal de ce spectroscope se forme un système de raies spectrales qui sont interceptées par des franges d'interférences de même inclinaison. Si les anneaux d'interférences sont symétriques par rapport à la fente du spectrographe, toutes les raies seront interceptées par des segments d'anneaux symétriques se trouvant les uns des autres à une distance égale à $\lambda^2/(2l)$ (à l'échelle de longueurs d'onde). Dans le cas où la raie présente plusieurs composantes, on peut mesurer leurs distances de séparation exprimées en fractions de $\Delta\lambda$, ainsi qu'évaluer leurs intensités respectives.

Un exemple d'un tel interférogramme est représenté fig. 5.60. Elle représente une partie du spectre de l'isotope (^{233}U) de l'uranium, photographié par l'intermédiaire d'un interféromètre Fabry-Pérot. On y discerne la raie 5976 Å, constituée de six composantes; l'écartement entre ces composantes peut être mesuré avec une bonne précision. En théorie des spectres atomiques on démontre que la structure hyperfine des raies résulte d'interactions entre le noyau atomique et son cortège électronique. L'étude des structures hyperfines permet de déterminer des constantes nucléaires fondamentales. Dans le cas présent, on peut déterminer de façon univoque le *spin* du noyau de l'isotope (^{233}U). Sur cette même photo on distingue la raie brillante de l'uranium (5915 Å) dont la largeur est supérieure au domaine de dispersion libre de l'interféromètre Fabry-Pérot pour $l = 10$ mm. Par suite, il s'est produit une superposition de plusieurs ordres d'interférences et on n'arrive pas à résoudre la structure de cette raie. Sur la fig. 5.61, on montre la structure fine de cette même raie que l'on a réussi à résoudre en diminuant de deux fois la

distance entre les miroirs de l'interféromètre. Dans ce cas, les différents ordres d'interférences ne se recouvrent pas, et on voit apparaître six composantes de la raie (5915 Å). Si maintenant, avec l'interféromètre réglé à $l = 5$ mm, on prend une nouvelle photo de la raie (5976 Å), on constate que sa résolution en composantes est moins nette. Ces différentes composantes se sont élargies jusqu'à se rejoindre. On peut dire que dans ces conditions le pouvoir de

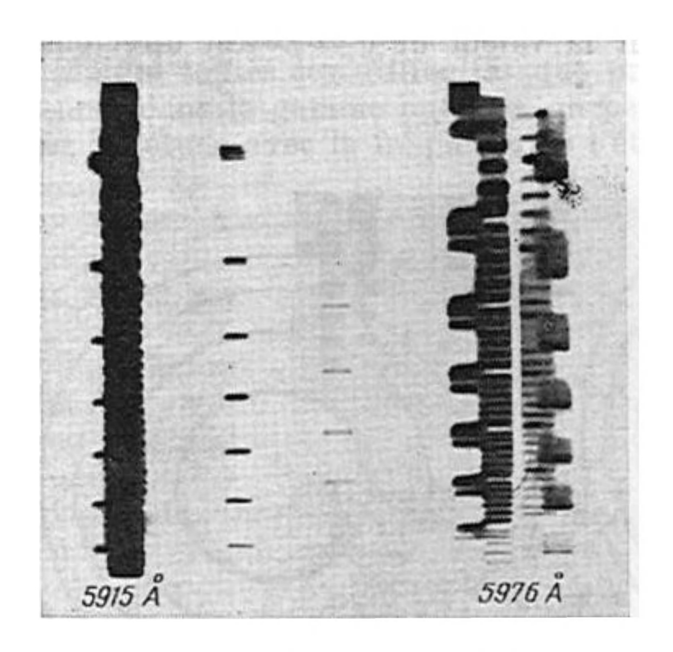


Fig. 5.60. Partie du spectre de ^{233}U photographiée à travers un interféromètre Fabry-Pérot ($l = 10$ mm)

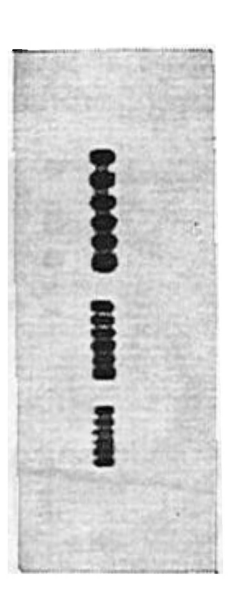


Fig. 5.61. Structure de la raie $\lambda = 5915$ Å de ^{233}U ($l = 5$ mm)

résolution de l'interféromètre est devenu insuffisant (*cf.* § 6.7). Pour l'accroître, il faut ou bien augmenter la réflectivité des miroirs, ou bien augmenter leur distance de séparation.

Nous avons déjà mentionné que l'interféromètre Fabry-Pérot est le principal outil de mesure en métrologie. La fig. 5.62 représente plusieurs régions du spectre relevées en éclairant l'interféromètre, croisé avec un spectrographe, avec la lumière émise, d'une part, par une lampe standard (au ^{86}Kr), et d'autre part, par laser au néon-hélium émettant sur un seul mode. Nous pouvons constater que bien que la distance entre les miroirs soit grande ($l = 10$ cm), on obtient une excellente netteté de l'interférogramme pour la raie 6058 Å de l'isotope ^{86}Kr, qui a été adoptée en qualité de standard international de longueur. L'interférogramme de la raie 6328 Å du laser est encore plus net, et cela montre bien les potentialités d'utilisation des rayonnements laser monomode en métrologie. On doit cependant remarquer que l'on ne dispose pas encore de données suffisantes sur la reproductibilité de la longueur d'onde des rayonnements laser.

A première vue, on ne voit pas très bien l'intérêt que peut avoir la définition d'un étalon de longueur initiale avec une précision très grande. Pour bien montrer la nécessité de ces mesures très précises, reprenons le problème de la détermination précise de l'une des plus importantes constantes — la vitesse de la lumière dans le vide (*cf.* § 1.5). Nous rappellerons au lecteur que dans ces expériences on mesure simultanément la longueur d'onde et la fréquence d'un laser stabilisé émettant dans l'infrarouge. Nous avons indiqué que l'erreur que l'on commet sur la valeur de $c = \lambda\nu$ est directement



Fig. 5.62. Une région du spectre d'émission d'une source lumineuse standard (lampe au ^{86}Kr) photographiée à travers un interféromètre Fabry-Pérot ($l = 10$ cm):

I — étalon primaire de longueur — raie orange du krypton (ν = 6058 Å); *II* — étalons secondaires — raies rouges du krypton (λ = 6458 Å et λ = 6423 Å); *III* — raie (λ = 6328 Å) d'un laser au néon-hélium, à génération monomode

liée à la précision de l'étalon de longueur primaire. La mise en œuvre de l'interféromètre permet de mesurer avec une très grande précision ($\sim 10^{-4}$ Å) la longueur d'onde d'un laser au néon-hélium stabilisé. Mais pour déterminer la valeur absolue de λ on doit la rapporter à l'étalon de longueur primaire (c'est la longueur de la raie spectrale $\lambda_{vide} \approx 6058$ Å de l'isotope ^{86}Kr) ; il est bien évident que la précision avec laquelle on peut connaître la valeur absolue de λ ne peut être supérieure à la précision de l'étalon primaire. Cette dernière est connue à $3 \cdot 10^{-9}$ près (du fait d'une légère asymétrie de la raie de ^{86}Kr et de la planéité imparfaite des miroirs de l'interféromètre). C'est donc cette imprécision sur la longueur de l'étalon

primaire qui limite la précision des mesures des longueurs d'onde des rayonnements laser.

Notons encore que la mesure indépendante de la fréquence de ce laser implique sa comparaison avec un étalon de fréquence primaire. En 1966, on a adopté en qualité d'*étalon atomique* la fréquence de transition entre deux composantes hyperfines du césium 133 dans un champ magnétique nul. Cette fréquence (ν_0 = 9 192 631 770 Hz) est connue à $2 \cdot 10^{-11}$ près. La seconde est prise comme unité de temps dans cette « échelle atomique ».

Malgré toutes les difficultés que présentent les mesures de fréquences dans la gamme optique, on peut comparer la fréquence du laser à l'étude avec la fréquence de l'étalon atomique. Pour cela on

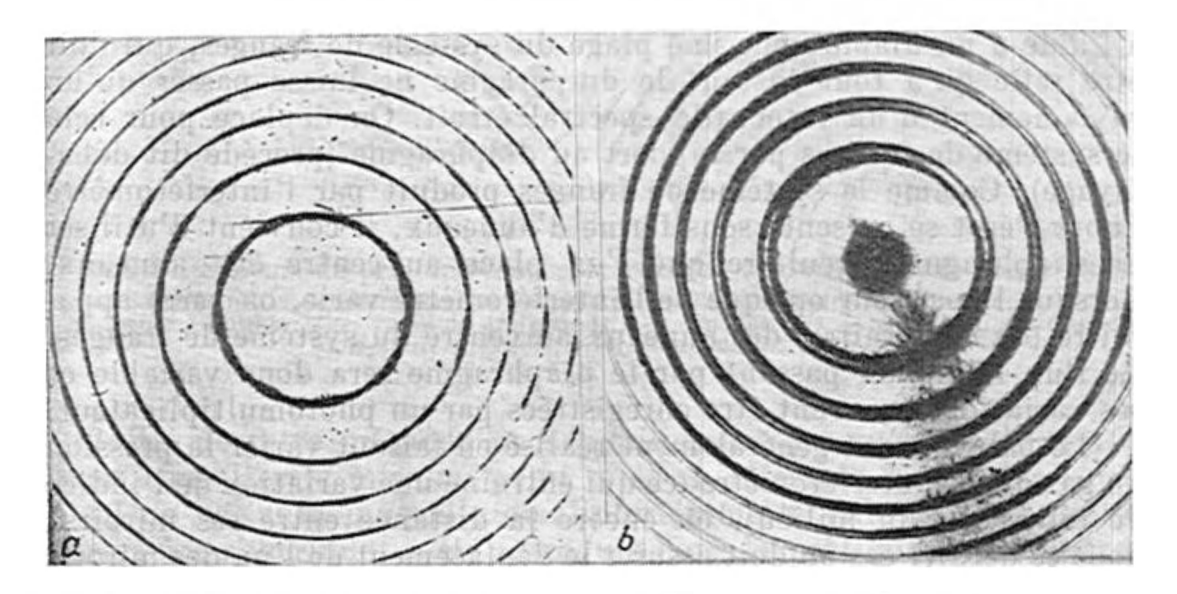


Fig. 5.63. Interférogramme de la raie rouge d'un laser au néon-hélium dans les cas: *a*) d'une génération monomode et *b*) d'une génération sur deux modes longitudinaux (l = 10 cm)

utilise plusieurs générateurs de fréquence intermédiaires, de grande stabilité (lasers au CO_2, à la vapeur d'eau, à l'acide cyanhydrique, des klystrons). Le fait que l'on a réussi à effectuer des mesures aves une erreur globale de $6 \cdot 10^{-10}$ (donc plus petite que l'erreur commise sur la longueur d'onde) témoigne des progrès spectaculaires des techniques UHF modernes.

Les interférogrammes de la raie laser 6328 Å représentés fig. 5.63 illustrent l'aptitude de l'interféromètre Fabry-Pérot à l'étude des modes d'un rayonnement laser. Dans le cas où un laser à gaz émet sur deux modes (fig. 5.63, *b*), on voit apparaître sur l'interférogramme des anneaux doubles d'égale inclinaison bien nets. La mesure des rayons de ces anneaux permet de déterminer le décalage en fréquence des deux modes générés.

Dans nombre de cas pratiques, il importe de remplacer la photographie des franges par un enregistrement photo-électrique. On peut alors éliminer l'opération pénible et génératrice d'erreurs, consistant à passer de la mesure du noircissement de la plaque à l'éclairement qui l'a provoqué. C'est important chaque fois que l'on désire connaître non seulement les positions, mais aussi les intensités relatives des composantes de la structure à l'étude. Les bases de la méthode d'enregistrement photo-électrique ont été établies dans les années 50 par un groupe de physiciens français (Jacquinot, Dufour, Chabal et d'autres). Au cours de ces dernières années cette méthode a connu un large développement dû surtout aux recherches sur les lasers.

Pour effectuer un enregistrement photo-électrique on délimite à l'aide d'un diaphragme une plage du système de franges, qui doit être telle qu'à tout instant le diaphragme ne laisse passer qu'un rayonnement d'un intervalle spectral étroit. On déplace pour cela le système de franges par rapport au diaphragme (procédé dit débalayage). Comme le système de franges produit par l'interféromètre Fabry-Pérot se présente sous forme d'anneaux, il convient d'utiliser un diaphragme circulaire que l'on place au centre des anneaux. Lorsque l'épaisseur optique de l'interféromètre varie, on verra apparaître (ou disparaître) des anneaux au centre du système de franges. Le flux lumineux passant par le diaphragme sera donc variable et ses variations pourront être enregistrées par un photomultiplicateur.

Le balayage est généralement réalisé en faisant varier la pression du gaz dans l'interféromètre (ce qui entraîne une variation de l'indice de réfraction du milieu), ou encore la distance entre ses miroirs; dans ce dernier cas on doit assurer le déplacement de l'un des miroirs (en mettant à profit des procédés tels que l'effet piézo-électrique, la dilatation thermique des bagues, etc.).

Le balayage par variation de la pression du gaz n'est effectif que dans le cas d'interféromètres « épais » puisque pour $l < 1$ mm une variation même importante de la pression du gaz ne peut provoquer qu'un déplacement des franges inférieur à un ordre d'interférence.

La fig. 5.64 représente le schéma de montage optique d'un spectromètre associé à un interféromètre Fabry-Pérot, utilisant le balayage par variation de pression. On dispose l'interféromètre à l'intérieur d'une enceinte étanche, à l'intérieur de laquelle on peut établir une pression de quelques mm à une atmosphère. On commence par évacuer l'enceinte à l'aide d'une pompe à vide mécanique, puis on y injecte par un tube capillaire de l'azote provenant d'un ballon à haute pression. Ce procédé très simple assure dans la majorité des cas une précision satisfaisante des mesures.

A l'aide d'un objectif, on projette les anneaux d'égale inclinaison dans le plan de la fente d'entrée du monochromateur ; on dispose dans le même plan le diaphragme circulaire qui a pour fonction de délimi-

ter une zone donnée de l'anneau central. La résolution est d'autant meilleure que le diaphragme est petit; mais s'il est trop petit, il ne laisse passer que peu de lumière et il devient difficile d'obtenir dans le photomultiplicateur un rapport signal/bruit satisfaisant. Usuellement, on utilise des diaphragmes délimitant moins d'un dixième de la frange. La structure de la raie verte du mercure, représentée fig. 1.9 a été déterminée à l'aide d'un spectromètre à interféromètre Fabry-Pérot (l = 3,6 mm, miroirs de haute qualité). Pour un exposé

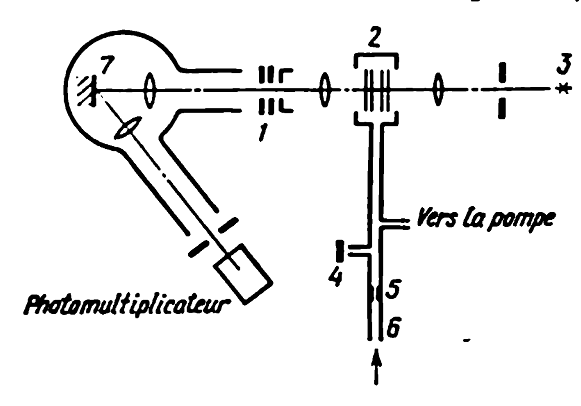


Fig. 5.64. Schéma de principe d'un spectromètre à interféromètre Fabry-Pérot : 1 — diaphragme ; 2 — interféromètre disposé dans la chambre du spectromètre ; 3 — source lumineuse à l'étude ; 4 — valve de protection ; 5 — capillaire ; 6 — arrivée du gaz d'un ballon haute pression ; 7 — réseau de diffraction

détaillé de cette méthode de dépouillement des spectres, le lecteur peut consulter la mise au point citée en référence *).

Une variante inusuelle de l'interféromètre Fabry-Pérot, l'interféromètre sphérique, a été introduit dans la pratique de la spectroscopie par G. Kann. Cet interféromètre comporte deux miroirs concaves, de même rayon de courbure, disposés de manière à ce que leurs foyers soient confondus (montage confocal).

Nous signalons l'existence de l'interféromètre sphérique parce qu'il a servi de prototype aux résonateurs des lasers à gaz. Il est indubitable que l'assimilation par l'optique des concepts radiophysiques est nécessaire. C'est probablement A. Prokhorov qui a été le premier à noter que l'interféromètre Fabry-Pérot pouvait être utilisé en qualité de cavité résonnante pour la gamme des radiations optiques. Le premier laser à gaz élaboré par Javan et all. (1961) était constitué d'un tube à décharge rempli d'un mélange de néon et d'hélium et disposé à l'intérieur d'un interféromètre à miroirs plans de très bonne réflectivité ($\mathcal{R} > 99\%$). Dans les expériences ultérieures, on a utilisé un résonateur à miroirs hémisphériques dont la mise au point est plus facile, la qualité de polissage des surfaces peut être

*) Kalitéevsky N., Tchaïka M., *L'interféromètre Fabry-Pérot et son utilisation en spectroscopie. In* Spectroscopie du plasma, « Naouka », 1969 (en russe).

moins poussée et la stabilité résultante du système meilleure qu'avec des miroirs plans.

Actuellement, la majorité des lasers à gaz utilisent des résonateurs à miroirs hémisphériques, le rapport des coefficients de courbure variant dans de larges limites. Le rayonnement laser présente alors une plus forte divergence que dans le cas de résonateurs à miroirs plans, mais ce défaut se laisse aisément corriger par une focalisation adéquate.

La théorie des résonateurs optiques fait l'objet de nombreuses recherches. Elle doit nécessairement tenir compte des pertes de lumière qui après de multiples réflexions s'échappe au-delà des miroirs du résonateur (pertes par diffraction, voir ch. VI). Cette théorie est essentiellement différente de la théorie élémentaire de Fabry-Pérot où on n'a à tenir compte des pertes par diffraction que dans les cas rares où le rapport de la distance entre les miroirs à leur diamètre est grand.

Il ne nous reste qu'à exposer le principe de fonctionnement des *filtres interférentiels*, qui trouvent actuellement de nombreuses applications. Un filtre interférentiel est un dispositif permettant de transmettre une partie importante du flux lumineux dans un intervalle donné de longueurs d'onde. La largeur de la bande de transmission $\delta\lambda$ est généralement de quelques dizaines d'angströms. Le principe de fonctionnement de ces filtres découle de celui d'un interféromètre Fabry-Pérot où la distance l entre les lames diélectriques serait très petite.

Pour procéder à des évaluations quantitatives, reprenons les formules (5.83) et (5.86)

$$l = m\lambda/2 = \lambda^2/(2\Delta\lambda).$$

Si, par exemple, le domaine de la dispersion libre est $\Delta\lambda = 250$ Å, $\lambda = 5000$ Å, alors $m = 20$ et $l \approx 5\cdot10^{-4}$ cm.

Cela montre que l'épaisseur l de cet interféromètre est très petite, quelques dizaines de longueurs d'onde λ. Un tel interféromètre est équivalent à un filtre laissant passer un rayonnement dans un intervalle $\delta\lambda$ centré sur la longueur d'onde λ.

La fabrication de ces filtres est cependant une tâche ardue, surtout s'il s'agit d'obtenir une épaisseur l telle que le filtre ne laisse passer que la lumière d'une longueur d'onde voisine de λ_0. On doit également tenir compte de ce que ces filtres laissent passer non seulement des radiations de longueurs d'onde voisines de λ_0, mais aussi celles dont la longueur d'onde est comprise dans les intervalles $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$, $\lambda_0 \pm 2\Delta\lambda$, etc. Cela revient à dire qu'il se forme une série de maximums (fig. 5.65) dont la largeur $\delta\lambda$ dépend des facteurs de réflexion des miroirs de l'interféromètre. On arrive à éteindre les maximums latéraux par un choix convenable de filtres en verre, ce qui réduit naturellement le flux transmis dans la bande principale.

Si, par exemple, $\delta\lambda \approx 50$ Å, on n'arrive guère à transmettre plus de 70 % du rayonnement, même lorsqu'on utilise des couches diélectriques non absorbantes, telles que $(I_{tr}/I_{inc}) \rightarrow 1$. L'élimination des

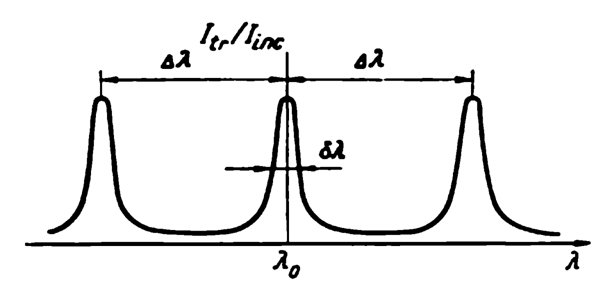


Fig. 5.65. Bandes de transmission d'un interféromètre Fabry-Pérot de faible épaisseur utilisé comme filtre d'interférence

L'extinction de tous les maximums latéraux ($\lambda_0 \pm n\Delta\lambda$, avec $n = 1, 2, 3, \ldots$) est assurée par des filtres en verre

maximums latéraux rend difficile l'obtention de filtres interférentiels de bande passante étroite. Si on utilise, par exemple, un interféromètre Fabry-Pérot d'épaisseur $l \approx 5$ mm, on devrait éliminer des maximums se trouvant à une distance $\Delta\lambda \approx 0{,}25$ Å ; or c'est pratiquement irréalisable.

CHAPITRE VI

DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

Une étude attentive de la répartition de l'éclairement à la frontière de la région lumineuse et celle de l'ombre géométrique d'objets opaques de formes diverses a imposé depuis longtemps l'idée que la lumière pouvait contourner les corps interposés entre la source et un écran. Léonard de Vinci (1452-1519) fut le premier à noter ce phénomène ; en 1665 ce phénomène fut décrit plus en détail par Grimaldi. Ces observations n'étaient sûrement pas connues d'Huygens qui n'aurait pas manqué de s'y référer pour renforcer la conception ondulatoire de la lumière, qu'il exposa dans sa monographie parue en 1678.

L'étude de la diffraction de la lumière ne se limite absolument pas à celle des régions intermédiaires entre l'ombre géométrique et la pleine lumière. Un exposé de l'optique doit nécessairement faire face au problème consistant à concilier la théorie ondulatoire expliquant parfaitement un grand nombre de phénomènes à la validité indubitable des concepts de l'optique géométrique, s'appuyant sur l'idée de la propagation rectiligne des rayons lumineux dans tout milieu homogène. Il semble que l'expérience commune contredit les données de la théorie et des expériences élaborées. Or, nous allons montrer que la théorie de la diffraction de la lumière lève parfaitement ces paradoxes apparents et dégage la signification profonde de la transition de l'optique ondulatoire à l'optique géométrique.

Il semble à première vue que la diffraction ne doive jouer un rôle notable que dans le cas de grandes longueurs d'onde (gamme OUC), et qu'elle ne se manifeste que rarement dans la gamme optique. A ce propos, on dit parfois que, dans la gamme optique, il faut déceler la diffraction des ondes et, dans la gamme OUC, il faut chercher à s'en débarrasser. Cette assertion n'est pas sans doute sans raison, mais c'est justement dans la gamme optique que la théorie de la diffraction est indispensable pour procéder à l'étude des principes de fonctionnement aux limites des possibilités de tous les appareils optiques et spectraux ; on notera aussi que l'existence d'écrans naturels dont les dimensions sont comparables à la longueur d'onde de la

lumière est caractéristique de toutes les expériences optiques au niveau moléculaire.

Il en résulte que l'étude de la diffraction des ondes lumineuses est absolument indispensable. La théorie rigoureuse du phénomène de diffraction est fort compliquée. Nous nous contenterons de développer des considérations relatives aux présuppositions et aux conséquences qui en résultent (le principe d'Huygens-Fresnel) ; nous porterons également notre attention aux applications de la théorie à divers problèmes ayant une importance de principe.

§ 6.1. Principe d'Huygens-Fresnel et ses applications

Nous exposerons ici le *principe d'Huygens-Fresnel* d'une manière essentiellement différente de celle donnée au § 3.3 ; en effet, nous y avons défini la position du front de l'onde à tout instant ultérieur comme l'enveloppe d'ondes sphériques élémentaires émises par tous les points où se trouve à l'instant considéré le front de l'onde (principe d'Huygens) ; Huygens ne tenait aucun compte ni des interférences de ces ondes sphériques, ni de leurs corrélations de phase. De ce fait, sous sa forme initiale le principe d'Huygens ne pouvait servir de fondement pour le développement de l'optique ondulatoire. Il a fallu attendre que Fresnel y apporte des correctifs de principe pour que le principe d'Huygens puisse servir de base pour interpréter le phénomène de diffraction. Nous exposerons le contenu du principe d'Huygens-Fresnel du point de vue de la théorie électromagnétique de la lumière puisque c'est là l'objet de ce cours. Nous ne donnons pas ici la formulation mathématique rigoureuse de ce principe élaborée par Kirchhoff *).

Entourons notre source S d'oscillations électromagnétiques d'une surface imaginaire σ et considérons la perturbation qui se manifestera en un point P situé en dehors de cette surface (fig. 6.1) ; cette perturbation résultera de l'action de tous les éléments de surface $d\sigma$ de notre surface. On étudiera donc la superposition, au point P, de toutes les ondes sphériques secondaires issues de tous les éléments de surface σ. On remarquera que nous substituons ainsi à la source S l'action de tous les éléments de la surface fictive σ. Toutes les oscillations secondaires sont cohérentes (leurs phases et leurs amplitudes sont définies par l'oscillation primaire) ; on peut donc sommer leurs amplitudes.

Transcrivons ces considérations en termes mathématiques en y introduisant suivant la suggestion de Fresnel un coefficient $k(\psi)$ dont la valeur est maximale lorsque la normale $\mathbf{n}$ coïncide avec

---

*) Voir M. Born, E. Wolf, *Introduction à l'optique*, « Naouka », Moscou, 1970 (en russe), ainsi que A. Sommerfeld, *Optik*, Wiesbaden, 1950.

r ($\psi = 0$) et devient nulle pour $\psi \geqslant \pi/2$. L'introduction de ce coefficient exprime l'absence de toute onde allant en sens inverse, donc dirigée vers l'intérieur de la surface σ *).

L'amplitude des vibrations créées au point P par un élément de surface $d\sigma$ est donnée par

$$dE_0 = k(\psi)\left[\frac{E_0' \exp(ika_1)}{a_1}\right]\frac{\exp(i\,\mathbf{k}\mathbf{r})}{r}\,d\sigma. \tag{6.1}$$

Nous avons rejeté dans cette formule la dépendance avec le temps (qui dans notre mode d'écriture serait donnée par exp $(-i\omega t)$); d'autre part, on suppose que la source S émet des ondes sphériques

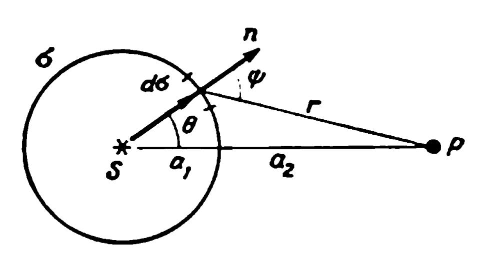


Fig. 6.1. Constuction servant à la formulation du principe d'Huygens-Fresnel

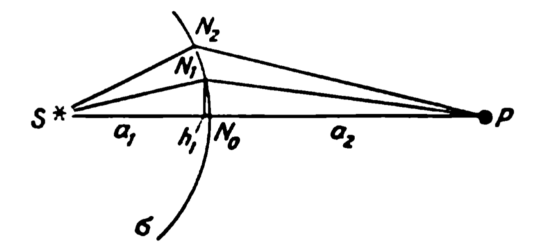


Fig. 6.2. Décomposition d'une surface σ en zones de Fresnel

d'amplitude initiale E_0'. Pour simplifier les calculs nous admettrons que la source S émet une onde sphérique monochromatique. Toutes les approximations que nous avons admises plus haut (par exemple, que l'onde est quasi monochromatique et qu'elle est émise par une source lumineuse étendue, etc.), que nous avons utilisées pour justifier la possibilité d'observation des effets d'interférences, restent cependant valables dans le cas présent. La démonstration peut être faite pour n'importe quelle surface σ, mais il est plus simple de supposer que cette surface coïncide avec le front de l'onde d'une source ponctuelle et que c'est donc une surface sphérique de rayon a_1.

La perturbation totale produite au point P est alors définie par l'expression

$$E_0(P) = \frac{E_0' \exp(ika_1)}{a_1}\iint_\sigma k(\psi)\,\frac{\exp(i\,\mathbf{k}\mathbf{r})}{r}\,d\sigma. \tag{6.2}$$

Pour intégrer (6.2), nous décomposerons la surface σ en *zones* dites *de Fresnel* (fig. 6.2). La construction est telle que $N_1P = a_2 + \lambda/2$; $N_2P = a_2 + 2\lambda/2$, etc. Dans ces conditions les ondes issues de deux zones voisines arrivent au point P en opposition de phase.

*) Dans la théorie de Kirchhoff, ce coefficient apparaît lors de la résolution de l'équation d'onde transmise, autrement dit il n'est pas introduit tout arbitrairement.

Démontrons que les aires de toutes les zones sont approximativement égales entre elles. Si on désigne par h_1 la hauteur du premier segment, on a

$$a_1^2-(a_1-h_1)^2=(a_2+\lambda/2)^2-(a_2+h_1)^2.$$

Négligeant λ^2 on trouve $h_1 \approx \frac{a_2}{a_1+a_2}\frac{\lambda}{2}$. On en déduit que l'aire du premier segment sphérique, représentant la première zone de Fresnel est égale à

$$2\pi a_1 h_1=\frac{\pi a_1 a_2}{a_1+a_2}\lambda. \tag{6.3}$$

En calculant par le même procédé l'aire totale des deux premières zones, à la place de $a_2+\lambda/2$, on trouve $a_2+2\lambda/2$, ce qui nous donne pour l'aire totale $2\pi a_1 a_2\lambda/(a_1+a_2)$. Par conséquent, les aires des deux premières zones étant égales, ce résultat est valable pour toutes les autres zones.

De ces mêmes corrélations, on déduit le rayon de la $n^{\text{ième}}$ zone:

$$r_n=\sqrt{n\frac{a_1a_2}{a_1+a_2}\lambda}. \tag{6.4}$$

D'autre part (voir fig. 6.1)

$$r^2=a_1^2+(a_1+a_2)^2-2a_1(a_1+a_2)\cos\Theta,$$

$$r\,dr=a_1(a_1+a_2)\sin\Theta\,d\Theta,$$

$$d\sigma=a_1^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\varphi=\frac{a_1}{a_1+a_2}r\,dr\,d\varphi.$$

Nous poserons qu'à l'intérieur d'une zone le coefficient $k(\psi)$ est constant. La perturbation que crée la $n^{\text{ième}}$ zone au point P s'obtient en intégrant sur l'angle azimutal φ:

$$E_{0,n}=2\pi\frac{E_0'\exp(ika_1)}{a_1+a_2}k_n\int\limits_{a_2+(n-1)\lambda/2}^{a_2+n\lambda/2}\exp(i\,\mathbf{k}r)\,dr.$$

En intégrant sur r, on obtient après quelques transformations simples

$$E_{0,n}=2i\lambda(-1)^{n+1}k_n\frac{E_0'\exp[ik(a_1+a_2)]}{a_1+a_2}. \tag{6.5}$$

Le calcul de l'action résultante de toutes les zones de Fresnel se ramène donc à la sommation d'une série de signes alternés

$$k_1-k_2+k_3-\ldots+(-1)^{n+1}k_n. \tag{6.6}$$

Regroupons les termes de cette série comme suit

$$\frac{k_1}{2}+\left(\frac{k_1}{2}-k_2+\frac{k_3}{2}\right)+\left(\frac{k_3}{2}-k_4+\frac{k_5}{2}\right)+\ldots$$

On démontre aisément que cette somme est égale à $\frac{k_1}{2} \pm \frac{k_n}{2}$ (suivant la parité de n). Cela signifie que l'amplitude de la vibration résultante au point P est égale à la demi-somme (ou à la demi-différence) des amplitudes des vibrations que créent en ce point P la première et la $n^{\text{ième}}$ zones de Fresnel:

$$E_0(P) = \frac{1}{2}(E_{0,1} \pm E_{0,n}). \tag{6.7}$$

Si le front est tout entier découvert $E_{0,n} \to 0$ puisque le coefficient $k(\pi/2) = 0$. On aura donc

$$E_0(P) = \frac{1}{2} E_{0,1}(P). \tag{6.8}$$

De cette dernière corrélation, on déduit l'expression explicite de k_1. En rejetant pour l'instant la construction que nous venons d'utiliser pour introduire des centres secondaires fictifs sur le pourtour de la surface σ, on peut affirmer qu'une source ponctuelle S émettant une onde sphérique doit créer en un point P, situé à une distance de la source égale à $a_1 + a_2$, des oscillations dont l'amplitude $E_0(P)$ est définie par

$$E_0(P) = \frac{E_0' \exp[ik(a_1 + a_2)]}{a_1 + a_2} \tag{6.9}$$

En comparant (6.9) à (6.5) on en déduit

$$i\lambda k_1 = 1, \quad \text{ou} \quad k_1 = -\frac{i}{\lambda} = \frac{\exp(-i\pi/2)}{} \tag{6.10}$$

Faisons le point des résultats que nous venons d'établir.

Lorsque la totalité du front de l'onde est découverte, l'amplitude de la vibration résultante au point P est égale à la moitié de l'amplitude de la vibration que crée en ce point la première zone seulement. L'intensité du rayonnement est proportionnelle au carré de l'amplitude de la vibration ; il en résulte que l'intensité globale au point P est numériquement égale au quart de l'intensité due à la première zone de Fresnel. Ce résultat fondamental demande à être commenté.

Commençons par une évaluation de l'étendue de la première zone. Son aire est donnée par la formule (6.3). Pour les longueurs d'onde de la gamme optique, si $a_1 = a_2 = 1\text{m}$, elle est de 1 mm^2 environ. Nous aboutissons à un curieux résultat : du fait des effets d'interférence, l'efficacité de toutes les zones, sauf la première, paraît détruite. C'est donc un premier indice de la levée de la contradiction entre l'optique ondulatoire et l'optique géométrique (*cf.* § 6.2).

Voyons ce qui se produira si nous occultons un certain nombre de zones de Fresnel par des écrans opaques. Supposons que seule reste découverte la première zone. L'intensité lumineuse sera alors multipliée par quatre par rapport au cas où le front de l'onde est entiè-

rement découvert. Si deux zones sont découvertes, l'éclairement au point P devient très faible. On peut continuer à découvrir successivement d'autres zones et à observer les variations d'éclairement au point P qui en résultent.

Considérons une autre expérience. Supposons que l'aire d'une ouverture circulaire pratiquée dans un écran opaque soit égale, pour des valeurs données de a_1 et a_2, à celle de la première zone de Fresnel. Déplaçons le point P le long de la droite qui le joint à la source de lumière; on observera une variation périodique de l'intensité lumineuse. Cette variation tient à ce que, suivant la distance $a_1 + a_2$ deviennent successivement actives une, deux, trois, etc., zones de Fresnel. Nous insistons sur ces particularités pour bien montrer au lecteur que l'étendue d'une zone de Fresnel est une fonction compliquée de a_1, a_2 et de λ. Lorsqu'on fait varier l'un de ces paramètres (dans le cas considéré, on augmente la valeur de a_2), on fait varier le nombre de zones de Fresnel pouvant être réparties sur l'ouverture circulaire de l'écran, et c'est cela qui produit la variation périodique de l'intensité lumineuse au point P.

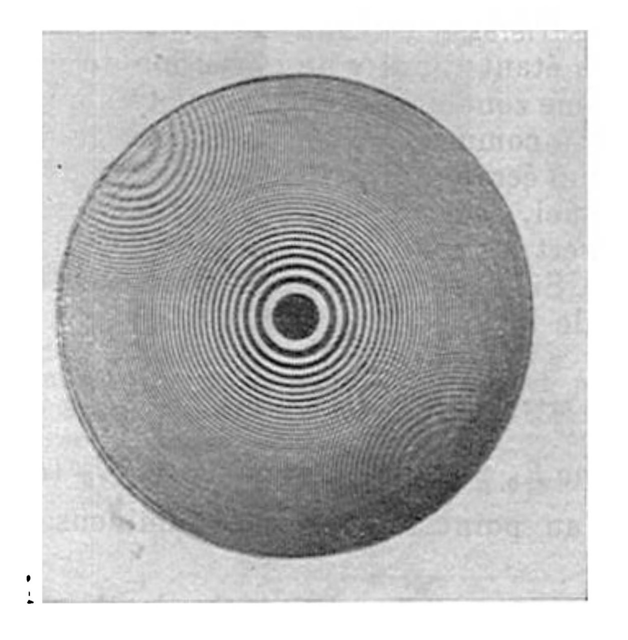


Fig. 6.3. Lame zonale de Fresnel

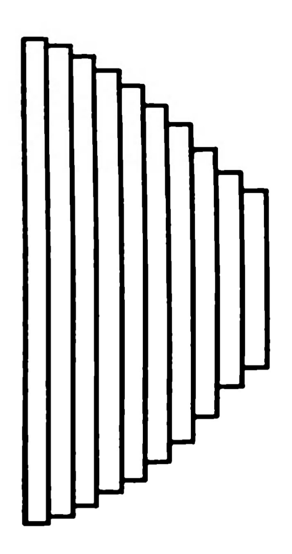


Fig. 6.4. Lame zonale faisant varier de π la phase des ondes provenant des zones paires

On peut tout aussi bien augmenter l'intensité lumineuse au point P. Fabriquons un écran spécial connu sous le nom de *lame zonale* qui occulte toutes les zones de Fresnel paires ou impaires (fig. 6.3). Pour a construire, on se fixe des valeurs déterminées de a_1 et a_2, et on

applique la formule (6.4). En plaçant la lame zonale en un point bien déterminé entre S et P, il est facile d'obtenir un accroissement notable de l'éclairement dans la région de l'espace voisine du point P puisque dans la série (6.6) ne subsistent que les termes de même signe.

L'effet sera encore plus marqué si on modifie par un procédé quelconque les phases des ondes issues des zones contiguës. Dans notre construction initiale, ces ondes se neutralisent mutuellement (différence de chemin optique égale à $\lambda/2$). En réalisant une lame zonale à gradins (fig. 6.4) on arrive à faire varier de π la phase des vibrations issues de zones voisines. Il suffit pour cela que la hauteur δ des marches de la lame zonale satisfasse à l'égalité $2\pi\delta\,(n-1)/\lambda = \pi$, ou que $\delta = \lambda/2(n-1)$, n étant l'indice de réfraction du matériau utilisé pour fabriquer la lame zonale à gradins. On notera qu'une lentille focalisante se comporte comme une lame zonale à gradins.

On peut également réaliser un écran, qui au lieu de laisser à découvert la première zone de Fresnel, occulte une ou plusieurs des premières zones, laissant à découvert les zones suivantes. Le calcul précédent reste applicable à ce cas. Si m zones de Fresnel sont occultées, l'amplitude résultante est égale à

$$E_0(P) = \frac{1}{2}\left[E_{0,\,m+1}(P) \pm E_{0,\,n}(P)\right].$$

Le problème posé est tel que $E_{0,\,n}(P) \to 0$, et par suite $E_0(P) = \frac{1}{2} E_{0,\,m+1}(P)$. On voit qu'au point P l'intensité lumineuse est toujours différente de zéro.

A première vue ce résultat paraît paradoxal. Lorsque le physicien français Poisson l'obtint pour la première fois, il était persuadé qu'il avait réussi à réfuter la théorie de Fresnel puisqu'elle conduisait à un résultat absurde. Par la suite, Arago a démontré par l'expérience que lorsqu'on interpose un écran opaque de forme circulaire, on voit apparaître au centre de l'ombre une tache claire, prévue par la théorie de Fresnel. Néanmoins, cette tache claire a reçu le nom de *tache de Poisson*, du savant qui avait cherché à réfuter la théorie de Fresnel. On trouve dans le manuel de R. Pohl *) une reproduction de la photographie qu'il avait obtenue en utilisant une bille d'acier de 4 cm de diamètre située à 12 m de l'objet photographié et à 18 m de son image. La bille se comporte ici comme une lentille, et l'image qu'elle produit est d'une qualité satisfaisante.

On peut observer des effets très spectaculaires en utilisant une source lumineuse intense et un petit écran opaque ou un diaphragme à iris que l'on dispose à plusieurs mètres de la source ; cet obstacle permet de mettre à découvert plusieurs zones de Fresnel. Il va de

*) R. Pohl, *Optique et physique atomique*. L'auteur y décrit nombre d'expériences très intéressantes sur l'interférence et la diffraction de la lumière.

soi que l'écran mat, sur lequel on observe les franges de diffraction, doit se trouver à une distance $a_1 + a_2$ suffisamment grande (à 10 ou 15 m au moins). Pour la démonstration de ces expériences dans une salle de cours, on doit avoir recours à des moyens techniques modernes (fig. 6.6). C'est ainsi que pour la démonstration des expériences de diffraction de Fresnel on utilise un équipement de télévision ne comportant qu'une caméra et plusieurs récepteurs répartis dans la salle.

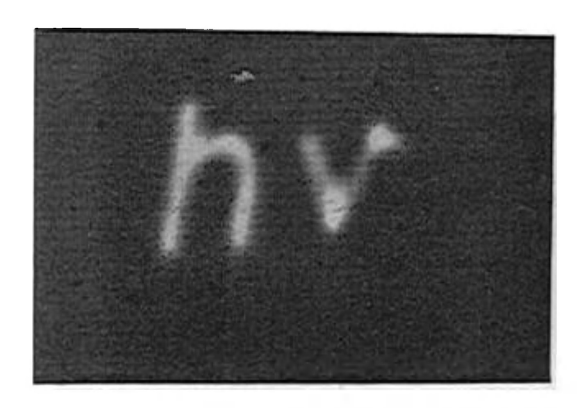


Fig. 6.5. Photographie de l'image d'un modèle apparaissant sur l'écran d'un poste de télévision à la suite de la diffraction de la lumière par une bille métallique de 3 mm de diamètre ($a_1 = a_2 = 10$ mm)

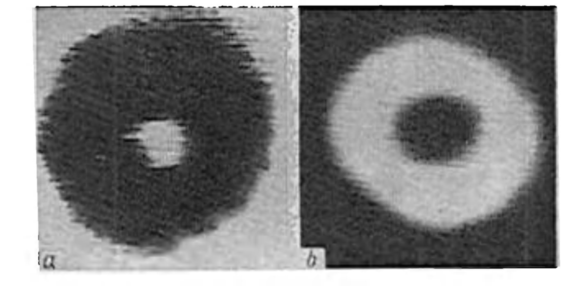


Fig. 6.6. Diffraction par un disque (*a*) et par un diaphragme circulaire (*b*) Au centre de l'ombre projetée par le disque on observe une tache claire (tache de Poisson), tandis qu'au centre de la plage claire produite par le diaphragme, on observe une tache sombre

La lumière issue d'une lampe puissante est focalisée sur un petit diaphragme circulaire. Après diffraction sur cet obstacle, la lumière issue de cette source « ponctuelle » tombe sur la photocathode du tube de prise de vue, et les spectateurs voient sur les écrans de leurs récepteurs une image fortement amplifiée des franges de diffraction (fig. 6.5, 6.6).

On obtient des résultats tout aussi spectaculaires en ayant recours à des ondes radio OUC dont la longueur d'onde est près de 10^5 fois plus grande que celle de la gamme optique. En utilisant des générateurs OUC modernes, c'est chose facile que de montrer à un grand auditoire des effets de diffraction tels que la diffraction par une ouverture circulaire, par le bord d'un écran, etc. La fig. 6.7 montre la photographie d'un équipement conçu pour la démonstration de l'effet produit par une lame zonale dont les dimensions sont importantes pour $a_1 = a_2 = 1$ m et $\lambda \approx 3$ cm.

En réalisant ces différentes expériences nous nous écartons du problème que nous avons formulé initialement (et que nous n'avons pas bien précisé pour simplifier les raisonnements ultérieurs). En effet, les propriétés de l'écran doivent influer dans une certaine mesure sur les résultats des expériences de diffraction. Si on considère un

écran conducteur, on devra tenir compte de son interaction avec l'onde électromagnétique, déterminer si sa réflectivité est bonne ($\mathscr{R} = 1$) ou au contraire mauvaise ($\mathscr{R} \approx 0$), etc. L'utilisation d'un écran non conducteur se heurte à des difficultés d'un autre genre. Mais le rôle de tous ces facteurs est de peu d'importance puisque l'expérience montre que, quelle que soit la nature de l'écran, les images de diffraction sont pratiquement identiques. On constate en effet que toutes les perturbations se font jour à proximité immédiate du bord de l'écran (à une distance de 1-2 longueurs d'onde), ce qui fait

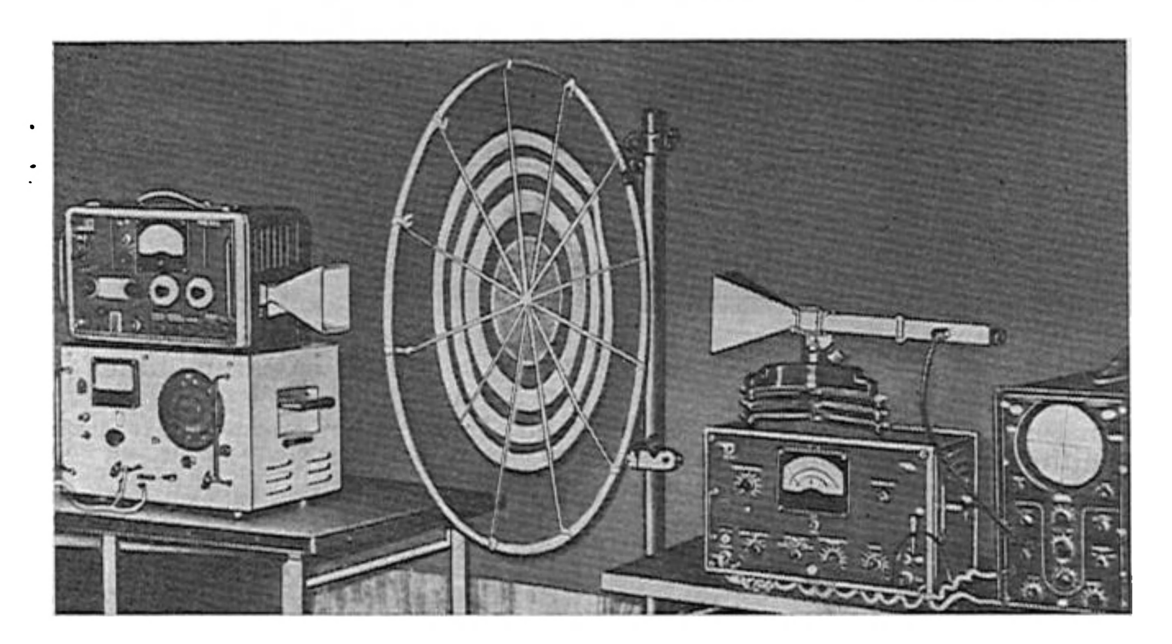


Fig. 6.7. Equipement utilisé pour la démonstration d'expériences avec une lame zonale en OUC

qu'il est difficile de les discerner dans la gamme optique. C'est pour cette raison que nous avons omis de définir les propriétés de la source primaire d'ondes électromagnétiques, et que nous avons traité un problème scalaire ne tenant aucun compte ni de la polarisation du rayonnement, ni de la directivité du flux d'énergie qui en dépend, etc. Dans les expériences avec les OUC, la polarisation de l'onde électromagnétique est bien prononcée, et l'étendue de la région limitrophe atteint plusieurs centimètres. Aussi arrive-t-on à observer, dans ce cas, certaines particularités de la diffraction qui n'apparaissent pas dans la gamme optique. Ces particularités sont en partie dues à ce que le front de l'onde UHF diffère notablement du front d'une onde sphérique.

Nous avons admis ci-dessus que si l'ouverture pratiquée dans un écran opaque est donnée, on pouvait choisir arbitrairement la surface fictive σ. En général, cette surface recouvre entièrement l'ouverture et sa forme est choisie de manière à rendre aisé le calcul de

l'amplitude résultante. Cela n'implique nullement que l'on admet que l'amplitude de vibration en tout point de l'écran soit nulle, et que dans l'ouverture elle soit la même qu'en l'absence de l'écran. Il est certain que cette approximation n'est pas juste, notamment à proximité du bord d'un écran conducteur, mais elle n'affecte en rien la répartition de l'intensité lumineuse dans les autres régions de la figure de diffraction.

On peut dire que la méthode d'Huygens-Fresnel est une approximation particulièrement bien adaptée à la description de la diffraction d'ondes courtes. Dans la formulation du principe, nous n'avons pas précisé les conditions aux limites imposées à l'intensité du champ électromagnétique et nous n'avons pas tenu compte de son caractère vectoriel. La question concernant la différence de description des ondes diffractées bi- et tridimensionnelles (problèmes dans le plan et dans l'espace) est fort compliquée ; elle se pose lorsqu'il s'agit de la diffraction d'impulsions non sinusoïdales. Nous examinerons à la fin de ce paragraphe la question d'importance pratique du choix des conditions optimum pour l'observation de la diffraction de Fresnel (corrélations entre la longueur d'onde, les dimensions de l'obstacle et sa distance jusqu'à la source).

Passons à l'étude de la diffraction d'ondes électromagnétiques sur des obstacles de différentes formes géométriques. Les figures de diffraction que l'on observe par diffraction sur une fente, sur le bord d'un écran, etc., présentent des caractères propres. Comme le calcul en est très difficile, un procédé graphique qui permettrait d'étudier les conditions de diffraction et de les comparer aux résultats expérimentaux serait d'une grande utilité. Nous allons exposer une telle méthode graphique en faisant correspondre à chaque vibration élémentaire un certain vecteur.

Il est bien connu que tout vecteur est défini par son module et son orientation déterminée par l'angle qu'elle forme avec une direction de référence. Cet angle caractérise à un instant donné la phase de la vibration. Découpons chaque zone de Fresnel en des régions suffisamment petites pour qu'à l'intérieur de ces régions la phase et l'amplitude du rayonnement qu'elles émettent puissent être considérées comme constantes.

Sur la construction représentée fig. 6.8, *a*, chaque zone de Fresnel était subdivisée en six régions; c'est pourquoi sur le graphique on distingue six vecteurs caractérisant les phases et les amplitudes des vibrations correspondantes; la fig. 6,8, *b* représente la limite de la ligne polygonale, qui est une spirale dont le foyer est en N. Après addition de nos six vecteurs nous devons obtenir le vecteur $\mathbf{E}_{0,1}$: la somme $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_{0,i}$ est alors égale à $\mathbf{E}_0$. Comme nous voulons connaître seulement l'intensité du rayonnement, nous la déterminerons en procédant comme suit.

Le vecteur $\mathbf{E}_{0,1}$ forme un angle de $\pi/2$ par rapport à l'orientation initiale indiquée par l'axe fléché horizontal. Comme les phases des vecteurs $\mathbf{E}_{0,1}$ et $\mathbf{E}_{0,2}$ doivent différer de π, le vecteur $\mathbf{E}_{0,2}$ est antiparallèle au vecteur $\mathbf{E}_{0,1}$. Notre diagramme permet d'obtenir le même résultat que celui que nous a donné le calcul ; si deux zones sont

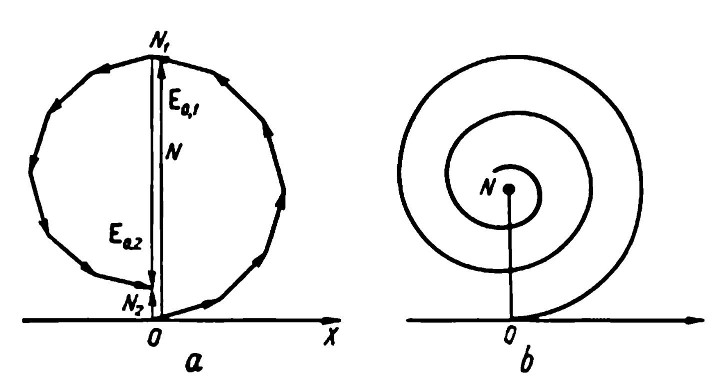


Fig.6.8. Diagramme vectoriel utilisé pour déterminer l'amplitude des vibrations

découvertes, l'éclairement au point P doit être faible puisque l'amplitude de vibration est caractérisée par le segment de droite $ON_2 = E_{0,1} - E_{0,2}$. Quel que soit le nombre de zones découvertes, cette méthode permet de déterminer l'amplitude totale puisque tous les vecteurs sont dirigés suivant une même droite. Ainsi, par exemple, la longueur du segment $ON = E_{0,1}/2$ correspond à un front de l'onde entièrement ouvert en conformité avec le résultat (6.8).

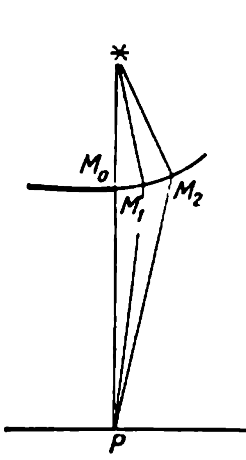


Fig. 6.9. Construction des zones de Fresnel dans le cas d'une diffraction par le bord d'un écran opaque

Appliquons cette méthode à l'étude d'un cas important, celui de la diffraction des ondes par le bord d'un écran opaque. Une première difficulté concerne la construction des zones de Fresnel du front de l'onde. On ne peut plus utiliser des zones annulaires puisque l'écran éliminera automatiquement la moitié de ces zones. On essayera donc de subdiviser la surface d'onde sphérique à l'aide de plans parallèles au bord de l'écran (fig. 6.9). Ces plans doivent être tels que le rayonnement envoyé par chacune des zones soit en opposition de phase avec le rayonnement envoyé par la zone contiguë. Nous poserons donc $M_1P - M_0P = \lambda/2$; $M_2P - M_1P = \lambda/2$, etc. Il est clair que les segments d'arc sont inégaux : $M_0M_1 \neq M_1M_2 \neq M_2M_3$ . . .

Les aires de ces zones sont inégales elles aussi ; elles décroissent d'abord rapidement, puis très lentement. On démontre aisément que le rapport de chacune des aires des zones ainsi définies, à l'aire de la

première zone (M_0M_1) varie comme la suite des nombres :

$$1{,}00 : 0{,}41 : 0{,}32 : 0{,}27 : 0{,}23 : 0{,}22, \ldots$$

Ces rapports doivent inévitablement se répercuter sur la construction de la courbe servant à la détermination de l'amplitude de vibration résultante. Lorsque les aires des zones sont égales (cas de la diffraction sur une ouverture circulaire), la courbe résultante est une spirale. Dans le cas présent, on aboutit à une courbe de forme compliquée ; au début, elle présente une variation lente, puis, lorsque les aires des zones consécutives deviennent approximativement égales,

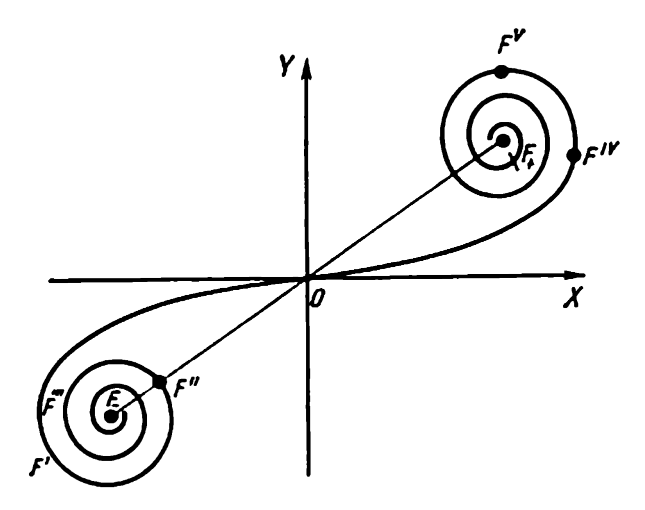


Fig. 6.10. Spirale de Cornu

elle prend la forme d'une spirale dont le foyer est décalé par rapport à l'origine des coordonnées. Si on déplace le bord de l'écran opaque vers la gauche (fig. 6.9) et si on additionne les vibrations envoyées par les zones nouvellement découvertes, on détermine la partie de gauche de la courbe, qui est symétrique de la partie déjà construite. Cette courbe de forme compliquée est appelée *spirale de Cornu* (fig. 6.10). La formule mathématique définissant la spirale de Cornu est connue sous le nom d'*intégrale de Fresnel*

$$F(w) = \int_0^w \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau.$$

Utilisons la spirale de Cornu pour déterminer la répartition de l'intensité lumineuse dans la région intermédiaire qui apparaît entre la plage éclairée et la plage obscure lorsqu'une onde sphérique est diffractée par le bord d'un écran opaque.

La longueur du segment de droite F_-F_+ correspond à un front entièrement découvert. Désignons par E_∞ l'amplitude des vibrations lumineuses en un point P pour le cas où il n'y a pas d'écrans inter-

posés. En présence d'un écran opaque la longueur $OF_+ = F_-F_+/2$ caractérise l'éclairement au point P, à la frontière entre la plage lumineuse et la plage obscure. En ce point l'amplitude de vibration $E_0 = E_\infty/2$ (rappelons que comme $I \sim \langle |E|^2 \rangle$, l'éclairement I_0 en ce point est égal à $I_\infty/4$). Pour déterminer l'éclairement au-delà de la plage obscure, on notera qu'y « contribuent » toute la partie de droite de la spirale de Cornu, ainsi qu'une fraction de sa partie de gauche.

Le segment de droite F_+F' qui est plus long que le segment F_+F_- correspond au maximum d'éclairement ($I' > I_\infty$) et le segment F_+F'', au minimum d'éclairement ($I'' < I_\infty$); le segment F_+F''' définit à nouveau un maximum, mais moins prononcé que le maximum précédent ($I''' > I_\infty$), mais $I''' < I'$).

A l'intérieur de l'ombre géométrique on observe une décroissance graduelle de l'éclairement ($F_+F^{IV} > F_+F^{V}$, etc.). A cet éclairement ne « contribue » que la partie de droite de la spirale de Cornu.

Les maximums et minimums d'éclairement peuvent être calculés par un procédé analytique ou être déterminés graphiquement à l'aide de mesures précises sur la spirale de Cornu. Les valeurs que l'on trouve ainsi sont nettement différentes de l'éclairement de l'écran de projection loin de la région de démarcation des plaques claire et obscure. C'est ainsi que I' est plus d'un tiers plus grand que I_∞ (fig. 6.11). L'expérience est en bon accord avec la théorie. Dans le présent cas, de même que dans le cas d'une diffraction par une ouverture circulaire, la répartition d'éclairement ne dépend pas de la nature du matériau de l'écran opaque.

On remarquera que tous nos calculs et constructions graphiques des systèmes de franges de diffraction ne sont valables que pour une source lumineuse dont le front d'onde est circulaire où l'énergie est répartie uniformément (diffraction de Fresnel). Si l'étendue de la source lumineuse est suffisamment petite pour pouvoir être assimilée à une source ponctuelle, les résultats expérimentaux sont conformes aux résultats du calcul. Mais si on modifie les conditions expérimentales, les résultats ne seront plus conformes à la théorie que nous avons exposée. A titre d'exemple, la fig. 6.12 représente une photographie d'une expérience de diffraction d'un rayonnement laser sur le bord d'un écran opaque. On observe nettement le système de franges de diffraction, mais le rapport des intensités dans les maximums et les minimums diffère fortement de la répartition représentée fig. 6.11 ; la raison en est que dans le cas d'un rayonnement laser la répartition de l'énergie lumineuse le long du front d'onde sphérique n'est pas uniforme.

Des écarts analogues par rapport à la théorie sont également observés dans le cas d'ondes radio ultra-courtes. On peut notamment observer un système de franges de diffraction bien net en diffractant un rayonnement OUC par le bord d'un écran quelconque ; la répartition des intensités diffère cependant de celle que l'on calcule pour le cas

d'un front d'onde sphérique puisqu'un klystron émet une onde qui ressemble plus à une onde plane qu'à une onde sphérique. On doit en tenir compte lorsqu'on cherche à analyser cette expérience aussi simple que spectaculaire.

Il est bien évident que si on utilise deux écrans juxtaposés, entre lesquels subsiste une fente, on peut observer un effet de diffraction

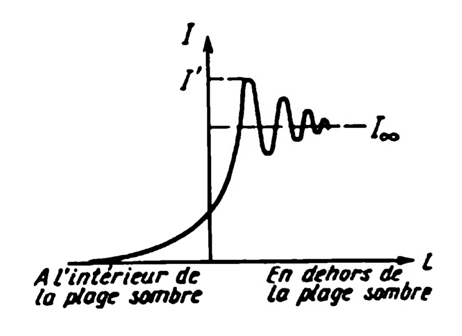


Fig. 6.11. Variation de l'intensité I d'une figure de diffraction en fonction de la distance l du bord de l'écran

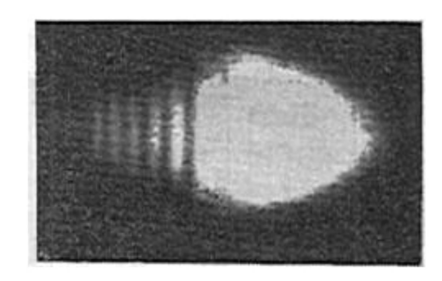


Fig. 6.12. Photographie d'une image de diffraction d'un rayonnement laser par le bord d'un écran opaque

illustré (à une échelle intentionnellement déformée) par la fig. 6.13. Ce graphique a été établi en supposant que la fente était suffisamment large pour que l'action exercée par chacun des écrans soit indépendante. Il est très difficile d'observer un tel effet de diffraction dans la

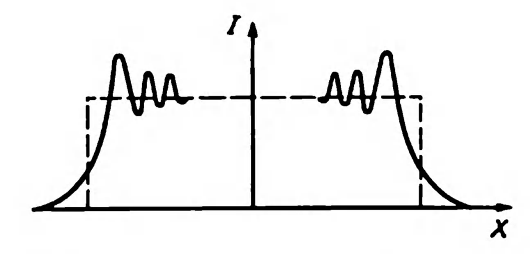


Fig. 6.13. Répartition de l'intensité lumineuse dans le cas d'une diffraction par une fente large

En pointillé — répartition de l'intensité lumineuse selon les prévisions de l'optique géométrique. L'échelle suivant l'axe X est fortement agrandie

gamme optique, vu la petitesse de la longueur d'onde du rayonnement. L'étendue de la région intermédiaire entre la plage éclairée et la plage obscure où se manifeste l'effet de diffraction est trop petite pour se laisser observer. En étudiant la répartition d'intensité d'une façon un peu superficielle, on arrive à conclure que l'image de la fente se laisse décrire simplement par les lois de l'optique géométrique. Cependant lorsqu'on rapproche les écrans (la fente devenant alors plus étroite) les franges de diffraction des deux systèmes se superposent et, dans certaines conditions, l'image de la fente s'étale,

et ce d'autant plus que la fente devient plus étroite ; la contradiction avec l'optique géométrique devient alors flagrante (fig. 6.14).

Nous ne faisons que mentionner ici ces différentes observations reportant au § 6.3 l'étude quantitative du problème de la diffraction par une fente. Pour l'instant, il importe de dégager le principal résultat de ces expériences : le phénomène de diffraction donne lieu à des distorsions des images qui ne peuvent être expliquées que par l'optique ondulatoire.

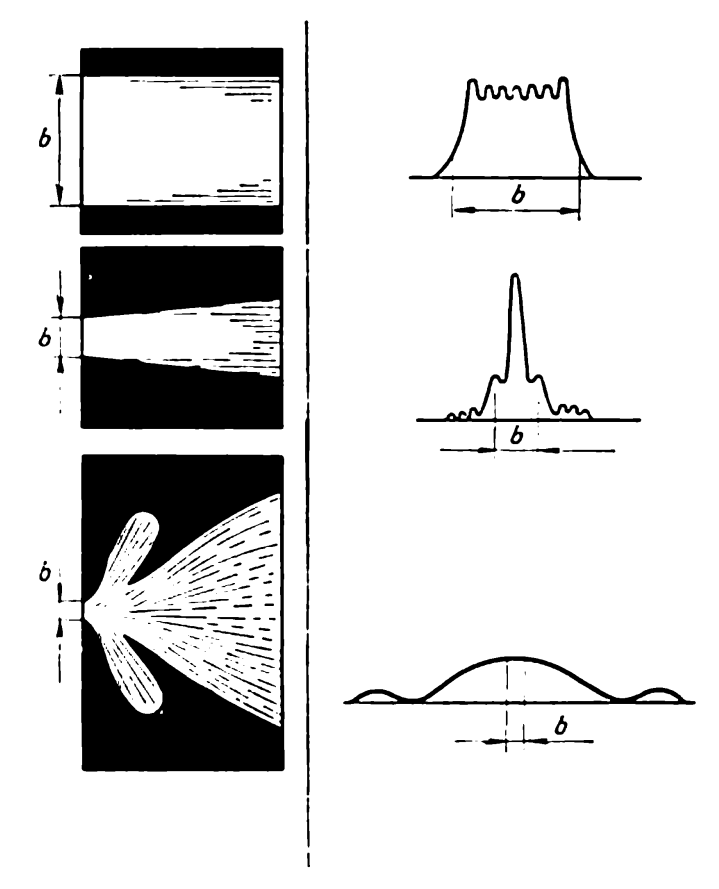


Fig. 6.14. **Répartition de** l'intensité lumineuse par suite de diffraction par des fentes de différentes largeurs

L'échelle verticale de la figure du bas est fortement accrue par comparaison avec les deux autres courbes

Notons que jusqu'à présent nos considérations sur les liens entre l'optique géométrique et l'optique ondulatoire étaient toutes qualitatives. Montrons qu'à l'aide des évaluations que nous avons faites en nous basant sur le principe d'Huygens-Fresnel, cette question peut être précisée.

Lorsqu'on étudie la diffraction par une ouverture circulaire, ou par une fente longue et étroite, on indique généralement les dimensions de l'obstacle (rayon de l'ouverture, largeur de la fente, etc.) et la longueur d'onde λ du rayonnement. Si on compare, par exemple, les

figures de diffraction produites, d'une part, par des ondes de lumière et, d'autre part, par des OUC dont les longueurs d'onde diffèrent de 100 000 fois, le lecteur pourrait être induit à penser que les conditions de formation des franges de diffraction à partir d'une source ponctuelle ne dépendent que du rapport de la longueur d'onde à l'étendue de l'obstacle. Ce malentendu n'est que trop fréquent. En réalité, il faut tenir compte d'un troisième paramètre qui est la distance entre la source et l'obstacle (ou encore la distance entre l'obstacle et l'écran sur lequel on observe le système de franges de diffraction). L'approximation à l'optique géométrique dépend en effet du nombre de zones de Fresnel que l'on peut disposer sur l'obstacle considéré. Si les dimensions linéaires de l'obstacle sont comparables à l'étendue d'une zone de Fresnel (son rayon étant égal, par exemple, à $r_1 = \sqrt{a_1 a_2 \lambda/(a_1 + a_2)}$), on peut s'attendre à ce que les propriétés ondulatoires du rayonnement arrivent à se manifester. Mais si les dimensions de l'obstacle sont beaucoup plus grandes que l'étendue de la zone, il devient difficile de mettre en évidence l'existence d'une diffraction, et l'image est conforme aux prédictions de l'optique géométrique.

On peut alors poser $a_1 = a_2 = \rho$ et comparer la dimension D de l'obstacle à la quantité $\sqrt{\rho\lambda}$ caractérisant (à $\sqrt{2}$ près) la dimension linéaire de la zone de Fresnel.

Par conséquent ce sont les grandeurs D, ρ et λ qui déterminent les conditions de diffraction, et c'est la corrélation entre ces grandeurs qui détermine le passage de l'optique ondulatoire à l'optique géométrique. Pour la commodité de l'exposé, introduisons la notion de paramètre de diffraction $p = \sqrt{\rho\lambda}/D$. La signification physique de ce paramètre est parfaitement évidente. Il caractérise le rapport entre la dimension linéaire d'une zone de Fresnel et celle de l'obstacle interposé (ou de l'ouverture dans cet obstacle).

Dans le cas où $D \gg \sqrt{\rho\lambda}$, $p \to 0$. On dira que dans ce cas la fente (ou toute autre ouverture) est large. Lorsque $D \approx \sqrt{\rho\lambda}$ et $p \neq 0$, on dira que la fente est étroite (obstacle de petite dimension). Il est clair que lorsque $p \to 0$, il est difficile de mettre en évidence les effets de diffraction, et on peut dire alors que les lois de l'optique géométrique sont vérifiées. Dans le cas où $D \approx \sqrt{\rho\lambda}$ et $p \neq 0$, ce sont les propriétés ondulatoires qui prévalent. Ainsi, par exemple, nous avons indiqué que lorsqu'une seule zone de Fresnel est découverte, l'éclairement au centre du système de franges de diffraction est quatre fois plus grand que si le front de l'onde était tout entier découvert.

On en tire plusieurs conclusions ayant une importance de principe.

1. Lorsque $\lambda \to 0$, on a $D \gg \sqrt{\rho\lambda}$. Par conséquent, la condition $\lambda \to 0$ peut être considérée comme le principal critère de passage de l'optique ondulatoire à l'optique géométrique. En effet, le paramè-

tre de diffraction est alors petit pour toutes les distances finies; les conditions d'observation sont telles qu'il est difficile de remarquer les effets ondulatoires.

On peut utiliser les lois de l'optique géométrique dans tous les cas où l'estimation $\lambda \to 0$ est valable. On peut cependant se trouver en présence d'une situation contradictoire; le calcul concernant le système tout entier doit tenir compte du phénomène d'interférence, mais on ne tient pas compte des pertes de lumière dues à la diffraction, puisqu'elles sont très faibles. C'est dans cette approximation que nous avons effectué le calcul des interférences à ondes multiples au § 5.8.

2. Lorsque λ est grand, mais ρ est petit, on aura encore $D \gg \sqrt{\rho\lambda}$ et $p \to 0$. Cela signifie qu'à courtes distances, l'optique géométrique reste valable, mais à mesure que ρ augmente, on doit tenir compte de la diffraction. La détermination du paramètre $p = \sqrt{\rho\lambda}/D$ permet de formuler un critère quantitatif de la mesure dans laquelle ces différents effets se manifestent dans l'expérience. Cette dernière remarque démontre l'opportunité des considérations qualitatives développées dans ce paragraphe (par exemple, en analysant les résultats illustrés par la fig. 6.6, nous avons affirmé que l'écran d'observation devait se trouver à une distance de 10-15 m).

3. Il est clair que si on change la distance ρ de q fois et l'étendue de l'obstacle D de $\sqrt{q}$ fois, le paramètre de diffraction $p = \sqrt{\rho\lambda}/D$ ne sera pas changé, et les conditions d'observation de l'effet de diffraction resteront les mêmes. Ces considérations ont servi de base pour l'énoncé de la règle de *similitude de la diffraction* qui a été bien illustrée au début du XXe siècle par les expériences du physicien russe V.K. Arkadiev. Si on utilise un écran circulaire de la taille d'une assiette, on peut observer à une distance de 7 km une figure de diffraction bien nette (tache de Poisson au centre, etc.). Arkadiev a montré que si on diminue de 13 fois le rayon de l'obstacle, on pourra observer une image de diffraction aussi nette dans un laboratoire avec $\rho \approx 40$ m ($\sqrt{7000/40} \approx 13$).

§ 6.2. Principes fondamentaux de l'optique géométrique

La condition du passage de l'optique ondulatoire à l'optique géométrique ($\lambda \to 0$) que nous avons énoncée ci-dessus résulte directement des principes fondamentaux de la théorie classique de la diffraction. Rappelons qu'à cette limite, les dimensions linéaires de l'obstacle sont beaucoup plus grandes que les dimensions de n'importe quelle zone de Fresnel et que les effets de diffraction seront alors parfaitement négligeables. La conséquence en est que si on mesure, par exemple, l'intensité de la lumière qui a passé à travers l'ouver-

ture considérée, il est difficile de déceler la présence de maximums et de minimums d'intensité à la frontière de la plage éclairée et de la plage obscure. La description des résultats dans le cadre de l'optique géométrique est alors conforme à l'expérience. Il reste cependant à préciser dans quelle mesure une telle description est conforme à la théorie électromagnétique de la lumière, et quelle est la place qu'occupe l'optique géométrique dans cette théorie. Pour répondre à ces questions, nous allons examiner l'interdépendance de l'optique ondulatoire et de l'optique géométrique. Commençons par démontrer que les équations de la théorie électromagnétique de la lumière comportent une solution convenant à la description des constructions de l'optique géométrique, qui utilise le concept de *rayons*, qui dans un milieu optiquement homogène sont rectilignes.

La caractéristique d'une onde électromagnétique plane est que sa direction de propagation et son amplitude sont partout les mêmes. Dans le cas général les ondes électromagnétiques ne jouissent pas de ces propriétés. Néanmoins, dans nombre de cas, on peut assimiler une onde électromagnétique à une onde plane si on ne considère qu'une petite région de l'espace. On peut le faire chaque fois que l'amplitude et la direction de propagation de l'onde ne changent pas sur une distance comparable à la longueur d'onde. Si cette condition est satisfaite, on peut introduire des surfaces d'onde qui sont des surfaces en tout point desquelles la phase de l'onde a la même valeur à un instant donné. Les surfaces d'onde d'une onde plane sont des plans perpendiculaires à la direction de propagation (rayon lumineux). Par suite, on peut parler, dans le cas général, de direction de propagation de l'onde à l'intérieur d'une petite région de l'espace en admettant que cette direction de propagation est perpendiculaire à la surface d'onde ; on peut alors utiliser le concept de rayons lumineux qui sont des lignes en tout point desquelles les tangentes coïncident avec la direction de propagation de l'onde. Cette approximation ($\lambda \to 0$) devient particulièrement intéressante pour l'optique géométrique puisque sur une distance infiniment courte toute onde est équivalente à une onde plane.

Le champ électromagnétique d'une onde plane monochromatique est défini par l'équation

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\ t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t},$$

où

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \varepsilon e^{i\mathbf{kr}} = \varepsilon e^{ik_0 n(\mathbf{sr})}. \tag{6.11}$$

Dans l'équation (6.11) figure le vecteur unité $\mathbf{s}$ du rayon qui est défini par $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$. Il est évident que dans un milieu isotrope

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{s} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n\mathbf{s} = k_0 n\mathbf{s}.$$

Dans le cas le plus général d'un champ monochromatique on peut introduire une nouvelle fonction S (r) appelée *iconale* que nous considérerons comme finie et continue dans une région donnée de l'espace.

Nous définissons la fonction S (r) par l'égalité

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})\, e^{ik_0 S(\mathbf{r})}. \tag{6.12}$$

Pour une petite région de l'espace, on peut développer S (r) en série et ne conserver que les termes de premier ordre

$$S(\mathbf{r}) = S_0 + \mathbf{r}\left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}}\right)_0 = S_0 + \mathbf{r}\,(\mathrm{grad}\, S)_0$$

En disposant l'origine des coordonnées à l'intérieur de cette petite région de l'espace, nous adopterons les valeurs de $(\mathrm{grad}\, S)_0$ et de la fonction ε (r) qui correspondent à l'origine des coordonnées. L'amplitude d'une onde électromagnétique quelconque sera alors donnée par

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \underbrace{\varepsilon(0)\, e^{ik_0 S_0}}_{\varepsilon} e^{ik_0(\mathbf{r}\,\mathrm{grad}\, S)}. \tag{6.13}$$

A l'intérieur d'une région où on peut ne conserver dans le développement de S (r) que les termes du premier ordre, la dépendance de l'amplitude d'une onde monochromatique avec les coordonnées est de la même forme que celle d'une onde plane. De ce fait, en identifiant (6.11) et (6.13), on obtient des formules connues sous le nom d'*équations iconales*:

$$n\mathbf{s} = \mathrm{grad}\, S, \quad \text{ou} \quad (\mathrm{grad}\, S)^2 = n^2. \tag{6.14}$$

Il s'ensuit de ces équations que le vecteur unitaire s d'un rayon peut être calculé par la formule

$$\mathbf{s} = \frac{\mathrm{grad}\, S}{\sqrt{(\partial S/\partial x)^2 + (\partial S/\partial y)^2 + (\partial S/\partial z)^2}}.$$

Examinons les conclusions que l'on peut tirer des équations (6.14).

Si l'indice de réfraction a même valeur en tout point de l'espace (n = const), les rayons se propageant dans ce milieu optiquement homogène seront rectilignes. L'une des solutions parmi les plus simples de l'équation iconale est la fonction linéaire $S = n(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z)$, où α_1, α_2, α_3 sont les cosinus directeurs vérifiant toujours l'égalité $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$. Il s'ensuit que cette solution de l'équation (6.14) comporte deux constantes arbitraires, ce qui signifie que cette solution est l'équation d'un plan. Par conséquent la famille des normales constitue dans ce cas un système de rayons parallèles.

Une solution de (6.14) comportant un point singulier (pour n = const) est $S = nr$ avec $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Dans ce cas, grad $S = n/r$ et la famille des normales forme un système de rayons diver-

gents issus du point $r = 0$, qui sont orthogonaux aux surfaces de même phase d'une onde sphérique.

L'équation (6.14) permet de déterminer l'incurvation que subit un rayon lumineux se propageant dans un milieu non homogène. Pour que les choses soient plus évidentes, transformons l'équation (6.14) de manière à expliciter la variation de la courbure du rayon en fonction du gradient de l'indice de réfraction.

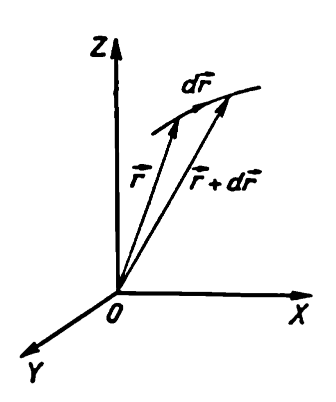


Fig. 6.15. Construction utilisée pour déduire la formule (6.16) de l'équation iconale

Désignons par $d\mathbf{r}$ (fig. 6.15) l'incrément du rayon vecteur $\mathbf{r}$ reliant l'origine des coordonnées à un point du rayon lumineux. Désignons par dl l'accroissement de l'arc du rayon. On a alors $d\mathbf{r}/dl = \mathbf{s}$ et l'équation du rayon s'écrit

$$n\frac{d\mathbf{r}}{dl} = \operatorname{grad} S. \qquad (6.15)$$

La dérivée $\frac{dS}{dl} = \frac{dS}{d\mathbf{r}}\frac{d\mathbf{r}}{dl} = \operatorname{grad} S\,\frac{d\mathbf{r}}{dl}$. En multipliant les deux membres de (6.15) par grad S et en comparant le résultat avec l'équation iconale (6.14) on voit que

$$\frac{dS}{dl} = n. \qquad (6.16)$$

Cette équation montre encore une fois que dans un milieu optiquement homogène les rayons lumineux forment une famille de droites. Des calculs simples permettent d'obtenir des corrélations plus concrètes. Différentions par rapport à l l'équation (6.14): $\frac{d}{dl}(n\mathbf{s}) = \frac{d}{dl}(\operatorname{grad} S)$. Le deuxième membre se laisse transformer: $\frac{d}{dl}(\operatorname{grad} S) = \operatorname{grad}\frac{dS}{dl} = \operatorname{grad} n$. En explicitant la dérivée figurant dans le premier membre, on a

$$\frac{d}{dl}(n\mathbf{s}) = \frac{dn}{dl}\mathbf{s} + n\frac{d\mathbf{s}}{dl},$$

où

$$\frac{dn}{dl} = \frac{dn}{d\mathbf{r}}\frac{d\mathbf{r}}{dl} = (\operatorname{grad} n)\,\mathbf{s}.$$

On a alors:

$$\frac{d\mathbf{s}}{dl} = \frac{1}{n}\left[\operatorname{grad} n - \mathbf{s}\,(\mathbf{s}\operatorname{grad} n)\right]. \qquad (6.17)$$

La dérivée $d\mathbf{s}/dl = \mathbf{N}/R$ où $\mathbf{N}$ est le vecteur unité de la normale au rayon et R est le rayon de courbure du rayon. Il est clair que $(\mathbf{N}\mathbf{s}) = 0$. En multipliant les deux membres de (6.17) par $\mathbf{N}$ on ob-

tient finalement

$$\frac{1}{R}=\frac{\mathrm{N\,grad}\,n}{n}. \tag{6.18}$$

Cette égalité montre que le rayon s'incurve du côté de l'accroissement de l'indice de réfraction et que sa courbure augmente avec l'accroissement du gradient de l'indice de réfraction, donc avec l'inhomogénéité optique du milieu. Connaissant la loi de variation de l'indice de réfraction $n(x, y, z)$ on peut calculer à l'aide de la formule (6.18) la courbure des rayons dans le milieu considéré.

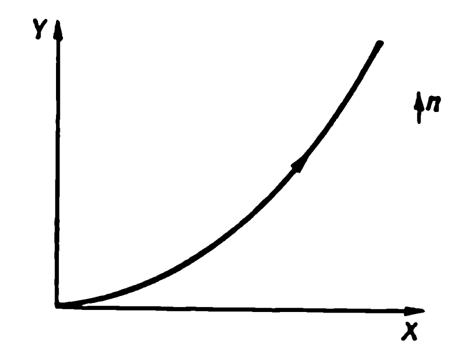


Fig. 6.16. Trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu dont l'indice de réfraction croît le long de l'axe Y

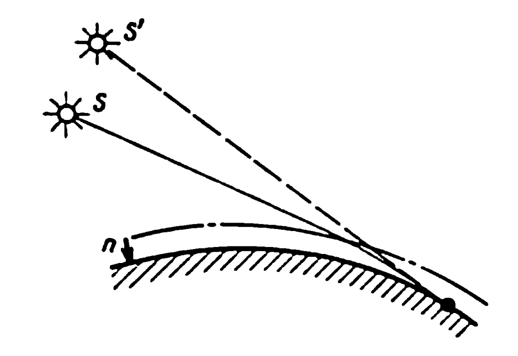


Fig. 6.17. Positions apparente S' et réelle S du Soleil observé de la Terre
L'indice de réfraction de l'air diminue avec l'altitude

Une approximation simple permet de traiter nombre de problèmes intéressants. Supposons, par exemple, que l'indice de réfraction n'est fonction que d'une seule coordonnée $n = n(y) = n_0(1 + \alpha y)$. L'incurvation d'un rayon initialement dirigé le long de l'axe X (fig. 6.16) sera alors décrite par une chaînette qui pour de petites valeurs de x est décrite avec une bonne approximation par l'équation de la parabole $y = \frac{1}{2}\alpha x^2$.

Dans le cadre de cette approximation on arrive à expliquer les effets de « mirage » lorsque dans un désert, par grande chaleur, un homme « voit », par exemple, une nappe d'eau se trouvant a très grande distance. La surchauffe du sol provoque une inhomogénéité des couches d'air adjacentes dont la densité (et par suite l'indice de réfraction) augmente avec leur éloignement du sol. On peut estimer avec une bonne approximation qu'au voisinage du sol l'indice de réfraction varie linéairement avec l'altitude et provoque ainsi une incurvation des rayons lumineux.

Le même raisonnement explique l'incurvation des rayons du Soleil couchant dans les couches supérieures de l'atmosphère. Mais dans ce cas l'indice de réfraction diminue à mesure qu'augmente l'altitude, les rayons s'incurvent alors comme indiqué fig. 6.17. et le Soleil couchant paraît se trouver plus haut qu'en réalité. Il peut même arriver qu'un observateur au sol voit le Soleil qui en fait est déjà plus bas que l'horizon. L'explication physique de ces phénomènes est parfaitement claire, mais on doit néanmoins tenir compte des facteurs psycholo-

giques liés à ce que l'on est tellement habitué à l'idée que dans un milieu homogène les rayons lumineux se propagent en ligne droite, qu'on l'applique aux cas plus compliqués où les rayons s'incurvent.

Pour donner une base à l'optique géométrique on utilise plusieurs postulats ou principes. On utilise notamment le *principe du plus court chemin optique* (ou du plus court temps de parcours) qui a été formulé par Fermat au XVIIe siècle. Montrons que ce principe découle des équations de la théorie électromagnétique de la lumière pour $\lambda \to 0$. Partons de l'équation (6.14) et intégrons-la le long d'une courbe quelconque reliant deux points A et B:

$$\int_A^B n(\mathbf{s}\, d\mathbf{r}) = \int_A^B \frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}}\, d\mathbf{r} = S(B) - S(A). \qquad (6.19)$$

Il est clair que l'intégrale figurant dans le membre de gauche de (6.19) ne dépend pas de la forme du chemin d'intégration entre A et B et a pour valeur la différence des iconals en ces points. Cette égalité est connue sous le nom d'*invariant intégral de Lagrage.*

Appelons *chemin optique* d'une courbe reliant A et B l'intégrale

$$\int_A^B n\, dl. \qquad (6.20)$$

Dans le cas où la courbe considérée représente un rayon réel passant par les points A et B le chemin optique (6.20) coïncide avec l'invariant intégral de Lagrange (6.19). En effet, l'intégration le long du rayon $\frac{d\mathbf{r}}{dl} = \mathbf{s}$ et le membre de gauche de (6.19) s'écrit:

$$\int_A^B n(\mathbf{s}\, d\mathbf{r}) = \int_A^B n(\mathbf{s}\mathbf{s})\, dl = \int_A^B n\, dl. \qquad (6.21)$$

On peut montrer que le chemin optique le long de toute autre courbe passant par les points A et B sera plus grand que $S(B) -$ $- S(A)$, donc que le chemin optique du rayon réel. D'après les propriétés du produit scalaire $\mathbf{s}\, d\mathbf{r} \leqslant dl$ et par suite

$$S(B) - S(A) = \int_A^B n(\mathbf{s}\, d\mathbf{r}) \leqslant \int_A^B n\, dl. \qquad (6.22)$$

Cette égalité n'est vérifiée que si les directions de $\mathbf{s}$ et $d\mathbf{r}$ coïncident en tout point de la courbe, ce qui ne se produit que pour le rayon réel.

Nous arrivons ainsi au principe de Fermat selon lequel le chemin optique d'un rayon réel entre deux points A et B est plus court que le chemin optique le long de toute autre courbe reliant entre eux ces

mêmes points. Comme $dl = \frac{c}{n} dt$, on a

$$\int_A^B n\,dl = c \int_A^B dt. \tag{6.23}$$

Le chemin optique entre les points A et B d'une courbe est proportionnel au temps que met la lumière pour parcourir ce chemin. On peut donc formuler le principe de Fermat également comme le *principe du moindre temps de parcours*: de tous les chemins disponibles, la lumière choisit celui qui nécessite le moindre temps de parcours.

On notera que pour établir le principe de Fermat nous avons supposé que, dans la région de l'espace considérée, par chaque point

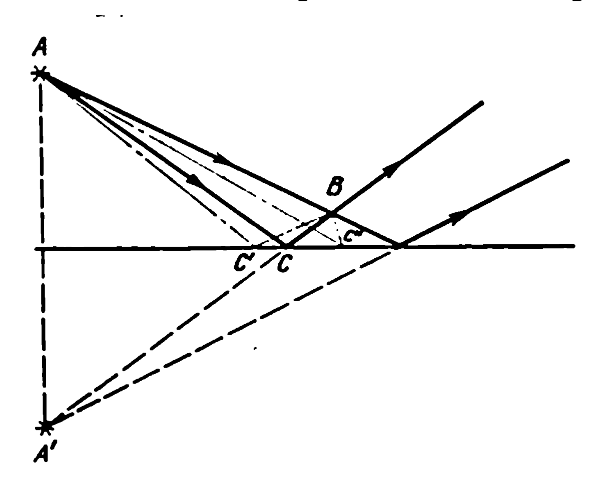


Fig. 6.18. Réflexion dans un miroir plan de la lumière émise par une source ponctuelle A et construction de son image virtuelle A'

ne passe qu'un seul rayon. Ce faisant, nous avons rejeté l'étude des cas d'importance pratique, comme celui du champ de rayons émanés par une source ponctuelle A dans un milieu homogène et réfléchis par un miroir plan (fig. 6.18) et où par tout point B passent deux rayons. Le chemin optique du rayon direct AB est alors absolument minimal, tandis que celui du rayon réfléchi CB n'est minimal que par rapport aux chemins optiques le long de courbes voisines du rayon (par exemple, la courbe $AC'B$).

Pour pouvoir traiter de tels cas, on exprime le *principe de Fermat* sous une autre forme: le rayon lumineux réel se distingue des autres trajets reliant deux points A et B donnés en ce que le chemin optique $\int_A^B ndl$, qui lui correspond, a une valeur *stationnaire* en ce sens qu'une petite variation de la trajectoire (par exemple, variation du point d'impact sur le miroir) n'entraîne pas, au premier ordre, de variation du chemin optique. En d'autres termes, la lumière ne passe que par

un seul chemin optique parmi plusieurs trajets, presque égaux, qui lui sont offerts. Mathématiquement cela signifie que pour le rayon réel, la première variation de l'intégrale (6.20) doit être nulle $\left(\delta \int\limits_A^B n dl = 0\right)$. La généralité de cette méthode se révèle pleinement en mécanique analytique, mais initialement elle a été mise en œuvre pour la description de phénomènes optiques.

Le principe de Fermat est souvent utilisé pour justifier les lois de l'optique géométrique. Il permet en effet d'établir simplement les

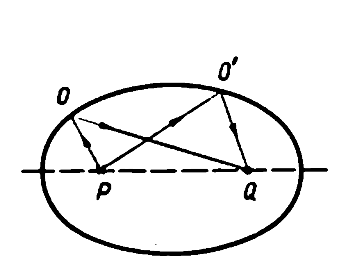


Fig. 6.19. Construction pour la détermination des conditions de focalisation de la lumière réfléchie par un miroir elliptique

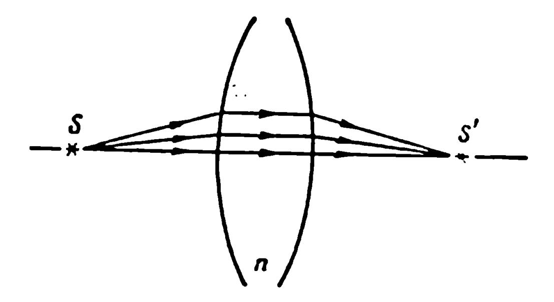


Fig. 6.20. Focalisation par une lentille de l'image de la source ponctuelle de lumière S

lois de réflexion et de réfraction de la lumière à la surface de séparation de deux milieux. On doit remarquer qu'en théorie électromagnétique de la lumière ces lois résultent directement des conditions aux limites des équations de Maxwell; par ailleurs les considérations développées dans ce paragraphe montrent que le principe de Fermat lui-même peut être considéré comme un corollaire de cette théorie générale.

La mise en œuvre du principe de Fermat facilite parfois la résolution de problèmes d'optique. Ainsi, par exemple, les conditions de focalisation d'une lumière réfléchie par un miroir elliptique s'en déduisent d'une manière évidente. L'image d'un point lumineux, situé au foyer P d'un ellipsoïde de révolution, se retrouve toujours dans l'autre foyer Q puisque la longueur totale $PO + OQ$ reste constante quelle que soit la position du point O sur la surface de l'ellipsoïde (fig. 6.19). Il est tout aussi facile d'expliquer l'action focalisante d'une lentille, puisque la longueur totale du chemin optique dans le verre et dans l'air est toujours la même (fig. 6.20).

En résumé, on peut affirmer que l'introduction de l'iconal conjointement avec les équations fondamentales que nous avons établies pour $\lambda \to 0$, nous ont permis de démontrer de façon rigoureuse la corrélation entre l'optique géométrique et la théorie électromagnétique de la lumière. Simultanément nous sommes arrivés à la

conclusion que les postulats utilisés pour fonder les constructions et les lois de l'optique géométrique (le principe de Fermat notamment) doivent être considérés comme des corollaires de la théorie générale de propagation des ondes électromagnétiques; l'utilisation de ces postulats n'est dictée que parce qu'ils sont d'un emploi commode pour la résolution de certains problèmes.

Les corrélations (6.14) et (6.18) sont utiles pour l'étude de problèmes compliqués concernant la propagation de la lumière dans les milieux optiquement inhomogènes. Dans les cas plus simples, il suffit de mettre en œuvre les lois de réflexion et de réfraction. Pour déterminer les conditions de focalisation des faisceaux optiques et

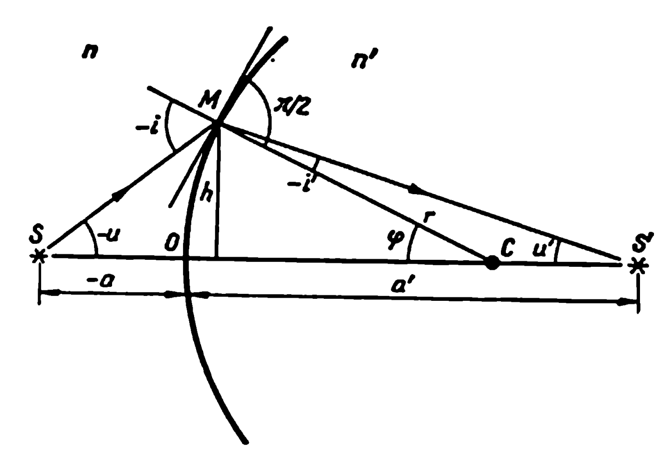


Fig. 6.21. Réfraction de la lumière par une surface sphérique

réaliser les constructions des images, on utilise certains artifices aptes à simplifier le travail. Une contribution importante au développement de l'optique géométrique a été fournie par le grand mathématicien Gauss. C'est pour cela que cette partie de l'optique est parfois désignée sous le nom d'*optique gaussienne.*

Pour construire l'image d'un objet et pour établir les principales formules de l'optique géométrique on considère généralement des faisceaux lumineux *homocentriques* (issus d'un point). Les rayons constituant ces faisceaux doivent former avec l'axe optique du système des angles petits (rayons dits *paraxiaux*). Pour ces rayons on peut substituer au sinus ou à la tangente de l'angle, l'angle qu'il forme avec l'axe optique, ce qui simplifie les calculs. Pour décrire les constructions on utilise un artifice commode connu sous le nom de « règle des signes » selon laquelle toutes les distances sont mesurées à partir de la surface de séparation des deux milieux, avec la convention que les distances qui sont dirigées en sens inverse du sens de propagation du rayon sont considérées comme négatives. En outre, on affecte des signes aux angles; un angle est considéré comme positif si partant de l'axe optique du système on progresse dans le sens

des aiguilles d'une montre, et comme négatif si on doit tourner en sens inverse.

Pour illustrer la mise en pratique de ces conventions, considérons le problème suivant de l'optique géométrique: la réfraction de la lumière sur une surface sphérique séparant deux milieux optiquement homogènes, l'un d'indice de réfraction n et l'autre d'indice de réfraction n' (fig. 6.21). La loi de réfraction des rayons lumineux s'exprime par

$$n(-i) = n'(-i'). \quad (6.24)$$

Compte tenu des notations des angles, des distances et des signes indiquées sur la fig. 6.21, on écrira

$$n(\varphi - u) = n'(\varphi - u'). \quad (6.25)$$

Il s'ensuit du dessin que $-u = -h/a$; $u' = h/a'$; $\varphi = h/r$. En portant ces valeurs dans (6.25) et en groupant les différents termes, on obtient

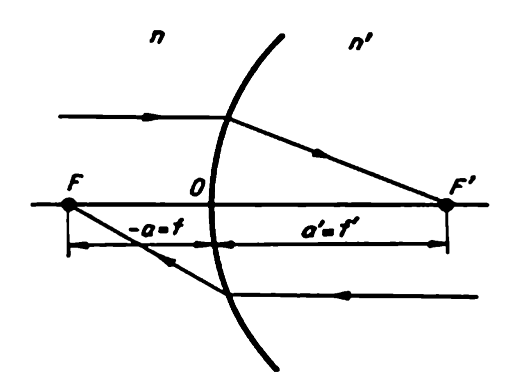


Fig. 6.22. Détermination des foyers d'une surface sphérique

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'-n}{r}. \quad (6.26)$$

La quantité $\Phi = (n' - n)/r$ est appelée *force optique* de la surface réfringente. L'égalité (6.26) devient

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \Phi. \quad (6.27)$$

Cette égalité se laisse écrire sous une forme symétrique en y introduisant les distances focales que l'on définit de la manière suivante (fig. 6.22).

Posons $-a = \infty$, on a alors

$$a' = \frac{n'r}{n'-n} = f'. \quad (6.28a)$$

Si on pose $a' = \infty$, on a

$$-a = \frac{nr}{n'-n} = f. \quad (6.28b)$$

Les grandeurs f et f' sont respectivement appelées *distances focales avant* et *arrière*. On voit que leurs valeurs sont entièrement déterminées par les valeurs n et n' des indices de réfraction et par la courbure de la surface réfringente. Les points F et F' sont les *foyers avant* et *arrière* de cette surface. Il est évident que $f'/f = -n'/n$.

En utilisant cette construction on peut mesurer les distances par rapport aux foyers avant et arrière (x et x' sur la fig. 6.23) et non par rapport à la surface réfringente. On peut maintenant mettre (6.26) sous la forme d'une égalité symétrique connue sous le nom de *formule de Newton*

$$xx' = ff'. \tag{6.29}$$

En comparant (6.27) et (6.29) on constate que la force optique Φ de la surface réfringente dépend de ses distances focales

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}. \tag{6.30}$$

Ces résultats se laissent aisément généraliser à d'autres problèmes. Ainsi, par exemple, dans le cas d'un miroir sphérique on peut

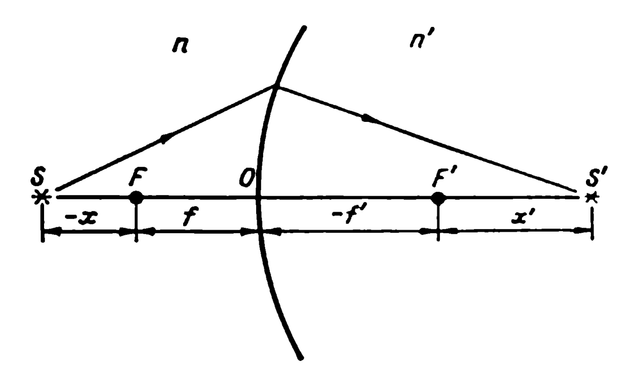


Fig. 6.23. Indexation des distances mesurées à partir des foyers d'une surface sphérique

poser que i' est l'angle de réflexion, et $n' = -n$. La loi de réfraction des rayons lumineux se ramène alors à la loi de réflexion $i = -i'$; la formule (6.26) se transforme en une expression qui permet de déterminer, connaissant la position de l'objet, la position de l'image créée par le miroir sphérique:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{2}{r}. \tag{6.31}$$

En utilisant ces mêmes notations on déduit aisément les formules concernant l'agrandissement linéaire $\beta = y'/y$ dans la construction d'une image. La construction représentée fig. 6.24 permet d'établir la principale corrélation connue sous le nom d'*invariant de Lagrange-Helmholtz*:

$$y'n'u' = ynu. \tag{6.32}$$

Considérons maintenant un système de surfaces incurvées dont les centres de courbure sont disposés sur une même droite. Il apparaît que toutes les formules que nous venons d'établir (la formule (6.32), par exemple) sont valables pour ce cas général, à condition

d'introduire les concepts de foyers et de plans principaux du système; leur définition apparaît clairement de la fig. 6.25.

Tout cela montre que la théorie de Gauss permet de déduire toutes les corrélations requises pour calculer la position et les dimensions des images données par des lentilles (qui comportent deux surfaces) ou des objectifs constitués de plusieurs surfaces incurvées

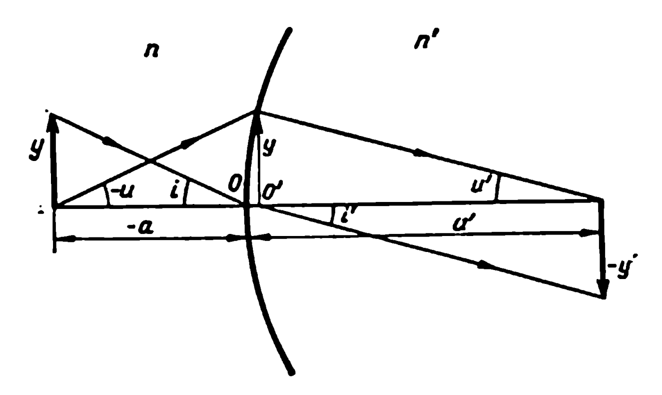


Fig. 6.24. Construction illustrant l'invariant de Lagrange-Helmholtz

centrées. Si toutes les conditions énumérées ci-dessus sont respectées (rayons homocentriques paraxiaux, la dispersion n (λ) de la matière est négligée), l'optique géométrique fournit pour ces systèmes idéaux une image absolument fidèle d'un objet plan. Or comme les systèmes optiques réels diffèrent des systèmes idéaux, on voit apparaître des erreurs (aberrations). D'autre part, la nature ondulatoire de la lumière exige que soient pris en compte les effets de diffraction sur tous les écrans et sur toutes les ouvertures du système optique; nous montrerons plus loin que la prise en compte de ces effets est indispensable pour évaluer la limite du pouvoir séparateur des instruments d'optique. Ces questions seront traitées au § 6.9.

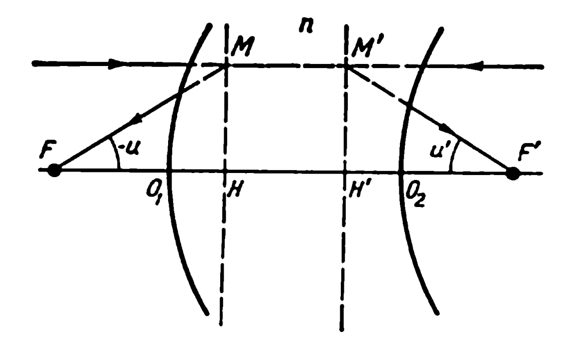


Fig. 6.25. Construction des plans principaux MH et $M'H'$ d'un système de deux surfaces centrées

Les données que nous venons de présenter nous paraissent suffisantes pour caractériser aussi bien les fondements de l'optique géométrique que ses liens avec la théorie électromagnétique de la lumière; de même les bases de la construction des images que nous avons données doivent suffire pour résoudre différents problèmes d'optique géométrique.

§ 6.3. Diffraction d'ondes planes sur des ouvertures de formes diverses

La mise en œuvre du principe d'Huygens-Fresnel a permis de tirer plusieurs conclusions importantes et d'établir le critère d'une juste description d'un phénomène optique, ou plus précisément le critère du passage de l'optique ondulatoire à l'optique géométrique. Le procédé géométrique de détermination de l'amplitude résultante est simple et convient bien à la résolution de problèmes divers, le procédé de calcul analytique est laborieux lorsqu'il s'agit d'ondes sphériques. La méthode analytique devient plus simple dans le cas

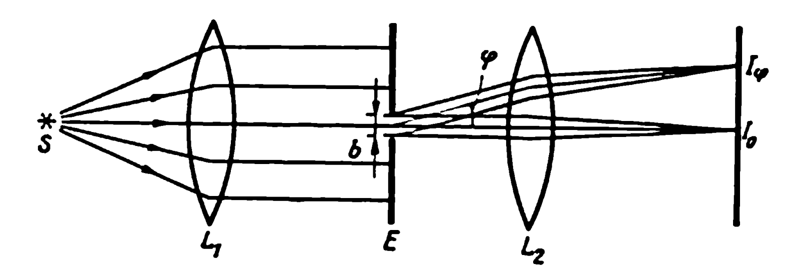


Fig. 6.26. Conditions d'observation de la diffraction d'ondes planes

d'ondes planes. Il convient donc de décrire un procédé d'observation de la diffraction permettant d'utiliser l'approximation des ondes planes.

La fig. 6.26 représente le schéma d'un dispositif d'observation de la diffraction d'ondes planes (*diffraction de Fraunhofer*). Le rayonnement émis par la source ponctuelle S est transformé par la lentille L_1 en une onde plane qui passe alors à travers une ouverture pratiquée dans l'écran opaque E (fente, ouverture rectangulaire ou circulaire, etc.). Les rayons qui ont traversé l'ouverture (y compris ceux qui se sont écartés d'un angle φ de la direction par effet de diffraction) sont reçus par la lentille L_2, qui les rassemble dans son plan focal principal. Fraunhofer avait suggéré, au début du XIX[e] siècle, qu'il devait être possible d'étudier la diffraction d'ondes planes; en étudiant à l'aide d'une lunette, réglée à l'infini, la répartition de l'éclairement dans le plan focal de la lentille L_2, il réussit à déterminer directement la visibilité des franges de diffraction. L'objectif de la lunette assumait dans cette expérience les fonctions de la lentille L_2, et les franges de diffraction étaient observées par l'oculaire. On comprend aisément que la diffraction de Fraunhofer peut être considérée comme le cas limite de la diffraction de Fresnel avec $a_1 \to \infty$, $a_2 \to \infty$.

Si la source S ne peut être assimilée à une source ponctuelle, on doit étudier la diffraction d'une onde quasi monochromatique qui donne une moins bonne netteté des franges. La variation de la visi-

bilité V peut être évaluée tant par le calcul que par l'expérience. Dans le calcul de l'éclairement du système de franges de diffraction que nous exposons dans ce paragraphe, on postule que l'ouverture toute entière est éclairée de façon cohérente. On montrera ensuite (en considérant la diffraction par deux fentes) comment varie la visibilité lorsqu'on tient compte du degré de cohérence spatiale qui dépend de l'étendue de la source lumineuse.

L'application de la méthode d'Huygens-Fresnel au cas qui nous occupe est fort simple. Admettons que la surface imaginaire σ est confondue avec le plan de l'écran opaque et recouvre entièrement l'ouverture à l'étude. Dans le cas le plus simple, celui de l'incidence normale de l'onde sur la surface de l'écran, la différence de marche supplémentaire des rayons issus de différentes régions de la fente est déterminée par l'angle de diffraction φ. S'en trouve aussitôt simplifié le calcul du facteur $k(\psi)$ dont la valeur influe sur l'intensité lumineuse de la frange centrale sans affecter la répartition de l'intensité lumineuse. Or dans l'expérience on ne détermine généralement que l'intensité relative (par convention on pose égale à l'unité l'intensité lumineuse au centre du système de franges de diffraction), puisque les mesures relatives sont beaucoup plus simples et sûres que les mesures absolues de la répartition de l'éclairement (on doit alors étalonner au préalable les récepteurs de rayonnement, tenir compte d'une absorption toujours possible, etc.).

Ainsi le calcul de l'éclairement des systèmes de franges de diffraction se ramène au calcul des interférences entre les sources élémentaires fictives emplissant l'ouverture dans l'écran opaque. Comme toutes ces sources sont cohérentes entre elles, on doit calculer d'abord l'amplitude de la vibration résultante, puis le carré de cette amplitude qui détermine la répartition de l'éclairement dans le plan focal de la lentille L_2. Au lieu de traiter le problème général de la diffraction d'une onde plane sur une ouverture quelconque, nous considérerons un problème particulier très important.

Considérons une fente de largeur b pratiquée dans un écran opaque et éclairée sous incidence normale par un fil long et fin émettant une onde plane. La génératrice rectiligne de la fente est parallèle à la source linéaire; faisons coïncider cette direction avec l'axe Y. L'axe X se trouve dans le plan de l'écran opaque perpendiculairement à la génératrice de la fente et l'axe Z est perpendiculaire au plan de l'écran. Il est clair que, dans ce cas, on peut se contenter de traiter un problème unidimensionnel sans tenir compte des interférences le long de l'axe Y puisque tous les points de la source linéaire indéfiniment longue sont des sources parfaitement incohérentes. Comme on le fait généralement en pareilles circonstances, nous considérerons le problème scalaire *). Plus tard nous examinerons brièvement

*) Voir A. Sommerfeld, *Optik*, § 46.

la position du problème électromagnétique sous forme vectorielle qui est lié à des travaux récents concernant la polarisation du rayonnement par les réseaux de diffraction.

Passons à notre calcul (fig. 6.27); le segment dx émet dans la direction Z', formant avec l'axe Z un angle φ, une onde plane ayant un retard de phase égal à $kx \sin \varphi$. Pour déterminer l'amplitude de cette onde, on remarquera que la fente toute entière envoie dans la direction $\varphi = 0$ un rayonnement d'amplitude E_0. Par conséquent, un segment dx de la fente de largeur b envoie dans la direction Z' une onde dE_φ d'amplitude $E_0 dx/b$, soit

$$dE_\varphi = \frac{E_0\,dx}{b} \exp\left[i(\omega t - kx \sin \varphi)\right],$$

on en tire

$$E_\varphi = \frac{E_0}{b} \exp(i\omega t) \int_0^b \exp(-ikx \sin \varphi)\,dx =$$

$$= \frac{E_0}{b} \exp(i\omega t) \left.\frac{\exp(-ikx \sin \varphi)}{-ik \sin \varphi}\right|_0^b = E_0 \exp(i\omega t) \frac{\exp(-ikb \sin \varphi) - 1}{-ikb \sin \varphi}. \tag{6.33}$$

L'expression (6.33) peut être rendue symétrique, ce qui permet d'appliquer la formule d'Euler

$$E_\varphi = E_0 \frac{\exp(-ikb \sin \varphi/2) - \exp(ikb \sin \varphi/2)}{-2i\,(kb \sin \varphi/2)} \exp\left[i\,(\omega t - kb \sin \varphi/2)\right]. \tag{6.34}$$

Désignons $\frac{1}{2} kb \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ par u. Il est évident que l'amplitude d'une onde se propageant le long d'une direction formant un angle φ avec l'axe Z est égale à

$$E_\varphi = E_0 \sin u/u. \tag{6.35}$$

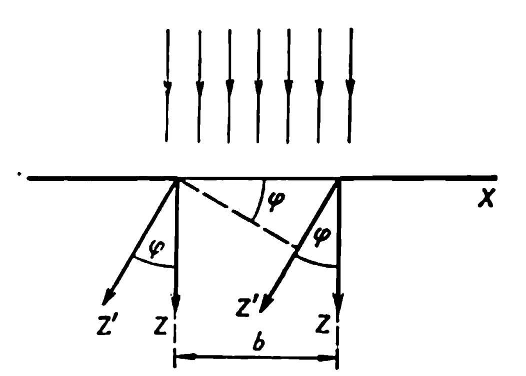


Fig. 6.27. Diffraction d'une onde plane par une fente

En passant à l'intensité I_φ du système stationnaire de franges de diffraction (ce qui revient à définir la répartition d'éclairement) on a

$$I_\varphi = I_0 (\sin u/u)^2. \tag{6.36}$$

Analysons cette dernière expression.

Comme on pouvait s'y attendre l'intensité lumineuse est maximale au centre du système de franges de diffraction. Dans ce cas, $\varphi = 0$ et $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ devient également nul. Comme $\lim\limits_{u \to 0} (\sin u/u) = 1$, on a $I_{\varphi=0} = I_0$.

Pour certains angles φ différents de zéro, on observera une extinction de la lumière. Cela se produit lorsque $\sin u = 0$ et $u \neq 0$. On en déduit aussitôt la condition d'apparition des minimums dans la répartition de l'éclairement $u = \pm m\pi$ avec $m = 1, 2, 3, \ldots$, ou encore

$$b \sin \varphi = \pm m\lambda. \tag{6.37}$$

On notera que le premier minimum s'observe pour un angle vérifiant l'égalité $\sin \varphi = \pm \lambda/b$. On verra par la suite que la majeure partie du flux lumineux est concentrée dans cet intervalle de variation de l'angle de diffraction.

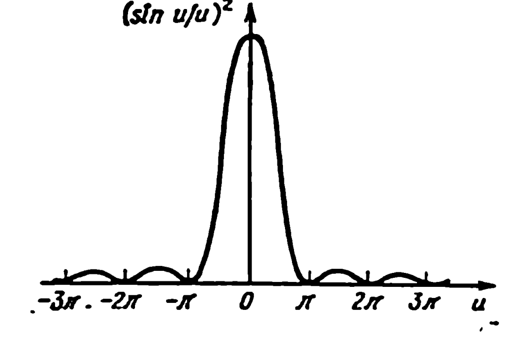


Fig. 6.28. Courbe représentant la fonction $(\sin u/u)^2$

Entre les minimums se trouvent des maximums d'éclairement secondaires qui apparaissent pour des valeurs de l'angle φ qui sont solution de l'équation transcendante $\operatorname{tg} u = u$, donc pour des angles tels que

$$\sin \varphi_1 = \pm 1{,}43\ \lambda/b;$$
$$\sin \varphi_2 = \pm 2{,}46\ \lambda/b, \text{ etc.} \tag{6.38}$$

A mesure que croît l'angle de diffraction les valeurs extrémales de la fonction $(\sin u/u)^2$ diminuent rapidement; si l'on pose $I_0 = 1000$ et si l'on désigne par I_1 l'intensité du premier maximum latéral et par I_2 celle du deuxième maximum, on trouve $I_0 : I_1 : I_2 = 1000 : 47 : 17$. On peut donc affirmer que bien que la majeure partie du flux lumineux soit concentrée dans l'intervalle défini par $\sin \varphi = \pm\lambda/b$, une partie de ce flux sera dérivée dans les directions des premiers ($\approx$5 % d'énergie) et des seconds maximums ($\approx$2 % d'énergie).

La fig. 6.28 représente la répartition de l'éclairement résultant de la diffraction d'une onde plane par une fente (c'est donc la courbe représentant la fonction $(\sin u/u)^2$). Dans une étude expérimentale, on discerne aisément les premiers maximums latéraux qui sont relativement faibles. Il est recommandé d'utiliser dans ces expériences un rayonnement laser, satisfaisant à toutes les conditions du problème considéré.

L'équation (6.35) permet d'étudier la dépendance de la largeur du maximum de diffraction avec les dimensions linéaires de l'ouverture (largeur b de la fente). Plus la largeur b est petite, plus le maximum central sera large. On voit que lorsque $b \approx \lambda$, ce maximum s'étale sur tout le demi-plan ($\sin \varphi_1 \approx 1$, donc $\varphi_1 \approx \pi/2$). Il ne sert à rien de réduire encore la largeur de la fente puisqu'on n'observerait alors qu'une diminution monotone de l'intensité de la lumière ayant

traversé la fente. Dans les expériences de diffraction de la lumière, on utilise d'habitude des fentes d'une largeur $b \gg \lambda$, ce qui implique que l'angle de diffraction φ_1 correspondant au premier minimum est beaucoup plus petit que $\pi/2$.

Nous avons convenu de ne pas tenir compte pour le moment du rôle que peut jouer l'étendue de la source lumineuse (donc le rôle que joue la cohérence spatiale dans les phénomènes de diffraction). On peut cependant déduire de nos considérations la conclusion qualitative bien évidente : plus la largeur de la fente est petite, plus petite

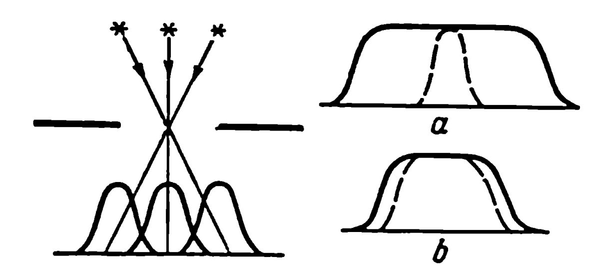


Fig. 6.29. Superposition des maximums d'intensité principaux résultant de la diffraction par une fente des faisceaux lumineux issus de trois sources ponctuelles
A droite : comparaison des maximums principaux de l'intensité des figures de diffraction produites par des sources étendues (courbes en traits pleins) et ponctuelles (courbes en pointillé) dont la lumière est diffractée par une fente large (a) et une fente étroite (b)

sera l'influence exercée par l'étendue de la source lumineuse sur la répartition de l'éclairement dans le système de franges de diffraction. En effet, l'influence des dimensions de la source lumineuse ne se manifeste nettement que lorsque l'extension du maximum central sera due à la superposition des figures de diffraction produites par les différentes régions de la source lumineuse. Ce cas est illustré par la fig. 6.29 où on a substitué à la source réelle trois sources ponctuelles réparties sur l'étendue de la source réelle.

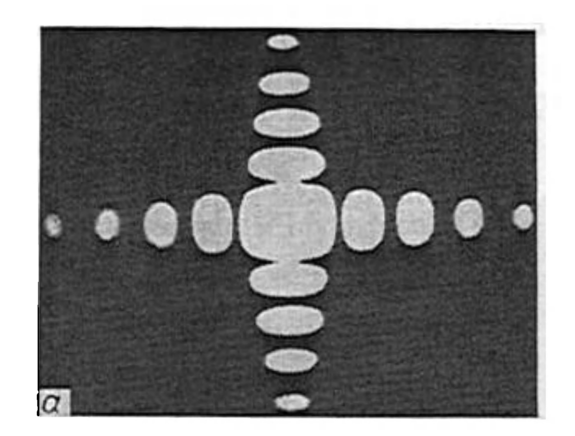
A l'aide des formules que nous avons établies on calcule aisément la répartition de l'éclairement résultant de la diffraction d'une onde plane par une ouverture rectangulaire de largeur b et de hauteur a. Rappelons que pour calculer l'éclairement de la figure de diffraction produite par une fente de hauteur infinie on avait admis que toutes les sources élémentaires réparties de long de l'axe Y étaient non cohérentes, de sorte qu'il était possible de sommer simplement les éclairements qu'elles créaient. Il est bien évident que dans le cas de la diffraction d'une onde plane par une ouverture rectangulaire on ne peut procéder ainsi. On doit éclairer cette ouverture soit par une source éloignée, soit par un faisceau de rayons parallèles. Pour décrire convenablement les résultats expérimentaux, on doit encore sommer les amplitudes suivant l'axe Y, ce qui revient à calculer une deuxième intégrale de même forme que (6.33). On doit donc traiter

un problème à deux dimensions ayant pour paramètres deux angles de diffraction. L'angle φ caractérise comme avant la répartition d'intensité le long de l'axe X, et l'angle ψ caractérise la déviation de l'onde vers l'axe Y; notre analyse de la formule (6.36) reste encore valable, c'est-à-dire

$$I_{\varphi,\psi} = I_0 (\sin u_1/u_1)^2 (\sin u_2/u_2)^2, \qquad (6.39)$$

où $u_1 = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ et $u_2 = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \psi$.

La fig. 6.30 illustre cette corrélation. Il importe de remarquer que dans le cas où $b < a$ (la hauteur de l'ouverture rectangulaire est plus grande que sa largeur), la figure de diffraction est étendue le long de l'axe X et comprimée le long de l'axe Y. Cela signifie que



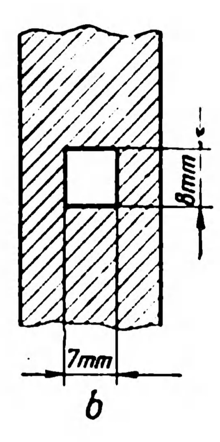


Fig. 6.30. Diffraction de Fraunhofer (*a*) par une ouverture rectangulaire
Longueur d'onde de la lumière $\lambda = 5790$ Å. A droite, représentation de l'ouverture (*b*) dans le même plan que celui de la photographie

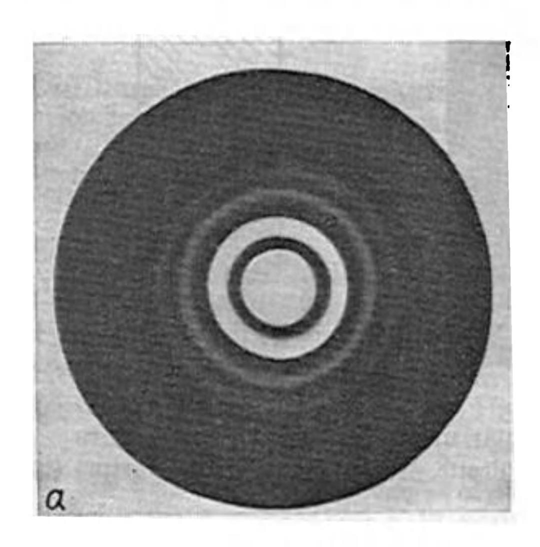
l'image de diffraction de notre ouverture rectangulaire sera elle aussi rectangulaire, dont la hauteur sera plus petite que la largeur. La majeure partie du flux lumineux passe par le milieu de cette figure de diffraction bidimensionnelle. Les intensités relatives des maximums situés le long de l'un ou de l'autre axe sont dans le même rapport que nous avons déjà indiqué: 1000:47:17. L'intensité des maximums le long des directions passant entre les axes X et Y est très petite puisqu'elle est déterminée par le produit de deux petites quantités.

Le problème de la diffraction des ondes de Fresnel par une ouverture circulaire dans un écran opaque a été étudié par un procédé graphique au § 6.1. Pour une diffraction de Fraunhofer par un orifice circulaire, on obtient une figure de diffraction qui est qualitativement semblable au cas d'une diffraction par une ouverture rectangulaire, que nous venons d'examiner. On observe, dans le plan focal

d'une lentille, une tache claire de forme circulaire au milieu, entourée d'anneaux de diffraction successivement clairs et obscurs. Mathématiquement (après passage aux coordonnées polaires) le problème se ramène au calcul des racines de la fonction de Bessel $J_1(u)$, avec $u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\varphi$, a étant le rayon de l'ouverture. La première racine, qui correspond au premier minimum d'éclairement (qui se trouve à la frontière de la tache centrale claire), s'obtient pour

$$\sin\varphi_1 = 0{,}61\ \lambda/a. \qquad (6.40)$$

Cette formule joue un rôle de premier plan dans la théorie de la diffraction des instruments d'optique. La répartition des intensités



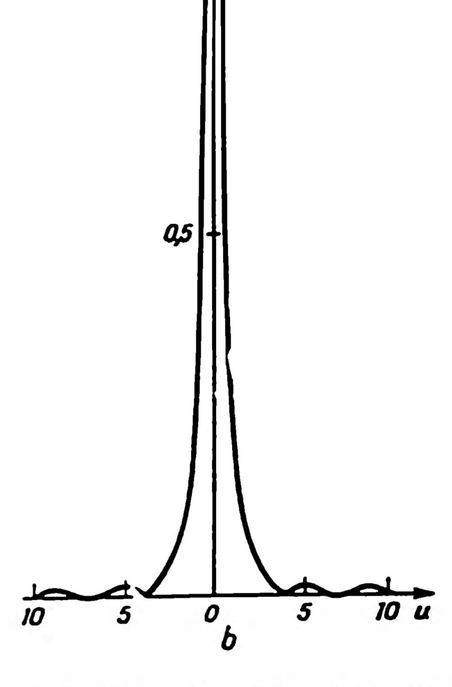


Fig. 6.31. Répartition de l'intensité lumineuse dans une figure de diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire de 6 mm de diamètre:
a) photographie de la figure de diffraction (surexposée) ; *b*) courbe de la fonction de répartition

lumineuses après diffraction d'une onde plane par une ouverture circulaire est définie par la fonction

$$I(u) \sim [2J_1(u)/u]^2. \qquad (6.41)$$

Cette répartition est illustrée par la fig. 6.31. Nous constatons que, dans ce cas, l'intensité lumineuse de la tache centrale claire est grande vis-à-vis des maximums qui suivent. On peut donc les négliger lors d'une évaluation de l'influence de la diffraction sur les caractéristiques des instruments d'optique et spectraux.

Dans la pratique, on a affaire à des problèmes qui ne se laissent résoudre qu'en s'écartant du schéma classique de la diffraction de

Fraunhofer illustré par la fig. 6.26. On obtient notamment une figure de diffraction analogue à celle que nous avons décrite ci-dessus lorsqu'on l'observe dans le plan de l'image d'une source ponctuelle placée en dehors du foyer de la lentille. La répartition des intensités sera toujours décrite par les formules établies ci-dessus (par exemple (6.41)).

On doit tenir compte de ce que toutes les formules données dans ce paragraphe ont été établies en supposant que l'éclairement de l'ouverture était uniforme. Si cette condition n'est pas respectée, la répartition de l'intensité lumineuse dans la figure de diffraction

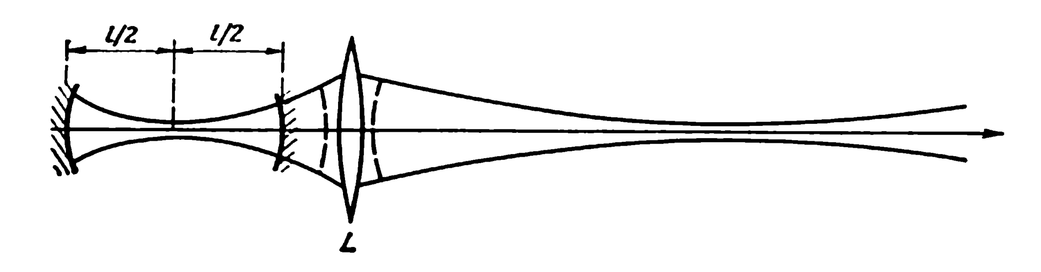


Fig. 6.32. Marche des rayons à l'intérieur et en dehors d'une cavité résonnante confocale lorsque le rayonnement laser est focalisé par une lentille: l — distance entre les miroirs

peut devenir essentiellement différente. C'est ce qui se produit notamment lorsqu'on focalise un rayonnement laser. Un laser à miroirs sphériques est équivalent à une source ponctuelle (surfaces d'onde sphériques), dont l'intensité lumineuse est répartie dans un petit angle solide selon la loi de Gauss $[I \sim \exp(-\alpha (\Delta\varphi)^2]$. A mesure que l'onde sphérique s'éloigne du résonateur, son centre se déplace le long de l'axe. On peut montrer que les équations des rayons (qui sont les normales aux surfaces d'onde) le long desquels se propage l'énergie correspondent à une famille d'hyperboles. Cette allure spécifique des rayons apparaît sur la fig. 6.32 représentant une cavité résonnante confocale et une lentille focalisante L qui transforme le faisceau laser conformément aux lois de l'optique géométrique. On fixe la position et les paramètres de la lentille de focalisation (ouverture et intensité lumineuse) selon la nature du problème considéré (mise au point à une distance finie ou infinie, etc.). Il est généralement recommandé d'augmenter la section du faisceau lumineux émergeant du laser. Pour ce faire, on place à la sortie du laser une lentille à foyer court, et ce n'est qu'après que l'on dispose la lentille focalisante dont les dimensions doivent être choisies de façon à réduire au minimum les pertes de lumière.

Du fait des phénomènes de diffraction, on n'arrive jamais à concentrer le rayonnement laser en un point. La répartition des intensités lumineuses dans le plan focal correspond non pas à celle donnée

par la formule (6.41), mais à une courbe de même forme que celle qui décrit la répartition d'intensité sur le front de l'onde avant focalisation (une courbe de Gauss de taille différente).

Dans certaines applications, on fait varier l'éclairement de la fente suivant une loi sinusoïdale. Supposons que la répartition des amplitudes sur la fente soit donnée par la formule

$$E_x = \frac{E_0}{b}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{b}\right), \tag{6.42}$$

où b est la largeur de la fente.

Il est facile de se rendre compte qu'au centre de la fente, l'éclairement sera maximal et qu'aux bords l'amplitude des vibrations sera nulle. Pour déterminer l'allure de la figure de diffraction on doit effectuer un calcul plus compliqué que dans le cas que nous avons considéré pour arriver à la formule (6.33) ; en effet, on doit maintenant calculer des expressions telles que

$$E_\varphi = \frac{E_0}{b}\exp(i\omega t)\int_0^b \left(1-\cos\frac{2\pi x}{b}\right)\exp(-ikx\sin\varphi)\,dx. \tag{6.43}$$

Tout calcul fait, on trouve pour l'intensité de l'onde diffractée la formule

$$I_\varphi = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2\frac{1}{[1-(u/\pi)^2]^2}, \tag{6.44}$$

où $u = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi$.

La formule (6.44) diffère de (6.36) par la présence au dénominateur du facteur $[1-(u/\pi)^2]^2$ qui s'annule pour $u=\pi$. De ce fait l'intensité lumineuse en ce point est différente de zéro et ne s'annule pour la première fois que pour $u = 2\pi$. Aussi le maximum d'intensité de la lumière diffractée par la fente sera notablement plus large que dans le cas d'un éclairement uniforme.

§ 6.4. Diffraction de la lumière par une structure régulière

Au § 6.3 nous avons étudié le problème de la diffraction d'une onde plane par une ouverture dans un écran opaque. Le caractère de la figure de diffraction varie avec la forme de l'ouverture (fente, rectangle, cercle), mais certains traits caractéristiques du phénomène se conservent dans tous les cas (par exemple, l'angle de divergence des rayons diffractés augmente à mesure que les dimensions de l'ouverture diminuent). Il nous reste à étudier l'interaction des faisceaux diffractés par un grand nombre d'ouvertures de même type pratiquées dans un écran opaque.

Il est bien évident que l'effet interférentiel supplémentaire ne peut se manifester que si ces ouvertures sont réparties d'une façon régulière, qu'il s'agisse d'ouvertures équidistantes ou d'ouvertures réparties d'après une certaine loi. Ce n'est que dans ces cas (les ouvertures étant éclairées par une lumière cohérente) que les déphasages entre les ondes diffractées peuvent rester invariables et le terme interférentiel peut être différent de zéro. Si les intervalles entre les ouvertures varient de façon aléatoire, il ne peut y avoir de déphasage constant, le terme interférentiel sera nul et il ne reste qu'à sommer les intensités de tous les faisceaux envoyés par chaque ouverture dans une direction donnée. Par conséquent, avec une distribution chaotique des ouvertures, la répartition de l'intensité lumineuse résultante sera identique à celle que l'on observerait avec une seule ouverture, et il n'y aura donc aucun effet nouveau susceptible de modifier la figure de diffraction résultante.

Une situation analogue se retrouve lorsqu'une structure régulière est éclairée par une lumière non cohérente puisque les déphasages entre les ondes diffractées ne peuvent être constants. Si on utilise une lumière partiellement cohérente (cas d'une source lumineuse étendue placée dans le plan focal d'une lentille formant un faisceau de rayons parallèles éclairant une structure régulière) on se trouve dans un cas intermédiaire ($0 < V < 1$) que nous examinerons plus tard sur l'exemple de la diffraction par deux fentes (*cf.* § 6.6).

Considérons une structure régulière composée de N fentes parallèles; toutes les fentes ont une largeur b et sont distantes de d *). Une onde monochromatique plane tombe sous incidence normale sur cette structure; il faut calculer l'intensité I_φ de la lumière se propageant le long d'une direction formant un angle φ avec la normale au plan dans lequel se trouvent les N fentes.

Nous avons déjà indiqué qu'en plus de la répartition d'intensité résultant de la diffraction par chacune des fentes, on doit tenir compte des interférences mutuelles de ces N faisceaux. Dans le cas à l'étude, on peut traiter le problème à une dimension, en dirigeant l'axe X perpendiculairement aux génératrices des fentes (voir fig. 6.33).

Chaque élément dx de la $n^{\text{ième}}$ fente envoie dans la direction fixée (définie par le cosinus directeur $\sin\varphi$) une onde décrite par l'équation

$$\frac{E_0}{b}\, dx \exp i\,\{\omega t - k\,[(n-1)\,d + x]\sin\varphi\}.$$

La $n^{\text{ième}}$ fente toute entière émet une onde

$$\frac{E_0}{b}\exp i\,[\omega t - k\,(n-1)\,d\sin\varphi]\int_0^b \exp(-ikx\sin\varphi)\,dx. \qquad (6.45)$$

---

*) Une telle structure régulière de fentes est appelée *réseau de diffraction*. Les principes de leur fabrication et les principales propriétés de ces réseaux seront décrits au § 6.5.

Pour calculer l'effet produit par les N fentes on doit sommer les ondes qu'elles envoient. Puisqu'elles sont cohérentes, on additionne les intensités de champ électrique. Dans ce procédé de calcul, la phase

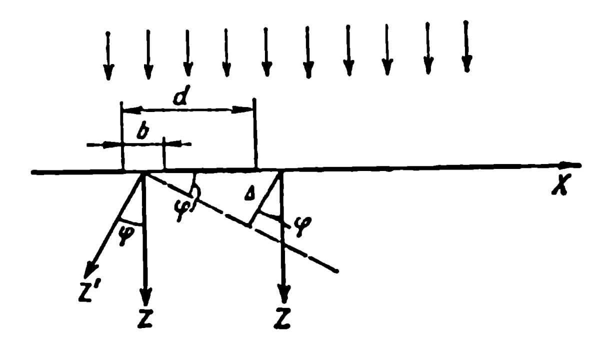


Fig. 6.33. Diffraction de Fraunhofer par une structure régulière de N fentes

de l'onde résultante se trouve automatiquement déterminée. Ainsi nous avons

$$\frac{E_0}{b} \exp(i\omega t) \sum_{n=1}^{N} \exp[-ik(n-1)\, d \sin\varphi] \int_0^b \exp(-ikx \sin\varphi)\, dx. \tag{6.46}$$

Nous avons déjà montré (*cf.* (6.35)) que

$$\frac{E_0}{b} \int_0^q \exp(-ikx \sin\varphi)\, dx = E_0 \frac{\sin u}{u},$$

où $u = \pi b \sin\varphi/\lambda$. Mettons ce facteur qui ne dépend pas de n devant le signe somme; il ne reste alors pour trouver l'amplitude résultante que de calculer la somme

$$\sum_{n=1}^{N} \exp[-ik(n-1)\, d \sin\varphi] = \sum_{n=1}^{N} \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\, d \sin\varphi\right].$$

Posons $\pi d \sin\varphi/\lambda = \delta$; on a alors

$$\sum_{n=1}^{N} \exp[-i2\delta(n-1)] = 1 + \exp(-2\delta i) + $$
$$+ \exp(-\exp 4\delta i) + \ldots + [-2\delta(N-1)\, i]. \tag{6.47}$$

La somme de cette progression géométrique de raison $q = \exp 2\delta b$ est égale à $1 - q^N/(1 - q)$. Par conséquent,

$$\sum_{n=1}^{N} \exp[-2\delta(n-1)\, i] = \frac{1 - \exp(-2\delta N i)}{1 - \exp(-2\delta i)}.$$

Pour évaluer I_φ on doit calculer le produit de la somme (6.47) par la quantité conjuguée $\Sigma\Sigma$ *:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}{}^{*}=\frac{[1-\exp(-2\delta Ni)]\,[1-\exp(2\delta Ni)]}{[1-\exp(-2\delta i)]\,[1-\exp(2\delta i)]}. \qquad (6.48)$$

Il est facile de simplifier le numérateur de cette fraction :

$$[1-\exp(-2\delta Ni)]\,[1-\exp(2\delta Ni)]=2\left[1-\frac{\exp(-2N\delta i)+\exp(2N\delta i)}{2}\right].$$

La partie réelle de cette quantité est égale à

$$2\,(1-\cos 2\,N\delta)=4\sin^2 N\delta.$$

Un calcul analogue montre que le dénominateur de (6.48) est égal à $4\sin^2\delta$. Il en résulte que l'expression définitive de l'intensité de la lumière se propageant le long d'une direction formant un angle φ avec la normale, après diffraction sur une structure régulière comportant N fentes, est:

$$I_\varphi=I_0\,(\sin u/u)^2\,(\sin N\delta/\sin\delta)^2, \qquad (6.49)$$

où $u=\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi$ et $\delta=\frac{\pi d}{\lambda}\sin\varphi$.

Le facteur $(\sin u/u)^2$ caractérise la répartition de l'intensité lumineuse d'une onde plane diffractée par chacune des fentes; le facteur $(\sin N\delta/\sin\delta)^2$ tient compte des interférences des faisceaux issus de toutes les fentes. Le facteur I_0 caractérise l'intensité de la lumière envoyée dans la direction $\varphi=0$; sa valeur dépend du flux d'énergie lumineuse tombant sur le réseau.

Pour analyser les résultats obtenus commençons par étudier les interférences des N faisceaux, ce qui revient à déterminer la variation du facteur $(\sin N\delta/\sin\delta)^2$ en fonction de l'angle de diffraction φ.

La fig. 6.33 montre que la quantité $d\sin\varphi$ est égale à la différence de marche Δ des ondes émises par deux points équivalents de deux fentes voisines. Si Δ est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, les vibrations se renforcent mutuellement. Posons

$$d\sin\varphi=m\lambda, \qquad (6.50)$$

où l'ordre de diffraction $m=0, 1, 2, \ldots$, et voyons ce que devient le facteur considéré; on a $\delta=(\pi d\sin\varphi/\lambda)=m\pi$, ce qui implique $\sin N\delta=0$ et $\sin\delta=0$; on sait que $\lim_{\sin\delta\to 0}|\sin N\delta/\sin\delta|=N$, et par suite

$$(I_\varphi)_{\max}=I_0(\sin u/u)^2\,N^2. \qquad (6.51)$$

Ce résultat présente une grande importance et mérite une étude plus poussée. Lorsque la condition $d\sin\varphi=m\lambda$ est vérifiée, l'in-

tensité de la lumière diffractée par un système de N fentes augmente non pas de N fois, mais de N^2 fois. C'est une conséquence directe de l'interférence des faisceaux diffractés qui se manifeste chaque fois que la diffraction de la lumière est assurée par une structure régulière. Si les N fentes étaient réparties de façon chaotique, le terme interférentiel serait nul et l'intensité résultante aurait été proportionnelle au nombre de fentes de la structure désordonnée.

Les maximums qui apparaissent lorsque la condition (6.50) est vérifiée sont dits *maximums principaux*. Ils apparaissent lorsqu'on a simultanément $\sin N\delta = 0$ et $\sin \delta = 0$. Mais entre deux maximums principaux successifs doivent apparaître $N - 1$ minimums

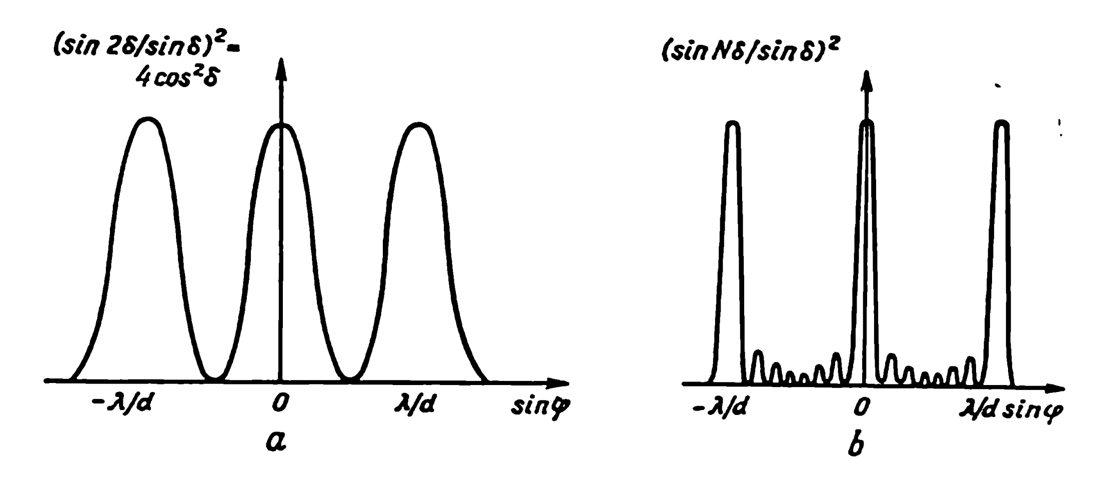


Fig. 6.34. Courbes de la fonction $(\sin N\delta/\sin \delta)^2$: $a - N = 2$; $b - N = 8$

où $\sin N\delta = 0$ mais $\sin \delta \neq 0$. Entre ces différents minimums doivent exister des maximums secondaires dont l'intensité lumineuse doit être négligeable devant celle des maximums principaux, N étant suffisamment grand.

Pour mieux montrer les conditions de formation des maximums principaux et secondaires d'intensité lumineuse, écrivons la suite des valeurs $N\delta$ dans l'ordre de leur croissance :

$$\underset{\downarrow}{\delta N = 0},\ \underbrace{\pi,\ 2\pi,\ \ldots,\ (N-1)\pi}_{},\ \underset{\downarrow}{N\pi},\ \underbrace{(N+1)\pi,\ \ldots,\ 2(N-1)\pi}_{},\ \underset{\downarrow}{2N\pi},\ \ldots$$

Les flèches indiquent les maximums principaux ($\sin \delta = 0$, $\sin N\delta = 0$) et les termes réunis par une accolade indiquent les minimums ($\sin \delta \neq 0$, $\sin N\delta = 0$).

Nous voyons ici, comme au § 5.9, une interférence à ondes multiples. Dans le présent cas, la répartition de l'intensité lumineuse dans la figure d'interférence est essentiellement différente de celle correspondant au cas d'interférence de deux ondes où l'éclairement est décrit par une loi en $\cos^2 \delta$. La fig. 6.34 représente les courbes de

variation de la fonction $(\sin N\delta/\sin \delta)^2$ dans un intervalle englobant trois maximums principaux ($m = -1, 0, +1$) pour $N = 2$ et pour $N = 8$. Il est bien évident que les échelles des ordonnées utilisées pour le tracé de ces deux courbes sont très différentes puisqu'on est obligé de les normer à l'aide d'un facteur $1/N^2$, l'accroissement d'intensité proportionnel à N^2 ne pouvant autrement être représenté sur le graphique. A mesure que le nombre de faisceaux diffractés augmente (notons qu'actuellement dans les réseaux de diffraction N atteint 200 000) les maximums principaux deviennent de plus en plus pointus et sont séparés les uns des autres par de larges intervalles où l'intensité lumineuse est voisine de zéro.

Jusqu'à présent nous n'avons utilisé qu'une seule caractéristique de l'image d'interférence — la fonction de visibilité

$$V = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}).$$

Lorsqu'une onde monochromatique plane est diffractée par un réseau régulier, la visibilité est égale à 1 aussi bien pour $N = 2$ que pour N très grand. Aussi doit-on faire intervenir une autre caractéristique reflétant les différences de netteté des franges d'interférences et permettant d'observer isolément les maximums voisins. Nous introduirons au § 6.7 la notion de *pouvoir séparateur*, et pour l'instant nous ne ferons que constater que la netteté de l'image de diffraction dépend du nombre de faisceaux interférents.

Cette dépendance est bien illustrée par les images que fournissent les réseaux de diffraction les plus simples dont le nombre de fentes va en augmentant lorsqu'on les éclaire avec la lumière d'un arc au mercure. Lorsque $N \approx 100$ les maximums sont passablement flous et la séparation en longueurs d'onde est impossible. Lorsque le nombre de faisceaux augmente de 10 fois on voit apparaître de part et d'autre de la tache centrale des maximums bien définis. On observe alors une série de raies caractéristiques du spectre du mercure.

Cette expérience permet de dégager la dépendance suivante : plus le *pas du réseau d* est petit, plus la distance angulaire entre les maximums successifs est grande. Une autre caractéristique importante des réseaux de diffraction, dont on doit tenir compte dans les études quantitatives (*cf.* § 6.7), est leur aptitude à faire diverger d'un certain angle les radiations de deux longueurs d'onde bien déterminées.

On notera que les expressions obtenues sont susceptibles d'être appliquées au cas où une onde plane tombe sous un certain angle sur un réseau de diffraction. Soit θ l'angle formé par la direction d'un rayon et la direction de la normale au réseau. Pour qu'apparaissent les maximums principaux (fig. 6.35, *a*) on doit remplacer la condition $d \sin \varphi = m\lambda$ par la condition $d (\sin \varphi - \sin \theta) = m\lambda$, qui découle directement du calcul de la différence de marche Δ de deux rayons interférents. Nous étudierons dans ce qui suit les réseaux de diffraction à réflexion ; pour ces réseaux (fig. 6.35, *b*) la différence de marche

s'écrit

$$d(\sin\varphi + \sin\theta) = m\lambda. \quad (6.52)$$

Calculons maintenant la contribution de chaque fente à la répartition d'intensité donnée par (6.49). Pour cela nous devons étudier la variation de la fonction $(\sin u/u)^2$ compte tenu de la condition (6.50); ce calcul doit nous donner les intensités relatives des maximums principaux des différents ordres de diffraction. Effectuons

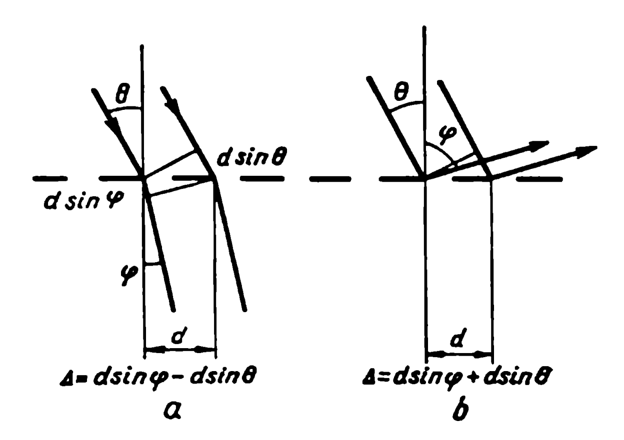


Fig. 6.35. Incidence oblique d'une onde lumineuse plane sur un réseau de diffraction

Le sens positif des angles correspond à celui des aiguilles d'une montre

quelques transformations simples. Par définition, $u = (\pi b \sin\varphi)/\lambda$. D'autre part, comme d'après (5.25), $\sin\varphi = m\lambda/d$, on a $u = \frac{\pi b}{\lambda}\frac{m\lambda}{d} = \pi m \frac{b}{d}$. Il vient alors

$$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{d^2 \sin^2(\pi m b/d)}{\pi^2 b^2 m^2}.$$

En remarquant que pour les maximums principaux $\lim |\sin N\delta/\sin\delta| = N$, l'intensité du $m^{\text{ième}}$ maximum principal est donnée par

$$I_m = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \frac{\sin^2 N\delta}{\sin^2\delta} = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi m b/d)}{b^2\pi^2 m^2}. \quad (6.53)$$

La considération de cette formule permet de tirer les conclusions suivantes.

1. $I_m \sim 1/m^2$, ce qui signifie qu'à mesure que croît l'ordre de diffraction, l'intensité du maximum principal correspondant décroît rapidement. Nous montrerons dans ce qui suit que la mise en œuvre de certains artifices permet de modifier cette forme de dépendance et d'arriver à ce que la majeure partie du flux d'énergie de la lumière diffractée soit concentrée le long d'une direction bien déterminée.

On utilise pour cela des traits de diffraction profilés (*cf.* § 6.5). Pour l'instant nous en resterons à la relation $I_m \sim 1/m^2$.

2. L'intensité lumineuse du $m^{\text{ième}}$ maximum dépend fortement du rapport b/d. En effet, pour $(b/d)m = m'$ m' étant un nombre

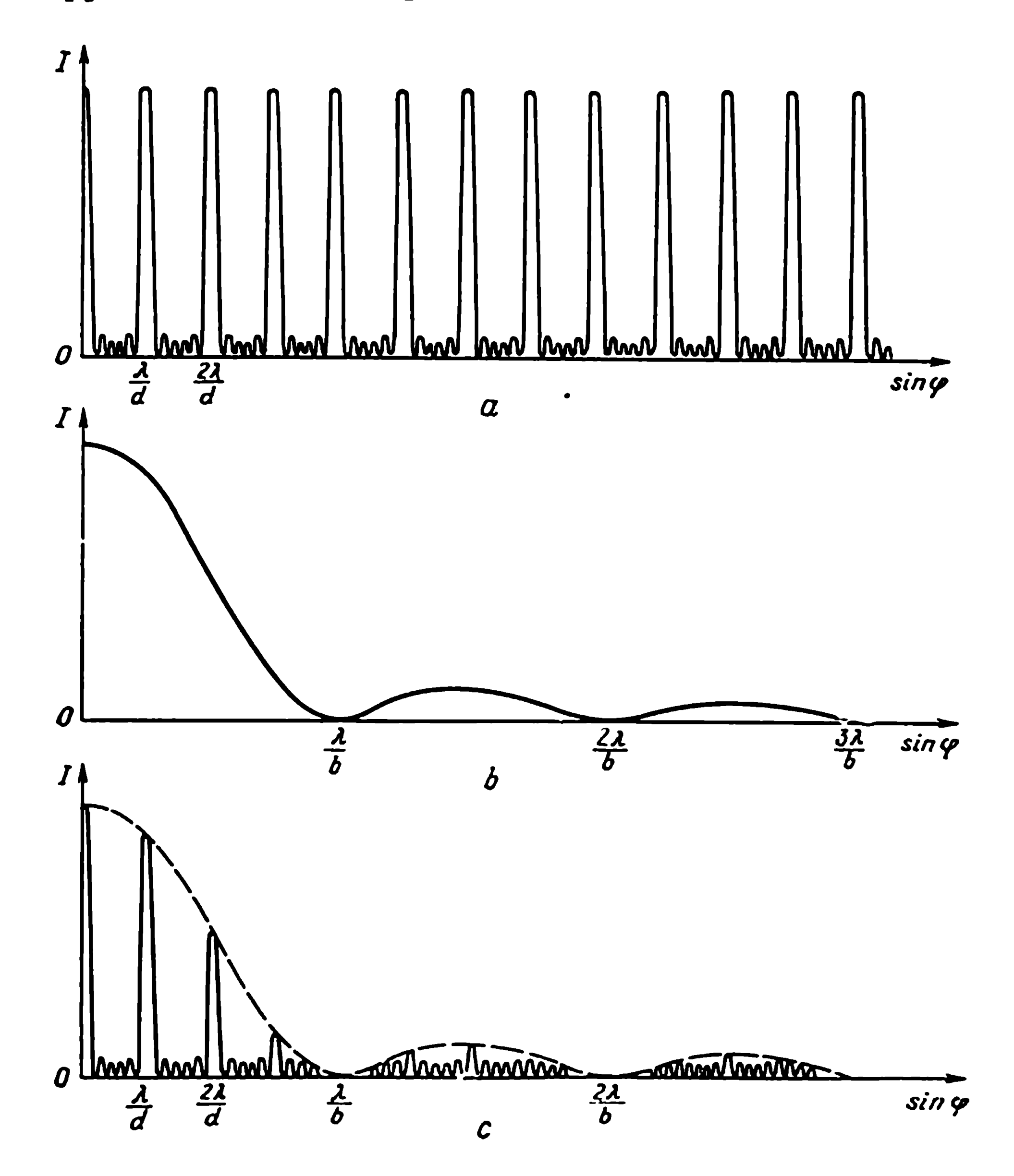


Fig. 6.36. Répartition de l'intensité I/I_0 résultant de la diffraction de la lumière par une structure régulière de N fentes:

a) correspondant à l'interférence de N faisceaux issus de N fentes; b) correspondant à la diffraction par chacune des fentes; c) répartition résultante

entier, l'expression (6.53) s'annule puisque sin $\pi m' = 0$. Il s'ensuit que l'intensité lumineuse de ce maximum principal est nulle. Si on se rappelle que la condition du minimum de rayonnement pour la diffraction par une seule fente s'exprime par b sin $\varphi = m\lambda$, on voit

aussitôt que le cas considéré correspond à la coïncidence de la condition d'apparition d'un maximum principal pour une diffraction par N fentes et de la condition du minimum de diffraction par chacune des fentes. Ainsi pour $b/d = 1/4$, tous les quatrièmes maximums de l'image de diffraction s'estompent (fig. 6.36).

Ainsi, dans le cas de la diffraction d'une onde plane par un réseau régulier de N fentes, l'intensité relative des maximums de l'image de diffraction résultante est déterminée, d'une part, par la relation $I_m \sim 1/m^2$, et d'autre part, par le rapport de la largeur b des fentes au pas d du réseau de diffraction. La netteté des maximums dépend du nombre N de fentes et l'intensité de chacun des maximums est proportionnelle à N^2.

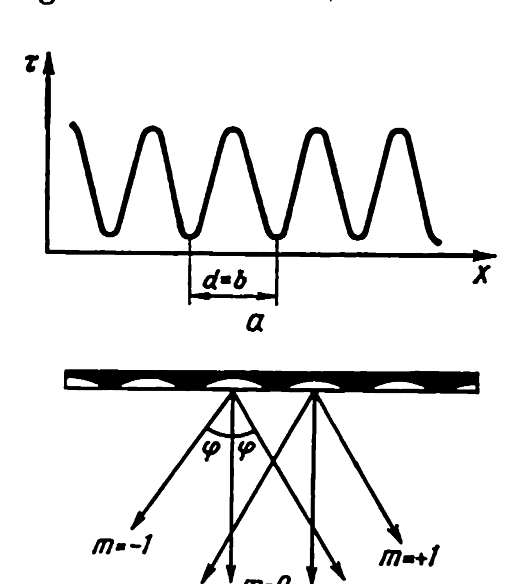


Fig. 6.37. Diffraction par un réseau harmonique:
a) courbe représentant le facteur de transmission en amplitude; b) ordres de diffraction permis ($m = 0 \pm 1$). La courbe ondulée représente la transmission harmonique

Les résultats obtenus sont valables pour les réseaux où la transmission de la lumière par les fentes est uniforme. Si le coefficient d'amplitude τ de la transmission n'est pas constant, la formule (6.49) doit être modifiée. On obtient notamment des résultats intéressants dans le cas d'une diffraction de la lumière par un réseau présentant une transmission obéissant à une loi harmonique (fig. 6.37).

Dans ce dernier cas, on peut poser que le réseau est formé par des fentes de largeur $b = d$ et que la transmission de lumière par chacune de ces fentes est donnée par la formule (6.42). La répartition de l'intensité de la lumière diffractée par une fente est décrite par (6.44) où on pose $u = \delta$. Au lieu de la formule (6.49) on obtient alors la formule

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 N\delta}{\delta^2 [1-(\delta/\pi)^2]^2}. \tag{6.54}$$

Cette dernière formule montre qu'une onde monochromatique plane diffractée par un réseau harmonique ne fait apparaître que trois maximums principaux correspondant à $\delta = 0, \pm\pi$. Cela signifie que l'on n'observera que l'ordre zéro et les deux premiers ordres ($m = \pm 1$) de diffraction. Nous aurons à utiliser ce résultat au § 6.10.

§ 6.5. Les réseaux de diffraction

Les premiers réseaux de diffraction ont été réalisés par Fraunhofer au début du XIXe siècle. Ces réseaux étaient constitués par une multitude de fils fins alignés parallèlement les uns aux autres ; les intervalles entre les fils successifs jouaient le rôle d'un système régulier de fentes. Par la suite Fraunhofer pratiquait à l'aide d'une machine à graver des traits équidistants transparents dans des plaques de verre.

Des réseaux à réflexion d'une qualité supérieure ont été réalisés dans les années 80 du XIXe siècle par le physicien américain Rowland qui ménageait les traits du réseau sur une surface métallique plane ou concave à l'aide d'un diviseur à vis *). Les réseaux fabriqués à l'aide du diviseur de Rowland et qui avaient été perfectionnés par Wood et plusieurs autres physiciens de renom étaient jusqu'aux années 50 de notre siècle les meilleurs du monde. Actuellement grâce à F. M. Gérassimov et son équipe, on produit en U.R.S.S. d'excellents réseaux de diffraction ; des méthodes d'étude originales ont été également mises au point. Nous utiliserons certains résultats de ces études des réseaux de diffraction pour définir leurs propriétés.

Précisons d'abord les principes physiques du fonctionnement des réseaux de diffraction. Nous avons déjà mentionné que la dépendance $I_m \sim 1/m^2$ n'est pas strictement limitative. Remarquons que pour établir la formule (6.49) nous avons admis que le plan de chaque fente coïncidait avec le plan du réseau et nous n'avons pas tenu compte du déphasage qui apparaissait lorsque l'onde plane traversait le corps même du réseau. De ce fait nous avons traité un problème non seulement unidimensionnel mais encore linéaire, et ne tenant aucun compte de la forme des traits constituant la structure régulière déterminant la diffraction de l'onde plane. Ces différentes limitations étaient approximativement valables dans les types anciens de réseaux que l'on désigne actuellement sous le nom de *réseaux d'amplitude* ; pour ces réseaux, la formule (6.49) cadrait bien avec les données expérimentales.

Un réseau de diffraction moderne est un système de traits ne présentant pratiquement aucun méplat. Sur une surface en verre ou en métal on grave un très grand nombre de *traits profilés*, très rapprochés. La fig. 6.38 représente les schémas d'un réseau moderne

*) Un réseau de diffraction concave peut simultanément servir d'élément focalisant et n'exige d'aucun objectif pour produire l'image de la fente. La construction de l'appareil s'en trouve simplifiée, de sorte qu'on l'utilise largement dans toute la gamme optique des spectres à réseaux concaves réfléchissants. Néanmoins leur utilisation crée des difficultés lorsqu'il s'agit d'obtenir une image stigmatique de la fente dont on a parfois besoin. On trouvera dans des publications spéciales la description des procédés utilisés pour montage des réseaux concaves due à Rowland et à d'autres chercheurs (*cf.* Sawyer R., *Experimental spectroscopy*, New York, 1951).

(*réseau de phase*) et d'un réseau ancien (*d'amplitude*) dont la théorie a été donnée au § 6.4.

Lorsqu'une onde plane pénètre dans le trait profilé, ses différentes parties font apparaître un déphasage puisque la surface d'onde atteint ces différentes parties du trait à des instants différents. Ce déphasage doit être pris en ligne de compte dans le calcul de l'image de diffraction. L'existence de ce déphasage a pour conséquence la nécessité de remplacer dans (6.49) la fonction $(\sin u/u)^2$ par une fonction plus compliquée dont la forme dépend de la géométrie des traits. La formule se trouvant modifiée, la répartition de l'intensité lumineuse parmi les différents maximums principaux le sera aussi. On notera que le second terme du produit (6.49) caractérisant l'interaction des faisceaux élémentaires diffractés ne change pratiquement pas.

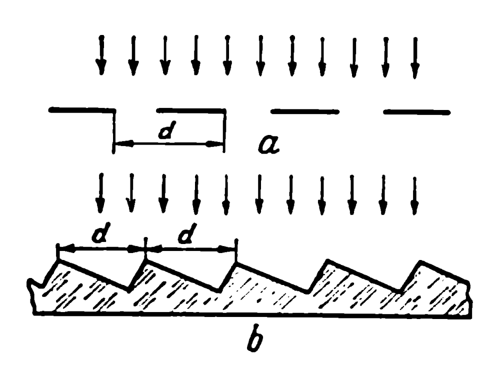


Fig. 6.38. Réseaux de diffraction d'amplitude (*a*) et de phase (*b*):
d — pas du réseau

L'utilisation du principe de Huygens-Fresnel permet de calculer la répartition de l'intensité lumineuse dans le rayonnement diffracté,

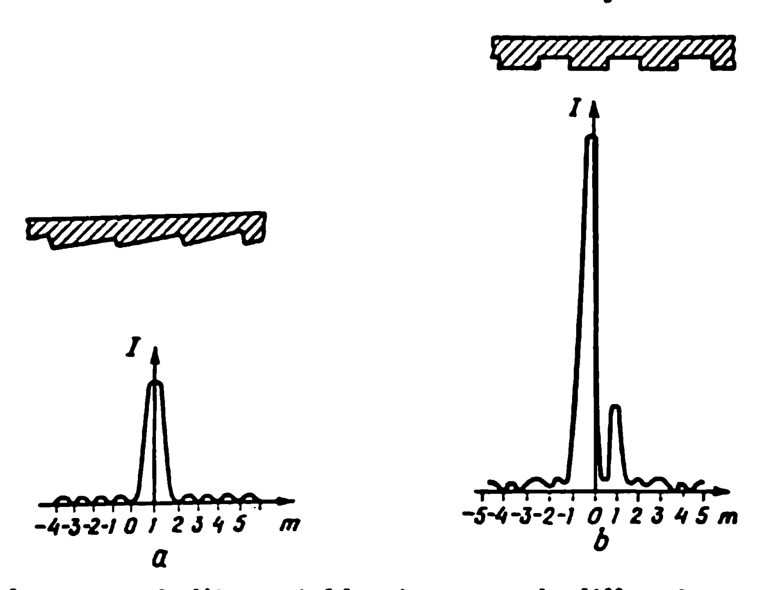


Fig. 6.39. Répartition de l'intensité lumineuse après diffraction par des réseaux à traits de formes différentes

en fonction de l'angle d'incidence d'une onde plane, par une structure régulière de traits d'un profil donné *). Nous nous contenterons de donner les graphiques illustrant les résultats de ces calculs pour

*) A. Sommerfeld, *Optik*, § 36.

deux réseaux à traits de formes géométriques différentes (fig. 6.39). Dans un premier cas, on arrive à concentrer tout le rayonnement dans un spectre d'un ordre donné pour un certain angle d'incidence (la fig. 6.39, *a* montre une concentration d'ordre un). Pour une autre forme des traits du réseau, on arrive à une répartition plus compliquée des flux d'énergie parmi les maximums principaux (fig. 6.39, *b*). Mais dans les deux cas la relation $I_m \sim 1/m^2$ est inapplicable.

Les réseaux à réflexion à traits profilés, tel celui représenté fig. 6.38, *b*, sont désignés souvent sous le nom de *réseaux à concentration*. Cette dénomination tient à ce que pour un réseau à réflexion le maximum de l'intensité lumineuse diffractée s'observe le long de la direction d'un rayon réfléchi par l'un des plans du trait profilé. Cela signifie que pour un angle d'incidence Θ le maximum de la lumière diffractée s'observe sous un angle φ défini par $\varphi = \Theta + 2\varepsilon$, ε étant l'angle que forme le plan du trait avec la surface du réseau (fig. 6.40).

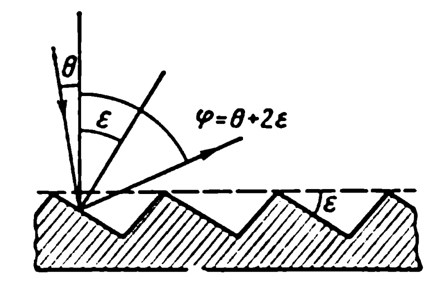


Fig. 6.40. Définition de « l'angle d'éclat » d'un réseau réfléchissant à traits profilés

En pointillé est représenté le plan du réseau par rapport auquel on mesure l'angle d'incidence Θ

Voyons ce que devient, dans ce cas, la condition (6.52) d'apparition du maximum principal. Les relations les plus simples correspondent à des angles φ et Θ suffisamment petits; c'est un cas que l'on utilise souvent dans la pratique lorsque l'onde diffractée se propage en sens inverse de l'onde incidente (montage en auto-collimateur). La condition (6.52) devient alors

$$2d \sin \varepsilon = m\lambda. \tag{6.55}$$

Cette formule permet de déterminer l'ordre du spectre de diffraction pour lequel on doit observer la plus forte intensité du rayonnement d'une longueur d'onde donnée λ_0:

$$m = \frac{2d \sin \varepsilon}{\lambda_0}. \tag{6.56}$$

On peut considérer avec une approximation bien satisfaisante que la répartition de l'intensité lumineuse parmi les maximums principaux est pour ainsi dire décalée par rapport à la répartition pour laquelle la fonction $(\sin u/u)^2$ présentait un maximum pour $m = 0$. Ainsi, par exemple, pour une valeur ε telle que $(2\,d \sin \varepsilon)/\lambda_0 = 3$, le maximum d'intensité d'un rayonnement de longueur d'onde λ_0 correspond à $m = 3$; si on avait affaire à un réseau d'am-

plitude avec $d/b = 3$, l'intensité en $m = 3$ aurait été égale à zéro. La fig. 6.41 montre ces deux répartitions d'intensité lumineuse.

Actuellement pour l'étude des spectres dans les régions ultraviolettes et visibles, on utilise des réseaux à très grand nombre de traits par unité de longueur (300, 600, 1200, 1800, voire 2400 traits

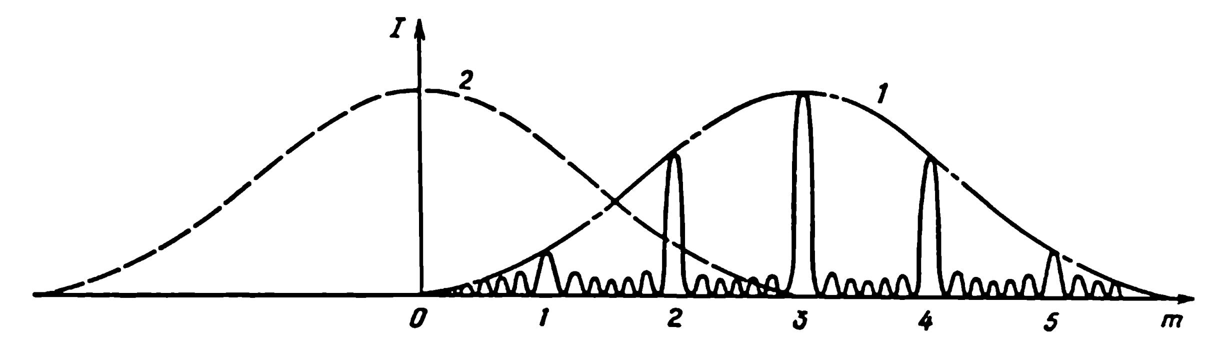


Fig. 6.41. Déplacement de la répartition de l'intensité lumineuse produit par un réseau de diffraction à traits profilés (*1*) et répartition de l'intensité lumineuse produite par un réseau de diffraction d'amplitude (*2*)

par mm). Il est bien évident que la fabrication de réseaux fins avec des traits profilés équidistants exige une technologie où l'usinage mécanique est à la limite de la précision actuellement réalisable.

Les diviseurs modernes sont des machines très compliquées dont la commande pose des problèmes ardus que nous n'avons pas à considérer ici. Nous décrirons par contre certaines méthodes physiques que l'on utilise en cours de fabrication et pour le contrôle des réseaux de diffraction.

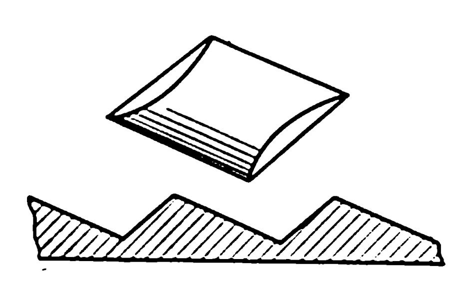


Fig. 6.42. Schéma de principe du tracé des traits par un outil en diamant

En bas: profil des traits du réseau obtenu

On utilise les phénomènes d'interférence pour la commande du diviseur, le contrôle de la gravure et la correction des erreurs commises lors de la fabrication. Une variante de cette méthode se fonde sur le fait que le déplacement du réseau lors de sa fabrication est constamment contrôlé par un dispositif automatique dont le capteur de déplacement est un interféromètre constitué par un réseau étalon et le réseau en cours de fabrication. Un circuit à rétroaction permet de contrôler le déplacement du réseau en cours d'usinage; les traits sont gravés à l'aide d'un outil de coupe en diamant qui leur confère un profil bien déterminé (fig. 6.42). La mise en œuvre d'un procédé de contrôle interférométrique permet d'exclure différentes malfaçons donnant naissance à des raies *fantômes* dans les spectres des réseaux de diffraction.

Est particulièrement intéressante la méthode interférentielle utilisée pour le contrôle des réseaux de diffraction ; sa mise en œuvre a largement contribué au développement de cette technique. Dans cette méthode de contrôle on compare une onde plane à l'onde diffractée par le réseau. Pour cela on remplace un des miroirs de l'interféromètre de Michelson par un réseau de diffraction à réflexion ; l'observation du résultat se fait avec un faisceau de rayons parallèles d'une lumière monochrome. La figure de diffraction est semblable

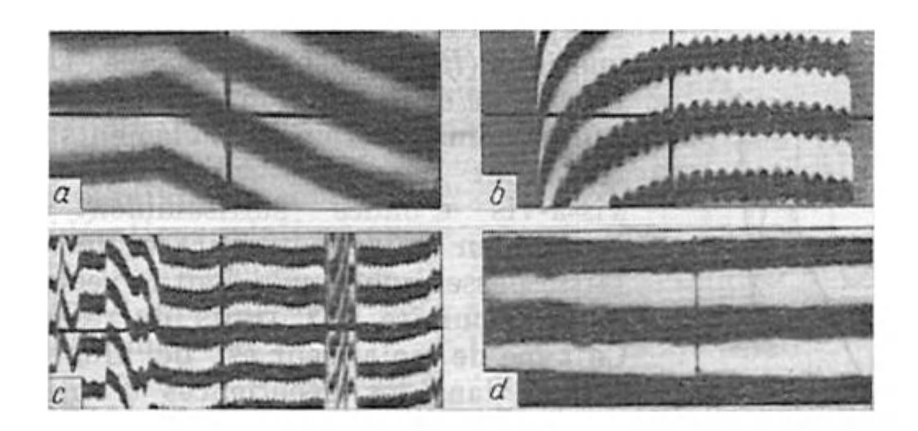


Fig. 6.43. Interférogrammes des faisceaux diffractés par des réseaux présentant différents défauts de fabrication

à un système de franges d'égale épaisseur, mais l'allure des franges dépend non seulement du réglage et des déviations par rapport au plan des miroirs de l'interféromètre, mais encore des défauts du pas des traits du réseau.

La fig. 6.43 représente des interférogrammes illustrant quelques défauts typiques de gravage des traits sur diviseur. Un brusque changement de pente des franges (*a*) témoigne d'une variation du pas d du réseau de part et d'autre de la cassure. L'interférogramme (*b*) indique que le réseau à l'étude comporte des défauts locaux non négligeables. L'interférogramme (*c*) a été relevé sur un réseau dont la gravure a démarré en même temps que la mise en marche du diviseur ; il témoigne de ce que le diviseur se trouve initialement dans un régime dynamique instable. L'interférogramme (*d*) correspond à un réseau de diffraction de bonne qualité, les franges de diffraction étant parfaitement droites.

Les propriétés de polarisation des réseaux de diffraction sont également intéressantes. Nous avons déjà mentionné que la théorie classique de la diffraction est basée sur la résolution d'un problème scalaire, qui ne tient évidemment pas compte de la polarisation du rayonnement. Mais Hertz avait déjà montré que les ondes radio deviennent polarisées après passage à travers un ensemble de fentes formées par des fils métalliques ($d \approx \lambda$). On observe des effets analo-

gues dans la gamme optique avec la particularité que les effets de polarisation sont les plus nets lorsqu'on utilise des réseaux de diffraction métalliques; ce comportement résulte d'une analyse des conditions aux limites imposées aux équations de Maxwell. Nous ne considérerons ici que deux effets donnant lieu à la polarisation de la lumière diffractée.

On sait que pour un conducteur parfait la profondeur de pénétration de l'onde dans le métal est extrêmement petite; la composante tangentielle du champ électrique disparaît ($E_{\parallel} = 0$) et la composante tangentielle du champ magnétique ($H_{\parallel}$) y est discontinue. De ce fait un réseau de diffraction transparent constitué par une alternance d'éléments conducteurs et non conducteurs se comporte vis-à-vis d'ondes suffisamment longues comme un polariseur efficace; le réseau ne laisse passer que l'onde dont le vecteur **E** est perpendiculaire aux traits du réseau ($E_{\perp}$). Ce type de polariseur est de plus en plus utilisé dans les expériences d'optique.

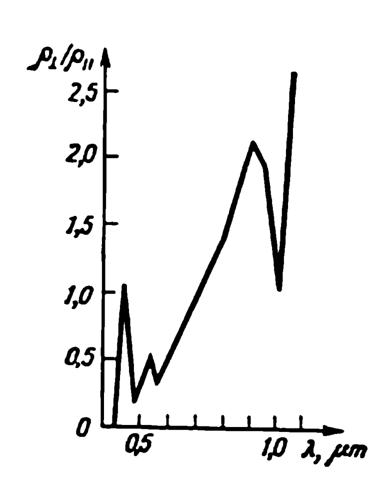


Fig. 6.44. Effet de polarisation d'un réseau métallique réfléchissant à traits profilés

Dans les réseaux à réflexion, l'interaction de la surface métallique est également différente pour les ondes à $E_{\parallel}$ et à $E_{\perp}$. Cette interaction dépend largement de la forme des traits (par suite d'une différence de pénétration des composantes parallèle ($E_{\parallel}$) et perpendiculaire ($E_{\perp}$) dans la masse du réseau) et donne lieu à des facteurs de réflexion différents ($\rho_{\parallel}$ et $\rho_{\perp}$); il en résulte une polarisation de l'onde diffractée. La fig. 6.44 représente la dépendance expérimentale du rapport $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ avec la longueur d'onde de la lumière diffractée par un réseau à traits profilés (300 traits par mm, c'est-à-dire $d \approx 3$ μm). On voit que pour $\lambda > 1$μm, le rapport $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ croît fortement, ce qui indique que le réseau commence à se comporter en polariseur. L'intensité de l'effet peut être contrôlée en faisant varier la forme des traits du réseau. A l'aide d'expériences très précises on a réussi à montrer que si on ménage au fond des traits des régions planes d'une largeur comprise entre $d/6$ et $d/3$, la réflexion des deux composantes ($E_{\parallel}$ et $E_{\perp}$) devient semblable et le rapport $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ est alors peu différent de l'unité.

§ 6.6. Diffraction d'une lumière partiellement cohérente

Nous avons décrit aux §§ 6.3 et 6.4 la diffraction d'une onde monochromatique plane par une ouverture ou un système régulier d'ouvertures de forme donnée. Voyons maintenant quelle sera la

visibilité de la figure de diffraction avec une onde quasi monochromatique. Nous allons traiter ce problème en considérant la diffraction par deux ouvertures seulement. En procédant ainsi nous pourrons mettre à l'œuvre les relations relatives à l'interférence de deux faisceaux et bien dégager la nature des résultats obtenus.

En fait, nous allons considérer différentes variantes de la célèbre expérience d'Young que nous avons mentionnée plus d'une fois. La notion de lumière partiellement cohérente permettra d'estimer les dimensions angulaires convenables de la source de lumière utilisée pour éclairer les deux fentes et de préciser la dépendance de ces dimensions de la source avec l'écartement des ouvertures. Nous verrons pourquoi il faut utiliser, pour décrire une expérience qui paraît tellement simple, des considérations relatives aussi bien aux interférences qu'à la diffraction d'une lumière partiellement cohérente.

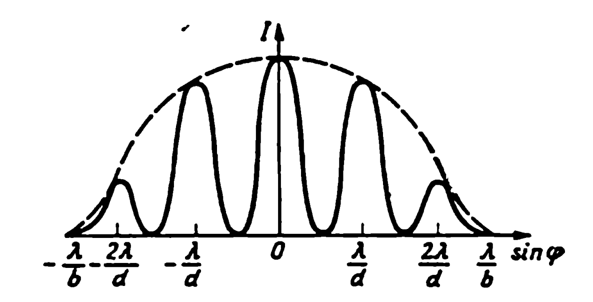


Fig. 6.45. Répartition de l'intensité lumineuse résultant de la diffraction d'une onde monochromatique plane par deux fentes

Nous devons nous remémorer tout d'abord ce qui se produit lors de la diffraction de la lumière par deux ouvertures pratiquées dans un écran opaque. Nous avons montré plus haut que les interférences des deux faisceaux diffractés conduisent à l'apparition de maximums supplémentaires. Lorsque la condition $d \sin \varphi = m\lambda$, avec $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, se trouve vérifiée, on voit apparaître des maximums principaux. Pour $d \sin \varphi = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \ldots$, il se forme des minimums d'intensité qui sont situés entre les maximums principaux. Si la structure est éclairée par une onde monochromatique plane, l'intensité lumineuse en ces minimums est nulle et la visibilité de la figure de diffraction est égale à l'unité:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 1.$$

Le rapport des intensités dans les différents maximums principaux dépend de la forme des ouvertures. Si une onde plane est diffractée par deux fentes identiques de largeur b, la répartition de l'intensité lumineuse entre les maximums principaux obéit à la loi $I_\varphi \sim (\sin u/u)^2$, avec $u = (\pi b/\lambda) \sin \varphi$.

La fig. 6.45 illustre la répartition de l'intensité lumineuse résultant de la diffraction d'une onde plane par deux fentes parallèles, de largeur b. Si la lumière est diffractée par deux ouvertures circulaires de rayon a, l'intensité lumineuse dans les maximums princi-

paux varie selon $I_\varphi \sim [2J_1(u)/u]^2$, où $J_1(u)$ est la fonction de Bessel d'ordre 1 et $u = (2\pi/\lambda)\, a \sin\varphi$.

Lorsqu'on éclaire deux ouvertures avec une lumière issue d'une source étendue, la visibilité de la figure de diffraction devient moins bonne. On a alors affaire à la diffraction d'une lumière partiellement cohérente ($0 < V < 1$) ; c'est ce cas que nous allons examiner dans ce qui suit. En utilisant la terminologie que nous avons introduite dans ce qui précède, on dira que l'on aura à étudier la cohérence spatiale du rayonnement.

Avant de procéder à cette étude, reprenons l'expression (5.10) définissant l'éclairement total créé en un point P par les rayonnements issus de deux sources O_1 et O_2 :

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\,\mathrm{Re}\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\,\gamma_{12}(\Delta t).$$

$I_1(P)$ et $I_2(P)$ désignent les intensités de la lumière issue des deux sources ; $\gamma_{12}(\Delta t)$ est le degré de cohérence complexe des deux sources lumineuses ; $\Delta t = (r_2 - r_1)/c$, où $(r_2 - r_1)$ est la différence de marche $O_2P - O_1P$ des deux ondes qui interfèrent. On admet pour simplifier que les deux ondes se propagent dans un milieu d'indice de réfraction $n = 1$. Si $n \neq 1$, on doit remplacer $|r_2 - r_1|$ par la différence de marche optique, quel que soit le milieu considéré (sans tenir compte de sa dispersion).

Écrivons (5.10) en explicitant le module et l'argument du degré de cohérence complexe :

$$\gamma_{12}(\Delta t) = |\gamma_{12}(\Delta t)| \exp\{i\,[\alpha_{12}(\Delta t) - 2\pi\bar{\nu}\Delta t]\}, \qquad (6.57)$$

avec

$$\alpha_{12}(\Delta t) = 2\pi\bar{\nu}\Delta t + \arg\gamma_{12}(\Delta t). \qquad (6.58)$$

Dans ce qui suit on devra tenir compte de la non-monochromaticité du rayonnement utilisé dans diverses expériences d'interférence. Dans les expressions (6.57) et (6.58) $\bar{\nu} = c/\bar{\lambda}$ désigne la fréquence moyenne (ou centrale) qui correspond au maximum de rayonnement. Il est évident que $2\pi\bar{\nu}\Delta t = \frac{2\pi}{\bar{\lambda}}\, c\,\Delta t = \frac{2\pi}{\bar{\lambda}}(r_2 - r_1)$ est égal au déphasage δ ; on peut donc écrire la variation de l'intensité totale en fonction de δ que l'on détermine aisément par l'expérience.

En introduisant les fonctions trigonométriques, (5.10) s'écrit sous la forme

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\,|\gamma_{12}(\Delta t)| \cos[\alpha_{12}(\Delta t) - \delta]. \qquad (6.59)$$

Dans le cas où $|\gamma_{12}(\Delta t)| = 1$, l'intensité au point P sera la même que dans le cas de l'interférence de deux ondes rigoureusement monochromatiques de fréquence $\bar{\nu}$ et dont le déphasage

entre les vibrations aux points O_1 et O_2 est égal à $\alpha_{12}(\Delta t)$. On peut donc considérer que les vibrations aux points O_1 et O_2 sont cohérentes, l'une ayant un retard de phase par rapport à l'autre.

Lorsque $|\gamma_{12}(\Delta t)| = 0$, le terme interférentiel devient nul, ce qui implique que les vibrations aux points O_1 et O_2 ne sont pas cohérentes. Si $0 < |\gamma_{12}(\Delta t)| < 1$ on dit que les vibrations sont *partiellement cohérentes*, ce qui signifie qu'il y a interférence des ondes quasi monochromatiques. C'est ce dernier cas qui présentera le plus d'intérêt pour nos développements ultérieurs.

Dans le cas d'une onde quasi monochromatique, le terme interférentiel n'est pas nul; $\alpha_{12}(\Delta t)$ et $|\gamma_{12}(\Delta t)|$ (qui sont fonctions de $\Delta t = (r_2 - r_1)/c$) présentent des variations relativement lentes. On observera sur l'écran de projection une figure d'interférence stationnaire correspondant à une répartition sinusoïdale d'amplitude $2\sqrt{I_1(P)\,I_2(P)}\;|\gamma_{12}(\Delta t)|$ presque constante qui se superpose à un fond invariable d'amplitude $I_1(P) + I_2(P)$.

Bien souvent on peut poser $I_1(P) = I_2(P)$. Cette hypothèse apparaît comme valable lorsqu'on peut négliger les variations d'amplitude des vibrations de deux sources identiques dont la différence de marche des rayons $|r_2 - r_1|$ est petite. On a alors

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = |\gamma_{12}(\Delta t)|.$$

C'est l'expression (5.16) que nous avons établie précédemment, dont l'importance est liée à ce qu'elle permet de comparer les données théoriques et expérimentales sur la visibilité de la figure d'interférence et d'estimer le degré de cohérence des faisceaux interférents.

Si on se reporte à la fig. 5.5 comparant les résultats de l'interférence de deux ondes monochromatiques et de deux ondes quasi monochromatiques, on peut estimer la variation de la visibilité de la figure de diffraction par deux fentes ($V = 1$) représentée fig. 6.45 lorsqu'on remplacera la lumière cohérente par une lumière partiellement cohérente. Il est évident que si $V < 1$, la hauteur des maximums deviendra plus petite et les minimums seront différents de zéro (fig. 6.46). Les calculs qui suivent doivent confirmer ces considérations qualitatives.

La corrélation (6.59) apporte des informations supplémentaires sur les sources de lumière considérées. Ecrivons la condition du maximum de la fonction $I(P)$:

$$\cos[\alpha_{12}(\Delta t) - \delta] = 1 \tag{6.60}$$

sous la forme suivante

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) - \alpha_{12}(\Delta t) = 2m\pi, \tag{6.61}$$

avec $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ La formule (6.61) diffère de la condition $(2\pi/\lambda)(r_2 - r_1) = 2m\pi$ que nous avons obtenue précédemment pour deux sources d'ondes monochromatiques de même phase. Le fait que $\alpha_{12}(\Delta t) \neq 0$ et que devient valable la condition (6.61) peuvent s'interpréter comme résultant d'un retard de phase de l'une

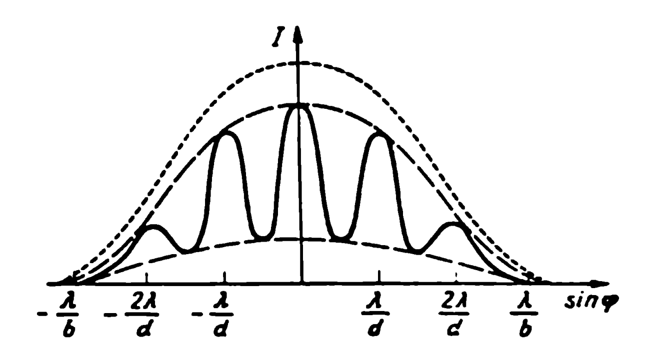


Fig. 6.46. Répartition de l'intensité lumineuse résultant de la diffraction par deux fentes d'une onde quasi monochromatique

des sources par rapport à l'autre. Un tel déphasage doit nécessairement donner lieu à un décalage des franges d'interférence par rapport aux franges produites par les rayonnements monochromatiques de même phase. Il est facile d'estimer la valeur de ce décalage.

Pour rendre concrets nos raisonnements, considérons le schéma de l'expérience d'Young représenté fig. 6.47. La source lumineuse est un radiateur homogène de grande longueur (fente autorayonnante d'une largeur $2a$, disposée de manière symétrique par rapport à P_1 et P_2 et s'en trouvant à une distance D_1. Désignons par D la distance de séparation des écrans A et B et par d la distance P_1P_2. Pour un rayonnement monochromatique de longueur d'onde $\bar{\lambda}$ la largeur d'une frange d'interférence sera égale à $\delta h = D\bar{\lambda}/d$ (*cf.* § 5.1). Un déplacement d'une frange correspond à un déphasage égal à 2π. Par conséquent, la présence de $\alpha_{12}(\Delta t)$ dans la formule (6.61) doit donner lieu à un déplacement des franges par rapport aux franges produites par deux sources monochromatiques de même phase. Ce déplacement est égal à $x = \frac{D\bar{\lambda}}{2\pi d}\alpha_{12}(\Delta t)$. La mesure de ce déplacement permettrait donc d'estimer la valeur de $\alpha_{12}(\Delta t)$.

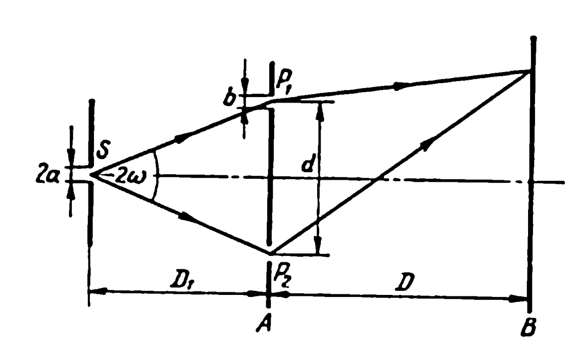


Fig. 6.47. Schéma de l'expérience d'Young

Ainsi la visibilité des franges d'interférence est déterminée par le module du degré de cohérence complexe $|\gamma_{12}(\Delta t)|$, tandis que la position des franges est directement liée à l'argument de cette fonction.

Remarquons que dans le cas de l'interférence de rayons dont la différence de marche est très petite, la formule (6.59) se laisse écrire autrement. Supposons que la différence de marche $|r_2 - r_1|$ est beaucoup plus petite que la longueur de cohérence $L_{coh} = c\tau_{coh}$:

$$|r_2 - r_1| = c\Delta t \ll c\tau_{coh}. \tag{6.62}$$

Par conséquent, $\Delta t \ll \tau_{coh}$ et comme γ_{12} ne varie que lentement pour Δt petit, l'intensité lumineuse au point P s'écrit

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P) I_2(P)}\,|\gamma_{12}(0)| \cos[\alpha_{12}(0) - \delta]. \tag{6.63}$$

Passons à l'étude de la diffraction par deux ouvertures P_1 et P_2 pratiquées dans un écran opaque et éclairées par une source étendue de lumière non cohérente.

En un point quelconque P de l'écran B l'intensité lumineuse est donnée par (6.63); pour la calculer on doit connaître $|\gamma_{12}(0)|$. Pour trouver le module du degré de cohérence complexe on aura recours au *théorème de Zernike* *). Ce théorème démontre que le degré de cohérence complexe des vibrations aux points P_1 et P_2 est proportionnel à l'amplitude de l'intensité du champ au point P_1 de la figure de diffraction dont le centre est en P_2; cette figure de diffraction est créée par une onde plane diffractée par une ouverture dans un écran opaque et qui coïncide exactement avec la source à l'étude (fig. 6.48). Pour pouvoir appliquer le théorème, on doit estimer l'amplitude de l'intensité du champ lorsqu'une onde plane est diffractée par une fente de largeur $2a$; en posant $D_1 \gg d$, on aura donc

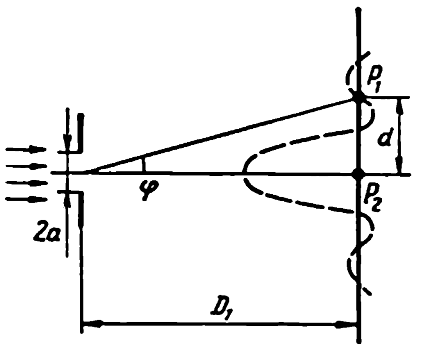


Fig. 6.48. Construction illustrant la mise en œuvre du théorème de Zernike

$$|\gamma_{12}(0)| = \left|\frac{\sin x}{x}\right|, \tag{6.64}$$

où $x = \frac{2a\pi}{\lambda} \sin\varphi = \frac{2\pi a d}{\lambda D_1}$. On notera que la valeur de $|\gamma_{12}(0)|$ peut encore être estimée par un autre procédé, moins général mais intimement lié à la démonstration qui a été présentée plus haut. Au

*) On trouve la démonstration et une discussion de ce théorème dans le livre de M. Françon et S. Slansky *La cohérence optique*.

§ 5.4 nous avons calculé la fonction de visibilité pour une fente autorayonnante en considérant la superposition des faisceaux lumineux résultant d'un dédoublement du flux lumineux initial par réflexion sur deux miroirs parallèles (*cf.* fig. 5.17 et 5.20). Deux ouvertures P_1 et P_2 pratiquées dans un écran opaque A dédoublent elles aussi le flux lumineux issu de la fente S (fig. 6.47). Ces deux faisceaux se réunissent ensuite au point P et en vertu de la cohérence spatiale de ce système on voit apparaître sur l'écran B une figure d'interférence. Si, pour les deux systèmes considérés, l'ouverture d'interférence 2ω a même valeur, on pourra utiliser pour le calcul de la visibilité des franges apparaissant sur l'écran B par suite de l'interférence des faisceaux issus des ouvertures P_1 et P_2, la formule (5.35) établie pour une source non cohérente en forme de fente. Pour cette dernière nous avons trouvé $V = |\sin x/x|$ où le paramètre x est défini comme le rapport de la largeur $2a$ de la fente à la largeur de la frange d'interférence $\delta h = \lambda D_1/d$. On a donc $x = 2\pi ad/(\lambda D_1)$ et la visibilité des franges d'interférence est

$$V = \left| \frac{\sin [2\pi ad/(\lambda D_1)]}{2\pi ad/(\lambda D_1)} \right|. \qquad (6.65)$$

Dans le cas considéré ici $V = |\gamma_{12}(0)|$. Par conséquent, la formule (6.65) détermine le module du degré de cohérence complexe, qui est évidemment le même que celui donné par (6.64). Le graphique de cette fonction est représenté fig. 5.20, et bien que les notations qui y figurent soient différentes de celles que nous utilisons maintenant, on peut utiliser cette figure pour la résolution du problème à l'étude. Lorsque la distance d entre les ouvertures P_1 et P_2 est très petite, la visibilité du système de franges d'interférence est voisine de l'unité. La distance croissante, elle diminue jusqu'à zéro pour $d = \lambda D_1/(2a)$, puis croît à nouveau tout en restant partout bien inférieure à l'unité. A l'aide de ce graphique on détermine aisément la valeur du rapport $2\,a/D_1 = 2\alpha$ pour laquelle la visibilité aura une valeur supérieure à une valeur fixée à l'avance $0 < V < 1$, d et λ étant donnés. C'est ainsi que nous avons établi (formule (5.36)) la condition d'observation des figures d'interférence à partir d'une source étendue en posant que $V \geqslant 2/3$. Ce résultat pouvait être obtenu pour $x \leqslant 1/2$. Si on utilise cette même condition ($V \geqslant 2/3$) pour l'expérience d'Young, on trouve que le rapport $2\pi a/D_1 = 2\pi\alpha$ devrait être inférieur à $\lambda/(2d)$.

On remarque que $2\alpha = 2a/D_1$ est l'angle sous lequel on voit une fente autorayonnante de largeur $2a$ de l'ouverture P_1 ou P_2. En introduisant cette quantité dans la formule (6.65) on arrive à l'expression définitive du module du degré de cohérence complexe (visibilité des franges d'interférence)

$$|\gamma_{12}(0)| = V = \left| \frac{\sin (2\pi\alpha d/\lambda)}{2\pi\alpha d/\lambda} \right|. \qquad (6.66)$$

La formule (6.66) est d'un emploi commode pour l'estimation des dimensions angulaires convenables pour réaliser l'expérience d'Young et on l'utilisera ci-dessous.

Pour déterminer $I_1(P)$ et $I_2(P)$ figurant dans (6.63) on doit préciser la forme des ouvertures P_1 et P_2. Supposons que ces ouvertures sont des fentes de même largeur b disposées parallèlement et symétriquement par rapport à la fente S fonctionnant comme source de lumière. A l'aide de la formule (6.36) définissant la répartition de l'éclairement produit par diffraction d'une onde plane par une fente de largeur b, nous obtenons alors *)

$$I_1(P)=I_2(P)=I_0\left[\frac{\sin(\pi b\sin\varphi)/\lambda}{(\pi b\sin\varphi)/\lambda}\right]^2. \tag{6.67}$$

Cette expression prend une forme plus symétrique si on utilise les notations suivantes: $2\beta = b/D$ (2β est l'angle sous lequel on

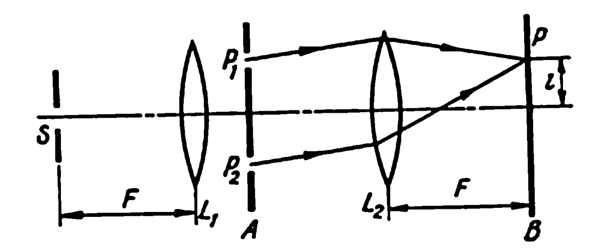


Fig. 6.49. Modification de l'expérience d'Young satisfaisant aux conditions de diffraction d'ondes planes

voit chacune des fentes à partir du point P) et $z \approx D\sin\varphi$ qui est la distance du point P à l'axe de symétrie du montage (fig. 6.47). L'intensité lumineuse que crée au point P chacun des faisceaux est alors donnée par la formule

$$I_1(P)=I_2(P)=\left[\frac{\sin(2\pi\beta z/\lambda)}{2\pi\beta z/\lambda}\right]^2. \tag{6.68}$$

Avec ces mêmes notations, le déphasage δ des deux faisceaux entrant en interférence est donné par

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\varphi=\frac{2\pi dz}{\lambda D}=\frac{2\pi\alpha' z}{\lambda}. \tag{6.69}$$

On constate aisément que $\alpha' = d/D$ est l'angle sous lequel on voit du point P le système des deux fentes. Pour légitimer l'utilisation des formules du § 6.3, il convient de modifier légèrement le schéma de notre montage expérimental (fig. 6.49) : interposons entre la source (fente) S et l'écran A une lentille L_1 de telle manière que la fente S se trouve dans son foyer principal. Une seconde lentille L_2

*) D'habitude c'est la répartition de l'éclairement qui est intéressante et, dans l'exposé ultérieur, la constante I_0 sera posée égale à l'unité.

(de même distance focale F que la lentille L_1) est disposée de manière à ce que son plan focal coïncide avec le plan de l'écran B. L'écran opaque A comportant deux fentes parallèles est placé entre les lentilles L_1 et L_2. Ainsi se trouvent remplies toutes les conditions requises pour observer la diffraction de Fraunhofer. Pour le cas de ce montage expérimental on doit remplacer dans les expressions définissant les angles α, β et α', D et D_1 par F.

L'expression finale de la répartition d'éclairement résultant de la diffraction d'une onde quasi monochromatique issue d'une source S en forme de fente est

$$I(P)=2\left[\frac{\sin(2\pi\beta z/\lambda)}{2\pi\beta z/\lambda}\right]^2\left\{1+\left|\frac{\sin(2\pi\alpha d/\lambda)}{2\pi\alpha d/\lambda}\right|\cos\left[\alpha_{12}(0)-2\pi\alpha z/\lambda\right]\right\}. \tag{6.70}$$

Comme la source autorayonnante S est disposée de manière symétrique par rapport aux ouvertures P_1 et P_2, il s'ensuit du théorème de Zernike que la quantité $\gamma_{12}(0)$ est réelle et que de ce fait, conformément à (6.63), les égalités suivantes doivent être satisfaites

$$\begin{aligned} \alpha_{12}(0)&=0 \quad \text{pour} \quad \frac{\sin(2\pi\alpha d/\lambda)}{2\pi\alpha d/\lambda}>0,\\ \alpha_{12}(0)&=\pi \quad \text{pour} \quad \frac{\sin(2\pi\alpha d/\lambda)}{2\pi\alpha d/\lambda}<0 \end{aligned} \tag{6.71}$$

En procédant de manière analogue on peut calculer l'éclairement de la figure de diffraction apparaissant sur l'écran B lorsqu'on éclaire à l'aide d'une source circulaire non cohérente S deux ouvertures circulaires ménagées dans un écran opaque A. Introduisons les notations suivantes: ρ — rayon de la source de lumière non cohérente; d — distance de séparation des ouvertures dans l'écran A; a — rayon des ouvertures circulaires; R — distance focale principale des lentilles L_1 et L_2.

On peut utiliser la formule (6.70) en y remplaçant la fonction $(\sin u/u)^2$ caractérisant la diffraction par une fente par la fonction de Bessel $[2J_1(u)/u]^2$ caractérisant la diffraction d'une onde plane par une ouverture circulaire. D'après le sens du théorème de Zernike, on doit, pour calculer $|\gamma_{12}(0)|$, remplacer $|\sin x/x|$ par $|2J_1(v)/v|$ où $v=2\pi\rho d/(\lambda R)$.

La variation de l'intensité de la lumière diffractée sous un angle φ en fonction de la distance d entre les ouvertures sur lesquelles tombe une onde quasi monochromatique s'exprime alors par la formule

$$I(\varphi,\ d)=2\,[2J_1(u)/u]^2\{1+|2J_1(v)/v|\cos[\alpha_{12}(0)-Cuv]\}, \tag{6.72}$$

où $u=(2\pi/\lambda)\,a\sin\varphi$, $v=2\pi\rho d/(\lambda R)$ et $C=\lambda R/(2\pi\rho a)$.

La phase $\alpha_{12}(0)$ satisfait aux relations suivantes: $\alpha_{12}(0) = 0$ si $2J_1(v)/v > 0$ et $\alpha_{12}(0) = \pi$ si $2J_1(v)/v < 0$.

La formule (6.72) correspond approximativement aux résultats consignés dans l'ouvrage de Born et Wolf « Fondements d'optique » concernant la diffraction par deux ouvertures circulaires éclairées

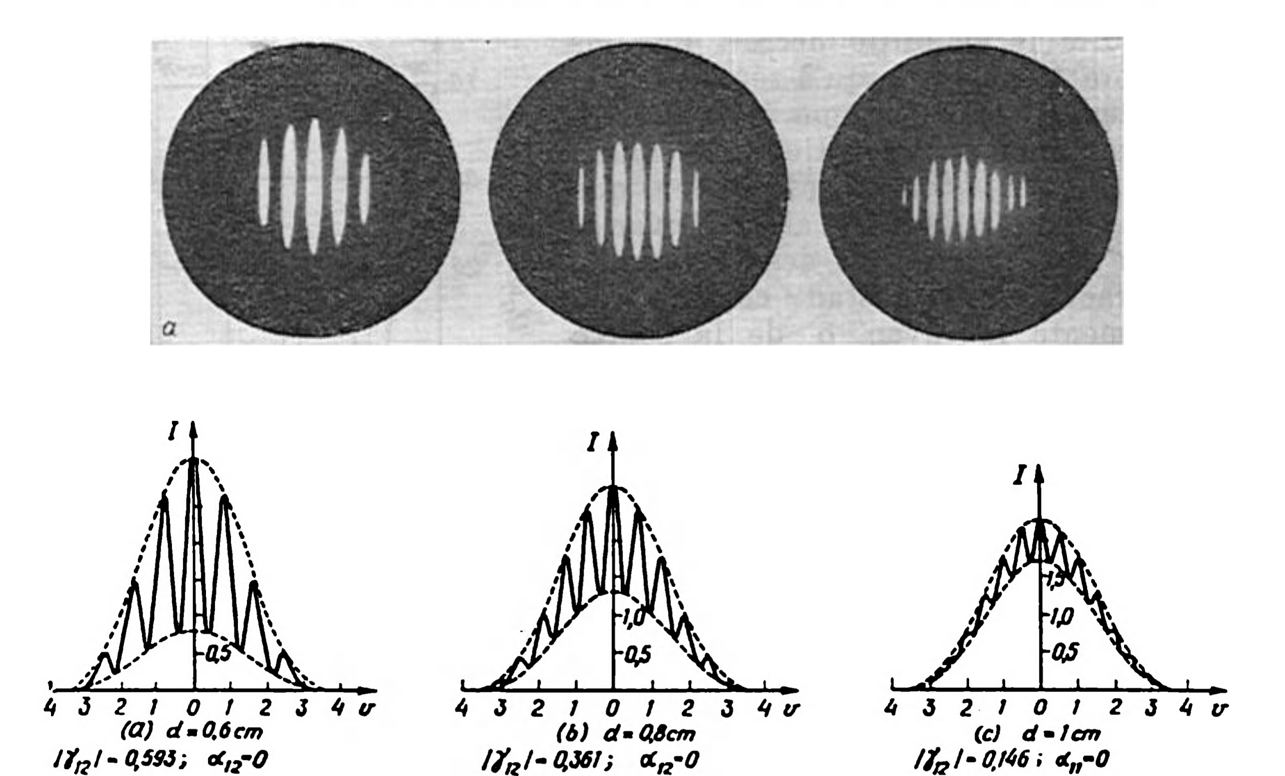


Fig. 6.50. Diffraction d'une lumière partiellement cohérente par deux ouvertures circulaires:

a) images observées dans le « diffractomètre »; *b*) courbes d'intensité lumineuse théoriques. Longueur d'onde moyenne $\lambda = 5790$ Å; $\rho = 0{,}009$ cm; $2a = 0{,}14$ cm; $R = 152$ cm

par une source circulaire de lumière non cohérente; nous reproduisons fig. 6.50, *a* les intéressantes photographies des franges de diffraction produites par un diffractomètre du type décrit, qui sont présentées dans cet ouvrage. Les photographies *A*, *B* et *C* correspondent à des distances *d* différentes et illustrent les variations correspondantes de la visibilité des franges de diffraction. Sur la fig. 6.50, *b* on donne les courbes calculées de la répartition de l'intensité lumineuse pour trois valeurs de *d* (indiquées sur la figure et qui sont les mêmes que celles utilisées pour obtenir les photographies situées juste au-dessus). La fig. 6.51 donne la variation du module du degré de cohérence $|\gamma_{12}(0)|$ en fonction de la distance *d* (les dimensions de la source demeurant constantes); on a repéré par les lettres *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* six positions dont trois correspondent à la fig. 6.50.

Un examen de ces photographies et des répartitions d'intensité correspondantes montre qu'à mesure que la distance de séparation d des ouvertures de l'écran opaque augmente (de la photo A vers la photo C) la visibilité devient moins bonne. Lorsque cette distance augmente encore de D à E (fig. 6.51) la visibilité s'améliore tout en étant moindre que pour A, B et C. Ensuite la visibilité décroît une fois encore tombant jusqu'à zéro; ce comportement est conforme à la courbe de variation de la fonction $|2J_1(v)/v|$, où $v = 2\pi\rho d/(\lambda R)$. Il est évident que l'on observera la même allure de variation de la visibilité des franges de diffraction, si, d restant constant, on augmente le rayon ρ de la source circulaire.

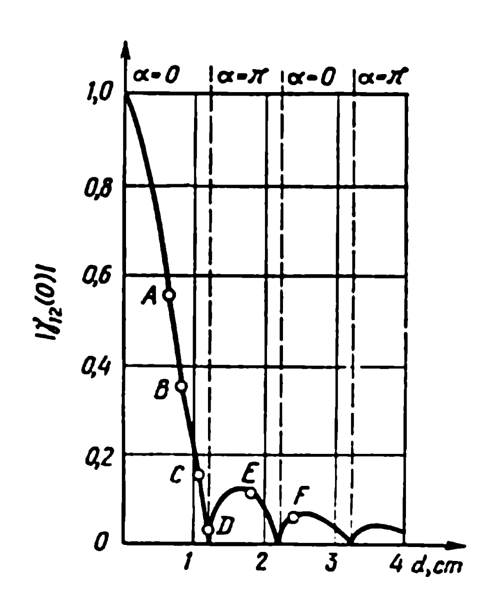


Fig. 6.51. Variation du degré de cohérence de deux faisceaux de lumière partiellement cohérente en fonction de la distance de séparation d des deux ouvertures circulaires du diffractomètre

La variation de la phase α_{12} qui est indiquée sur la fig. 6.51 est également intéressante. Tandis que le long des courbes A, B, C l'intensité lumineuse maximum tombe sur les franges se trouvant au centre des figures de diffraction, l'intensité au centre de la courbe E doit être minimale conformément à la valeur $\alpha_{12}(0) = \pi$. Pour la courbe F on a de nouveau $\alpha_{12} = 0$ et au centre d'une figure de faible contraste on doit avoir un maximum d'intensité.

Le diffractomètre qui a été utilisé pour ces mesures convient bien pour traiter différents problèmes. On remarquera que l'on y retrouve en fait (sous le couvert de nouvelles notions et de nouvelle terminologie) l'idée de l'interféromètre à deux faisceaux de Rayleigh, qui avait été utilisé au début du siècle par Michelson pour la mesure des dimensions angulaires des corps célestes.

§ 6.7. Décomposition spectrale des rayonnements et principales propriétés des appareils spectraux

Dans différentes parties de l'exposé ci-dessus nous avons fait appel à la possibilité de décomposer, par des procédés expérimentaux, tout rayonnement en une somme d'ondes monochromatiques, ce qui revient à obtenir leurs spectres. Nous n'avons cependant pas encore, justifié la légitimité d'une telle opération ni précisé par quel moyen on peut la réaliser. Maintenant que nous connaissons

les lois de la diffraction, nous pouvons traiter ce problème avec toute la rigueur nécessaire.

Dans les expériences de décomposition spectrale, on utilise généralement un prisme ou un réseau de diffraction. Il est bien connu qu'ayant réalisé il y a près de 150 ans les premiers réseaux de diffraction, Fraunhofer les a aussitôt mis en œuvre pour étudier la composition spectrale de différentes sources lumineuses. Il remarqua

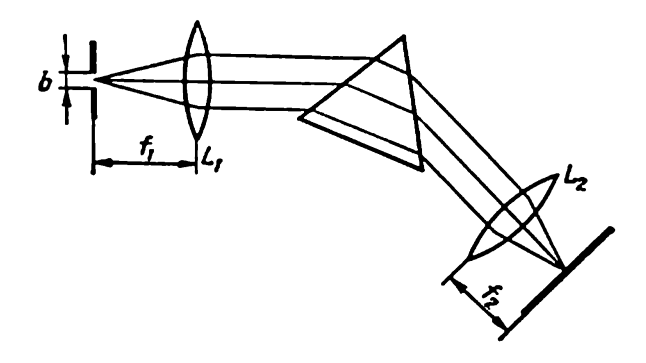


Fig. 6.52. Schéma simplifié d'un appareil spectral

notamment l'existence de raies d'absorption dans le spectre continu du rayonnement solaire (raies de Fraunhofer). Il y a plus longtemps encore Newton a réalisé l'expérience classique de la décomposition spectrale du rayonnement solaire à l'aide d'un prisme. Jusqu'à nos jours, les prismes et les réseaux de diffraction jouent un rôle essentiel dans l'élaboration d'appareils spectraux. Ces *éléments dispersifs* assurent la décomposition d'un rayonnement suivant les longueurs d'onde des radiations qu'ils renferment.

En plus d'un élément dispersif tout appareil spectral doit comporter un système optique de focalisation assurant une mise au point nette de l'image de la fente d'entrée en lumière d'une longueur d'onde donnée (c'est la raie spectrale). Le spectre ainsi obtenu est enregistré sur une plaque ou une pellicule photographique. Un tel appareil est désigné sous le nom de *spectrographe*. Un rayonnement ne comportant que des ondes d'un intervalle donné de longueurs d'onde peut émerger de la fente de sortie; dans ce dernier cas l'appareil se comporte en *monochromateur*.

La fig. 6.52 représente le schéma de principe du plus simple appareil spectral. Au foyer principal d'un objectif à collimateur L_1 se trouve la fente d'entrée b. Lorsqu'on fait passer à travers cette fente un rayonnement, on obtient une onde plane qui tombe sur l'élément dispersif. Un deuxième objectif L_2 (se trouvant dans le corps de l'appareil) focalise les radiations de différentes longueurs d'onde (raies spectrales) en différents points d'une plaque photographique.

Nous n'analyserons pas en détail ce schéma optique, étant donné qu'un calcul précis d'un appareil même aussi simple est un problème ardu. D'ailleurs, ce système n'est pas le seul envisageable *), et on ne l'utilise que pour rendre plus concrète l'étude des propriétés des appareils spectraux.

Nous devons commencer par traiter d'une manière générale les questions de principe suivantes : la décomposition d'un rayonnement quelconque suivant les longueurs d'onde est-elle unique et dans quelle mesure les propriétés de l'appareil spectral influent-elles sur les caractéristiques du spectre qu'il fournit ?

Pour répondre à la première de ces questions il convient de comparer le procédé expérimental de décomposition d'un rayonnement en une somme d'ondes monochromatiques à l'opération mathématique bien connue d'obtention du spectre d'une fonction arbitraire $F(t)$; la légitimité de cette opération mathématique est confirmée par le théorème de Fourier.

Selon le théorème de Fourier toute fonction périodique $F(t)$ peut être remplacée par une somme finie ou infinie de fonctions harmoniques :

$$F(t) = \sum_{n=1}^{N} C_n \cos(\omega_n t - \alpha_n). \tag{6.73}$$

Ce théorème fournit en même temps un procédé de calcul des coefficients et affirme que

$$\langle F^2(t)\rangle = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} C_n^2. \tag{6.74}$$

Il s'ensuit que connaissant les amplitudes C_1, C_2, C_3, ... des vibrations monochromatiques de fréquences ω_1, ω_2, ω_3, ..., la sommation des carrés des amplitudes permet de trouver à une approximation donnée la valeur moyenne de la fonction $F^2(t)$. On arrive au même résultat en procédant à des expériences de décomposition d'un rayonnement électromagnétique arbitraire en ondes monochromatiques.

Pour comparer entre elles la décomposition expérimentale (physique) et la décomposition mathématique d'une fonction $F(t)$ en ses composantes, nous allons considérer le cas simple d'une fonction ne comportant que trois ondes monochromatiques de fréquences ω_1, ω_2, ω_3. On a représenté fig. 6.53, *a* (à une échelle arbitraire) les carrés des amplitudes C_1^2, C_2^2, C_3^2. En les additionnant on trouve la valeur exacte de $\langle F^2(t)\rangle$.

*) On remarquera qu'un filtre interférentiel (voir ch. V) permet lui aussi d'extraire d'un rayonnement quelconque un groupe étroit d'ondes et peut donc servir de monochromateur. Les principes physiques de son fonctionnement et le procédé de sa mise en œuvre technique sont absolument différents du cas considéré ici.

Voyons maintenant s'il est possible d'effectuer l'étude expérimentale d'un rayonnement composé de trois ondes monochromatiques; nous réglerons pour cela le monochromateur successivement sur les fréquences ω_1, ω_2 et ω_3. Cette opération de réglage est illustrée par la fig. 6.53, *b* représentant la répartition en fréquences de l'énergie du flux lumineux. La distorsion du signal qu'introduisent inéluctablement les différentes parties de l'appareil spectral est caractérisée par la *fonction* dite *instrumentale*, qui définit le résultat des mesures de la fréquence d'un rayonnement monochromatique appliqué à l'entrée de l'appareil spectral. Il est évident que la forme de la fonction instrumentale doit dépendre des propriétés de l'appareil spectral utilisé; nous étudierons ces propriétés dans ce qui suit.

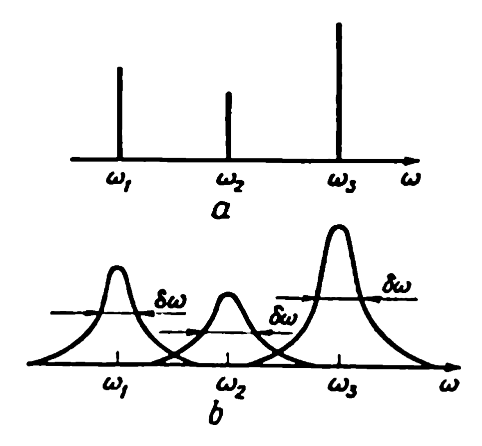


Fig. 6.53. Spectre du rayonnement à l'étude (*a*) et répartition de l'énergie du flux lumineux à la sortie de l'appareil spectral en fonction de la fréquence (*b*):

$\delta\omega$ — largeur de la fonction instrumentale

Pour rendre plus claires les considérations que nous allons développer nous poserons que la différence entre ω_1 et ω_2 (ainsi qu'entre ω_2 et ω_3) est beaucoup plus grande que la largeur $\delta\omega$ de la fonction instrumentale. Dans ces conditions, la mesure de l'intensité lumineuse sur une fréquence n'affectera pas les mesures sur une autre fréquence, et nous serons en mesure d'enregistrer trois maximums. Supposons que le récepteur de lumière soit peu sélectif dans la gamme des fréquences à l'étude et que l'absorption de lumière dans l'appareil spectral soit non sélective. Dans ces conditions, le rapport des carrés des amplitudes (ou ce qui revient au même, des aires délimitées par les pics du spectrogramme) sera égal à $C_1^2 : C_2^2 : C_3^2$. Si on arrive à surmonter les difficultés liées à l'étalonnage de l'appareil et qui surgissent chaque fois que l'on cherche à faire des mesures absolues, la somme des aires dont il est question définit la valeur moyenne de la fonction recherchée.

On peut donc admettre que l'appareil spectral, ayant séparé les composantes sinusoïdales du rayonnement incident, a pour ainsi dire expérimentalement réalisé le développement de la fonction en une série de Fourier. Le procédé mathématique d'obtention du spectre de la fonction $F(t)$ et l'expérience physique conduisant à la décomposition d'une onde électromagnétique en ses composantes, conduisent au même résultat et les informations qu'ils permettent d'obtenir sur le rayonnement à l'étude sont semblables. On peut procéder à une comparaison des spectres obtenus pour les procédés

mathématique et physique même dans le cas plus compliqué où la fonction à l'étude n'est pas une somme de vibrations harmoniques, et cela bien que la largeur non nulle de la fonction instrumentale rende plus ardue l'interprétation des résultats et fasse apparaître certaines difficultés que nous n'examinerons pas ici.

Lorsqu'on compare les procédés mathématique et physique de détermination du spectre d'une fonction périodique quelconque, on se trouve en présence d'un problème intéressant qui consiste en ceci : il est bien connu que la décomposition d'une fonction $F(t)$ peut être réalisée non pas en une série de Fourier, mais à l'aide des fonctions plus compliquées. Du point de vue du mathématicien les deux procédés seront équivalents si dans les deux cas les conditions de convergence des séries sont assurées. Le physicien, lui, donne toujours sa préférence à la décomposition harmonique comme étant physiquement rationnelle *).

Tous les récepteurs de lumière que l'on utilise dans la pratique ont une réponse optimale au flux lumineux obéissant à la loi $\sin^2 \omega t$. Au cours de la mesure, le signal à l'étude est moyenné, amplifié si besoin est, et les indications du dispositif enregistreur, placé à la sortie de l'appareil, sont proportionnelles au carré de l'amplitude du champ électrique créé par l'onde monochromatique à l'étude.

Le problème mathématique de la décomposition spectrale d'une fonction non périodique quelconque se ramène à sa représentation sous la forme de l'intégrale de Fourier; ce procédé est légitime si sont remplies certaines conditions que nous avons précisées ci-dessus **). Du point de vue de la physique cette opération d'obtention d'une somme continue d'un nombre infiniment grand de composantes sinusoïdales se ramène à l'enregistrement à l'aide d'un appareil spectral d'un spectre continu.

Pour préciser la nature d'un spectre continu nous supposerons qu'il est possible de produire par un moyen quelconque une impulsion lumineuse très brève. Comme nous l'avons déjà indiqué on ne peut attribuer à une telle impulsion aucune longueur d'onde bien définie. Il en résulte que lorsqu'une telle impulsion tombe sur un réseau de diffraction sous un angle de diffraction φ quelconque, on peut toujours enregistrer un signal qui aurait été absent dans le cas d'une ou de plusieurs ondes monochromatiques.

---

*) Les questions relatives à la décomposition spectrale d'un rayonnement quelconque sont examinées dans l'ouvrage de G. Gorélik « Vibrations et ondes » que nous avons déjà cité. On y trouve une discussion passionnante entre des étudiants et un professeur sur l'importance que présente aujourd'hui l'expérience de Newton ; le besoin d'une approche pragmatique dans le choix d'une décomposition spectrale est interprété en comparant l'approche d'un mathématicien et celle d'une tricoteuse pour le choix optimum du nombre de doigts dans chaque paire de gants. Pour le mathématicien les répartitions $5 + 5$ et $7 + 3$ sont équivalentes, tandis que pour la tricoteuse le choix est imposé.

**) *Cf.* § 5.1.

On arrive au même résultat, c'est-à-dire enregistrement d'un signal quel que soit l'angle d'observation, lorsqu'on éclaire un réseau de diffraction par la lumière naturelle (lumière blanche). On remarquera cependant que l'information ainsi obtenue ne saurait suffire pour élucider la question du mécanisme de formation d'un spectre continu (le rayonnement est-il produit par les différents électrons ou bien résulte-t-il de certaines interactions ?), car cette question se situe dans un plan différent.

On remarquera que jusqu'à présent nous n'avons fait qu'affirmer que la décomposition physique d'une fonction $F(t)$ arbitraire en une série de Fourier était légitime, sans aborder le problème de sa construction (réduction) avec ses composantes monochromatiques. Or ces deux aspects ne sont pas équivalents. La construction de $F(t)$ est compliquée par le fait que la décomposition ne permet de déterminer que les amplitudes des vibrations harmoniques, leurs phases initiales restant indéterminées. On devra tenir compte de ce fait lorsqu'on formulera les résultats que l'on obtiendra par ce procédé. On ne peut, par exemple, affirmer que la lumière blanche est constituée par les sept couleurs que l'on discerne dans l'arc-en-ciel, résultat de la décomposition de la lumière solaire.

Il est donc clair qu'il est indispensable d'étudier de façon concrète les propriétés de l'appareil spectral utilisé pour la décomposition en ondes monochromatiques d'un rayonnement donné. Il est évident que tout appareil spectral non seulement fait apparaître les composantes périodiques, mais encore il les transforme, cette transformation pouvant être décrite à l'aide de la fonction instrumentale. Pour donner une description mathématique de cette transformation, on utilise généralement le procédé de *convolution* qui permet d'établir une corrélation entre la somme des produits de la fonction instrumentale par les contours réels des raies et la répartition en fréquence de l'énergie du flux lumineux de la raie spectrale que l'on détermine dans l'expérience. La forme générale de l'équation intégrale que l'on doit utiliser pour cela sera donnée au § 6.9 [formule (6.111)], où on étudie un problème similaire, celui de la qualité des appareils d'optique. Dans certains cas on arrive à éliminer l'influence de l'appareil, donc à déterminer le contour réel de la raie spectrale. On considère alors que l'appareil spectral ne peut séparer un rayonnement en ses composantes des deux longueurs d'onde se trouvant dans les limites de sa fonction instrumentale. Pour pouvoir traiter ces problèmes compliqués, on doit choisir avec discernement les paramètres de l'appareil spectral que nous allons examiner maintenant.

1. Déterminons l'angle de divergence $\delta\varphi$ de deux faisceaux lumineux de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ($|\lambda_1 - \lambda_2| = \delta\lambda$), après passage à travers un élément dispersif. Il est évident que la fonction qui nous intéresse et que l'on appelle *dispersion* sera définie par la

dérivée de l'angle par rapport à la longueur d'onde. La dispersion étant définie par

$$\mathscr{D}=\frac{d\varphi}{d\lambda}, \qquad (6.75)$$

nous allons la calculer pour les principaux éléments dispersifs et nous indiquerons comment l'utiliser dans les mesures spectrales.

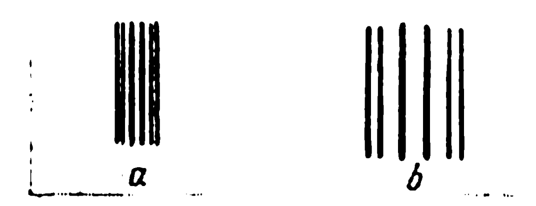


Fig. 6.54. Structure des raies photographiées au premier ordre de diffraction à l'aide d'un spectrographe muni d'un réseau de diffraction comportant : *a*) 600 traits par mm, *b*) 1200 traits par mm

Pour estimer la dispersion d'un réseau de diffraction nous partirons de la condition de formation des maximums principaux $d \sin \varphi = m\lambda$. En différentiant cette formule on a $d \cos \varphi \, d\varphi = m d\lambda$, soit

$$\mathscr{D}=\frac{d\varphi}{d\lambda}=\frac{m}{d\cos\varphi}. \qquad (6.76)$$

Considérons cette expression. Pour de petits angles de diffraction $\cos \varphi \approx 1$, et on peut poser

$$\mathscr{D} \approx m/d. \qquad (6.77)$$

Cette formule approchée est commode pour faire des estimations; cependant pour déterminer avec précision la longueur d'onde d'une raie par rapport à un repère, on doit utiliser la formule exacte (6.76).

La dispersion d'un réseau de diffraction est d'autant plus grande que la distance d entre les traits successifs est plus petite. Pour augmenter la dispersion, il faut augmenter le nombre de traits par unité de longueur. C'est pour cela qu'actuellement on utilise des réseaux à très grand nombre de traits par unité de longueur (1200, 1800 et même 2400 traits par mm). La fig. 6.54 montre l'accroissement de la dispersion lorsqu'on remplace un réseau à 600 traits par mm par un réseau à 1200 traits par mm.

On notera que pour évaluer la dispersion, ce qui compte c'est le nombre de traits par unité de longueur (N/l) et non leur nombre total (N).

Il est avantageux de travailler avec un ordre de diffraction élevé puisque $\mathscr{D} \sim m$; on ne doit cependant pas oublier que pour un ré-

seau donné, le plus grand ordre de diffraction réalisable dépend de la longueur d'onde du rayonnement considéré. En effet, puisque $m = (d/\lambda) \sin \varphi$ et que $\sin \varphi \leqslant 1$, m ne peut être supérieur à d/λ. Ainsi, par exemple, pour un réseau à 1200 traits par mm, $d = 8 \times 10^{-5}$ cm et en l'éclairant avec une lumière rouge ($\lambda \approx 6{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm), on ne peut travailler qu'au premier ordre de diffraction. Aussi ne peut-on utiliser ce réseau dans le proche infrarouge ($\lambda \approx 1 \mu m$).

Dans la gamme des ondes ultraviolettes courtes, il est avantageux de travailler avec d très petit. Il existe alors un procédé relativement simple pour augmenter la dispersion; ce procédé consiste à utiliser une incidence oblique de la lumière sur le réseau. Sous incidence oblique la condition de formation des maximums principaux par un réseau à transmission s'exprime par (*cf.* fig. 6.35):

$$d (\sin \varphi - \sin \theta) = m\lambda,$$

soit

$$2d \cos \frac{\varphi + \theta}{2} \sin \frac{\varphi - \theta}{2} = m\lambda,$$

θ étant l'angle formé par la direction du faisceau incident et la normale au plan du réseau, l'angle de diffraction étant remplacé par l'angle $(\varphi - \theta)$. Si $d \gg \lambda$, les angles de diffraction sont petits et on peut poser $d_{eff} \approx d \cos \theta$. Dans l'ultraviolet lointain ($\lambda \approx 100$ Å, c.-à-d. à la limite des rayons X moux), on utilise souvent une incidence rasante du rayonnement sur le réseau de diffraction. On a alors $\theta \to \pi/2$ et $d_{eff} \ll d$. Dans ce cas, on obtient des flux d'énergie lumineuse réfléchie assez grands, ce qui est important puisque dans cette gamme de longueurs d'onde la sensibilité des récepteurs est très faible.

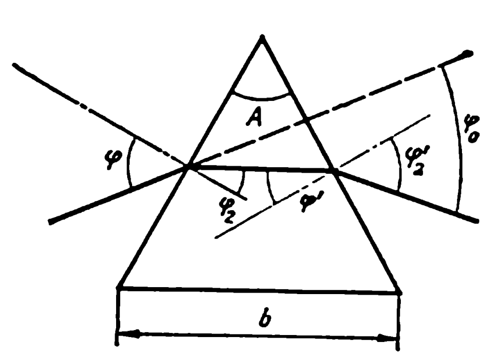


Fig. 6.55. Définition de la dispersion d'un prisme symétrique

Estimons maintenant la dispersion d'un prisme. Le calcul sera fait pour le cas le plus simple et le plus fréquemment utilisé dans la pratique, celui d'une disposition symétrique du prisme (fig. 6.55). On voit aisément que l'angle φ_0 qui caractérise le changement de direction du rayon résultant de sa réfraction dans le prisme est alors minimal (le prisme est placé dans la *position du minimum de déviation*) et à l'intérieur du prisme le rayon se propage parallèlement à sa base. En désignant par A l'angle réfringent du prisme, on tire de la condition $n = \sin \varphi / \sin \varphi_2 = \sin \varphi_2' / \sin \varphi'$ la formule

$$n = \frac{\sin [(A + \varphi_0)/2]}{\sin (A/2)}, \qquad (6.78)$$

que l'on utilise fréquemment dans les mesures de l'indice de réfraction. Lorsque l'on tient compte de la variation de l'indice de réfraction du matériau du prisme avec la longueur d'onde de la lumière incidente, on trouve pour la dispersion du prisme la formule suivante :

$$\mathcal{D} = \frac{d\varphi_0}{d\lambda} = \frac{d\varphi_0}{dn}\frac{dn}{d\lambda}. \tag{6.79}$$

La grandeur $dn/d\lambda$ est appelée la *dispersion de la substance* (par exemple, la dispersion du verre). Conjointement avec $n(\lambda)$, elle caractérise les principales propriétés du matériau utilisé pour fabriquer le prisme. En différentiant (6.78) on peut déterminer le second facteur figurant dans (6.79). On a en effet

$$\frac{dn}{d\varphi_0} = \frac{1}{2}\frac{\cos[(A+\varphi_0)/2]}{\sin(A/2)}. \tag{6.80}$$

Il en résulte

$$\mathcal{D} = \frac{2\sin(A/2)}{\cos[(A+\varphi_0)/2]}\frac{dn}{d\lambda} = \frac{2\sin(A/2)}{\sqrt{1-n^2\sin^2(A/2)}}\frac{dn}{d\lambda}. \tag{6.81}$$

Nous voyons ainsi que pour une configuration donnée du prisme (l'angle A est usuellement égal à 60° environ, car s'il était plus grand, on observerait pour certaines longueurs d'onde une réflexion interne totale sur la deuxième face du prisme), sa dispersion est entièrement déterminée par n et $dn/d\lambda$. Il est évident qu'il est tout indiqué d'utiliser des matériaux optiques ayant de grandes valeurs de ces grandeurs. Puisque, pour tous les matériaux transparents, l'indice de réfraction augmente lorsque la longueur d'onde diminue (cas de la dispersion normale), l'utilisation d'un prisme en qualité d'élément dispersif est particulièrement efficace aux courtes longueurs d'onde. Ainsi, par exemple, dans le bleu et l'ultraviolet, la dispersion d'un prisme est comparable à celle d'un réseau de diffraction usuel, tandis qu'aux grandes longueurs d'onde elle lui est notablement inférieure. D'autre part, les verres lourds (flint) à grands indices de réfraction absorbent fortement les rayons ultraviolets, de sorte que dans la région du spectre voisine de l'ultraviolet on utilise souvent des verres plus légers (crown) ayant des valeurs de n et de $dn/d\lambda$ notablement plus petites que pour le flint (voir fig. 6.71).

Pour les radiations ultraviolettes, le verre est opaque, aussi utilise-t-on le verre de silice pour fabriquer des prismes (ainsi que tous les autres composants optiques des appareils spectraux). Pour un prisme en verre de silice la dispersion en ondes courtes ($\lambda \approx 2500$ Å) est suffisamment grande (comparable à celle d'un réseau de diffraction de qualité moyenne), mais à mesure que l'on progresse dans la gamme de l'ultraviolet sa transparence diminue notablement. Pour un rayonnement avec $\lambda < 2000$ Å, ces prismes deviennent totalement opaques.

Il résulte de ces considérations que lorsqu'on compare les dispersions d'un prisme et d'un réseau de diffraction, on doit tenir compte de ce que la dispersion des prismes dépend fortement de la longueur d'onde du rayonnement, tandis que celle des réseaux de diffraction peut être considérée avec une bonne approximation comme n'en dépendant pas dans toute la gamme optique. Il est également utile de se rappeler que les prismes dévient le plus fortement les rayons violets et les réseaux — les rayons rouges. Aussi dans les études des phénomènes naturels compliqués, on arrive parfois à déterminer la nature du processus déterminant le phénomène observé (diffraction par petites particules ou réfraction des ondes lumineuses). Ainsi, par exemple, la couronne solaire est due à des phénomènes de diffraction puisque sa périphérie est rouge, tandis que le halo solaire (cercles clairs entourant le Soleil) résulte de la réfraction des ondes lumineuses sur des cristaux de glace dispersés dans l'atmosphère. Mais il n'est pas toujours aussi facile de faire la distinction entre ces phénomènes; en témoigne le phénomène de l'arc-en-ciel dont l'interprétation est fort compliquée.

Evaluons maintenant la dispersion de l'interféromètre Fabry-Pérot qui est l'appareil le plus fréquemment utilisé pour la décomposition des raies spectrales compliquées. Pour le calcul de $d\varphi/d\lambda$ (c.-à-d. $\mathscr{D}$), nous utiliserons la condition de formation du maximum d'intensité en lumière transmise (*cf.* § 5.9, (5.68)) : $2l \cos \varphi = m\lambda$. En différentiant cette formule nous avons $-2l \sin \varphi \, d\varphi = m d\lambda$ et de là

$$\mathscr{D} = \left| \frac{d\varphi}{d\lambda} \right| = \frac{m}{2l \sin \varphi}. \tag{6.82}$$

La dispersion de l'interféromètre Fabry-Pérot est maximale pour l'anneau central pour lequel l'angle de déviation φ est minimal. On effectue usuellement les mesures dans la région du deuxième ou du troisième anneau, où la dispersion est encore grande, mais ne varie pas aussi rapidement qu'au centre de la figure d'interférence.

L'examen de la formule (6.82) conduit à conclure que la dispersion de l'interféromètre ne doit pas dépendre de son épaisseur (de la distance de séparation des couches réfléchissantes). En portant dans (6.82) l'expression $m = (2l \cos \varphi)/\lambda$, la dispersion est donnée par

$$\mathscr{D} = \frac{1}{\lambda \operatorname{tg} \varphi}. \tag{6.83}$$

Cette propriété est utilisée pour élaborer des interféromètres Fabry-Pérot compliqués, constitués par une combinaison de deux interféromètres Fabry-Pérot d'épaisseurs différentes.

2. La notion de dispersion que nous venons d'introduire ne permet pas de caractériser pleinement l'aptitude d'un appareil spectral

à décomposer un rayonnement quelconque. Pour résoudre ce problème il importe non seulement de faire diverger d'un angle aussi grand qu'il se peut, les radiations de longueurs d'onde peu différentes, mais aussi de faire en sorte que chacune des composantes soit suffisamment fine. A titre d'exemple, on a représenté fig. 6.56 deux paires de maximums de largeurs différentes séparés d'un même angle. Dans le cas (fig. 6.56, *b*), la courbe totale est telle que l'on distingue l'existence d'un creux entre les maximums, tandis que dans l'autre cas (fig. 6.56, *a*) on n'arrive pas à déceler deux composantes dans le rayonnement considéré. Il apparaît qu'il faut trouver un moyen adéquat pour caractériser la fonction instrumentale qui détermine l'élargissement de la raie spectrale d'un rayonnement monochromatique provoqué par l'élément dispersif. La caractéristique adéquate porte le nom de *pouvoir séparateur*.

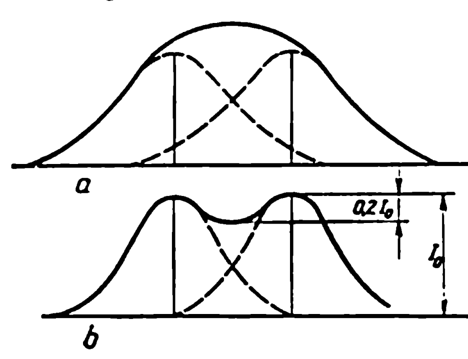


Fig. 6.56. Illustration du principe de Rayleigh:
a) les raies ne sont pas séparées;
b) les raies sont séparées

Pour définir quantitativement ce concept primordial on doit commencer par établir une convention sur le *critère de résolution*, les estimations subjectives ne pouvant être suffisantes. Le critère de résolution a été introduit par Rayleigh qui a proposé de considérer deux raies spectrales comme séparées si le maximum pour une longueur d'onde λ_1 coïncidait avec le plus proche minimum pour la deuxième longueur d'onde λ_2. Dans ce cas (l'intensité I_0 des maximums symétriques considérés étant égale), la profondeur du « creux » entre les maximums est égale à 0,2 I_0 (fig. 6.56, *b*).

L'apparition d'un tel « creux » (0,2 I_0 de profondeur) dans le contour résultant observé constitue le critère de résolution; ce critère ne vaut naturellement que si les deux rayonnements utilisés sont de même brillance. Dans certains cas, c'est cette dernière définition du critère de résolution qui est la seule qui soit acceptable; c'est le cas de l'interféromètre Fabry-Pérot où des maximums aigus sont séparés par des minimums étalés (*cf.* § 5.9). Dans le cas des maximums de diffraction, les deux définitions du critère de Rayleigh sont équivalentes; nous mettrons à profit cette dernière circonstance.

On voudrait insister sur le caractère universel du critère de Rayleigh que nous avons formulé en vue de son application à la résolution spectrale. Or le problème consistant à séparer deux maximums se pose dans d'autres cas ne concernant pas la décomposition spectrale (les astronomes cherchent, par exemple, à réaliser une séparation spatiale de l'image de deux corps célestes). Il importe là aussi de définir la profondeur du creux sur la courbe globale pour

les différents procédés d'enregistrement du signal lumineux. On utilise en qualité de postulat de base le critère de Rayleigh, établi pour définir le pouvoir de séparation des instruments optiques.

Il est bien évident que tout critère de résolution (y compris le critère de Rayleigh) est affaire de convention. En fait la limite de la résolution de deux raies spectrales voisines est déterminée par les bruits dans la source et dans le récepteur de la lumière, qui affectent la précision de la mesure du signal utile. Si le rapport signal/bruit est bon, on arrive à déceler sur la courbe globale un creux d'une profondeur beaucoup plus petite que celle donnée par le critère de Rayleigh.

Nous étudierons au § 6.9 la possibilité de principe d'une résolution des images de deux étoiles dans le cas où le critère de Rayleigh n'est pas respecté, mais où le relevé du contour global et la détermination de la fonction instrumentale sont entachés d'erreurs faibles. Ces différentes considérations sont entièrement applicables à la question de la séparation de deux raies spectrales de longueurs d'onde voisines par les appareils spectraux.

Revenons-en à l'étude des propriétés des appareils spectraux faisant largement usage du critère de Rayleigh et introduisons la notion fondamentale du pouvoir séparateur d'un élément dispersif.

Le pouvoir séparateur (on dit parfois *pouvoir séparateur chromatique*) est le rapport $\lambda/\delta\lambda$, $\delta\lambda$ étant la différence des longueurs d'onde $|\lambda_2 - \lambda_1|$ entre deux maximums satisfaisant au critère de Rayleigh et λ — la longueur d'onde moyenne correspondant au centre du creux séparant ces maximums. Il est clair que le rapport $\lambda/\delta\lambda$ doit caractériser la forme des maximums, c'est-à-dire l'élargissement de la raie spectrale d'un rayonnement monochromatique qu'introduit l'appareil dans une expérience donnée. Procédons à une estimation du pouvoir séparateur de quelques éléments dispersifs.

Pour calculer le pouvoir séparateur d'un réseau de diffraction nous partirons des relations que nous avons établies au § 6.4. Considérons deux maximums de rayonnement produits par un réseau de diffraction ayant un nombre de traits N. Au maximum de la radiation de longueur d'onde λ_1 correspond l'angle de diffraction φ'_{max}, et au maximum de la radiation de longueur d'onde λ_2 l'angle de diffraction φ''_{max}. La condition d'apparition des maximums principaux d'ordre m s'écrit

$$d \sin \varphi'_{max} = m\lambda_1, \quad d \sin \varphi''_{max} = m\lambda_2. \quad (6.84)$$

On en déduit aisément l'angle sous lequel on observera pour la longueur d'onde λ_2 le premier minimum d'ordre m. On sait qu'entre deux maximums principaux d'une radiation monochromatique on trouve $(N - 1)$ minimums. La condition d'apparition du premier minimum est donc

$$d \sin \varphi''_{min} = m\lambda_2 + \lambda_2/N. \quad (6.85)$$

Pour que le critère de Rayleigh soit respecté on doit poser $\varphi'_{max} = \varphi''_{min}$; il en résulte que $m\lambda_1 = m\lambda_2 + \lambda_2/N$, c'est-à-dire

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN.$$

Le premier membre de cette égalité peut être posé, avec une bonne approximation, égal à $\lambda/\delta\lambda$. Le pouvoir séparateur du réseau de diffraction est donc égal à

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \tag{6.86}$$

Cette formule montre que le pouvoir séparateur d'un réseau de diffraction dépend du nombre total de traits, donc du nombre de faisceaux qui interfèrent. Nous avons montré au § 5.9 que lorsqu'on passe de l'interférence de deux faisceaux à une interférence à ondes multiples, le rayonnement se trouve concentré le long de certaines directions, de sorte que les espaces sombres entre les maximums s'élargissent ; or cela correspond à une augmentation du pouvoir séparateur. La formule (6.86) explicite ce résultat.

Il importe de souligner qu'à la différence de la dispersion (qui dépend du nombre de traits par unité de longueur N/l) le pouvoir séparateur est déterminé, lui, par le nombre total N de traits. Cela signifie que plus les traits sont rapprochés, plus l'angle de séparation de deux maximums de deux radiations des longueurs d'onde voisines sera grand, et plus le nombre total de traits du réseau de diffraction est grand, plus les maximums sont prononcés. On constate aisément que sur la fig. 6.54, *b* les raies sont plus nettes et mieux résolues que celles représentées fig. 6.54, *a*. Ce résultat est bien compréhensible puisque l'on a utilisé dans les deux cas des réseaux de dimensions pratiquement identiques, mais le nombre de traits d'un réseau était à peu près le double de celui du second réseau (72 000 et 144 000). Si on fixe le nombre de traits par unité de longueur (c.-à-d. le pas du réseau d), le pouvoir séparateur doit augmenter avec la longueur de la partie du réseau utilisée. C'est pour cette raison que l'on cherche à produire des réseaux de diffraction de très grandes dimensions (la région de travail est de 8-15 cm et atteint dans des cas exceptionnels 20 cm).

Il est facile de trouver la dépendance du pouvoir séparateur avec la longueur l de la partie utile d'un réseau de diffraction ; il suffit d'exclure le paramètre m de la formule (6.86). Comme $l = Nd$, d étant le pas du réseau, la condition d'apparition des maximums principaux (6.50) nous permet d'écrire

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{l \sin \varphi_{max}}{\lambda}. \tag{6.87}$$

La quantité figurant dans le second membre représente en nombre de longueurs d'onde la différence de marche entre les rayons extrê-

mes correspondant à l'angle de diffraction maximale (fig. 6.57). L'angle φ_{max} dépend des conditions de fabrication du réseau (*cf.* § 6.5) et des conditions expérimentales, mais il est naturellement toujours plus petit que 90°. La fig. 6.58 illustre l'avantage que l'on trouve à utiliser un angle φ_{max} aussi grand qu'il se peut. Il en résulte

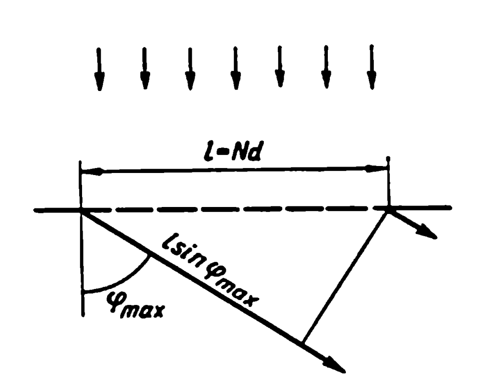


Fig. 6.57. Graphique illustrant la formule (6.87)

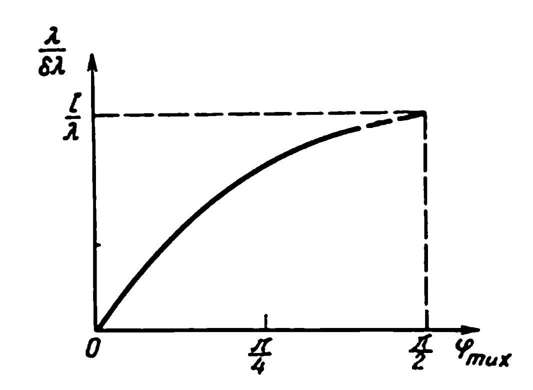


Fig. 6.58. Variation du pouvoir de séparation d'un réseau en fonction de l'angle de diffraction

que le pouvoir séparateur maximum d'un réseau est toujours inférieur à la longueur de sa partie active exprimée en nombre de longueurs d'onde de rayonnement à l'étude:

$$\left(\frac{\lambda}{\delta\lambda}\right)_{max} \leqslant \frac{l}{\lambda}. \qquad (6.88)$$

La dépendance du pouvoir séparateur avec l'ordre de diffraction m est évidente, mais chaque fois que l'on cherche à augmenter le pouvoir séparateur en utilisant des ordres de diffraction élevés, on se heurte à différentes difficultés. On remarquera tout d'abord que m ne doit pas être plus grand que d/λ (cette question a déjà été considérée lorsqu'on examinait la possibilité d'accroître la dispersion des réseaux de diffraction). Mais même dans le cas où d/λ est grand, il n'est pas toujours possible d'utiliser des ordres de diffraction élevés. Dans les réseaux de types anciens (réseau d'amplitude), l'intensité de la lumière diffractée varie selon $I_m \sim 1/m^2$, ce qui limite notablement la possibilité d'utiliser des ordres élevés. Avec les réseaux à traits profilés, le maximum d'intensité d'une lumière de longueur d'onde donnée apparaît en la position angulaire déterminée. A ce maximum correspond un ordre de diffraction donné par (6.56). Il n'est pas indiqué de chercher à utiliser des ordres plus élevés, car le flux lumineux s'en trouverait fortement réduit.

Il est possible de réaliser un réseau à traits profilés qui permet d'obtenir une intensité lumineuse importante au 20[e] ou au 30[e] ordre, mais on devra alors réduire en conséquence le nombre de traits par unité de longueur. C'est ainsi que fonctionnent les réseaux de

diffraction pour la région infrarouge du spectre. Au cours de ces dernières années, on a élaboré des réseaux analogues pour les régions visible et ultraviolette du spectre (réseaux dits à échelle) que l'on utilise dans des appareils spectraux spéciaux *).

Lorsqu'on travaille avec de grands ordres de diffraction, on se heurte inévitablement à des difficultés expérimentales qui tiennent à ce que l'on doit séparer l'ordre choisi des ordres adjoints. En effet, sous un angle φ se propage non seulement le rayonnement de longueur d'onde λ, mais aussi des rayonnements de longueurs d'onde λ', λ'', etc. ; ces longueurs d'onde se laissent déterminer à l'aide de l'égalité bien évidente $d \sin \varphi = m\lambda = m'\lambda' = m''\lambda'' \ldots$

C'est ainsi que l'on verra se propager le long d'une seule et même direction des radiations de longueurs d'onde : 6000 Å (premier ordre), 3000 Å (deuxième ordre), 2000 Å (troisième ordre), etc.

Pour assurer la séparation des spectres de différents ordres de diffraction on utilise différents procédés (filtres en verre, récepteurs sélectifs, etc.). Il est assez facile de séparer la lumière infrarouge de la lumière visible ou la lumière visible de la lumière ultraviolette ; mais si la différence des longueurs d'onde correspondant à des ordres de diffraction successifs est petite (ce qui se produit toujours aux grands ordres de diffraction) on devra mettre en œuvre un montage complexe pour dégager un rayonnement monochromatique. C'est pourquoi il est utile d'introduire la notion de *région de dispersion libre* (comme dans le cas de l'interférométrie à ondes multiples) :

$$\Delta\lambda = \lambda/m, \tag{6.89}$$

qui diminue lorsque l'ordre de diffraction augmente.

Le pouvoir séparateur des réseaux de diffraction modernes est fort important et atteint 100 000-200 000. Dans une expérience, il n'est pas facile d'atteindre une valeur aussi élevée ; il faut disposer pour cela d'objectifs à foyers longs, de haute qualité et d'un diamètre suffisamment grand pour que la diffraction par leurs montures n'impose pas une limite au pouvoir séparateur de l'appareil spectral. Pour ces mêmes raisons, on utilise des fentes spectrales étroites, des plaques photographiques à grain fin, etc. Tous les artifices que l'on doit mettre en œuvre sont décrits dans les manuels de spectroscopie pratique. Nous n'en parlons que pour bien faire ressortir que le pouvoir séparateur réalisé dans l'expérience est bien souvent notablement plus petit que celui prévu par les formules théoriques données ci-dessus **).

---

*) Voir, par exemple, K. Tarassov, *Appareils spectraux*, Editions « Machinostroénié », 1968 (en russe).

**) Le spectrogramme représenté fig. 6.54 a été relevé à l'aide d'un spectrographe muni d'un objectif à miroir, d'une distance focale de 4 m environ. Avec un tel appareil on arrive à atteindre pour un réseau de diffraction un pouvoir séparateur égal à 0,9-0,95 de sa valeur théorique.

Pour certaines recherches, on doit avoir un pouvoir séparateur encore plus grand (10^6 et plus). Ainsi que nous l'avons déjà indiqué, on utilise alors différents interféromètres. La formule (6.86) peut être utilisée pour évaluer le pouvoir séparateur des interféromètres. A la différence du cas des réseaux de diffraction, on utilise dans ce cas de grands ordres d'interférences et un nombre restreint de faisceaux interférents. Dans le cas de l'interféromètre de Michelson (§ 5.8) le nombre de faisceaux interférents est $N = 2$. L'ordre d'interférence m, étant déterminé par le nombre de longueurs d'onde mesurant la différence de marche des rayons interférents, peut être très grand (de l'ordre de 10^6).

Pour l'interféromètre de Fabry-Pérot l'ordre du maximum d'interférence au centre de la figure d'interférence est $m = 2l/\lambda$. Quant au nombre N de faisceaux interférents, son calcul est un peu plus compliqué. De la formule (5.83) on tire pour le cas d'un interféromètre d'épaisseur l constante $m\delta\lambda + \lambda\delta m = 0$, ou

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \left|\frac{m}{\delta m}\right| \tag{6.90}$$

En posant que deux anneaux d'interférence sont séparés à partir de $\delta m = \varepsilon/\pi$, ε étant la largeur de la frange d'interférence (voir fig. 5.54), on trouve, à une approximation suffisante, pour le pouvoir séparateur de l'interféromètre Fabry-Pérot, la formule suivante (*cf.* (5.74)):

$$\lambda/(\delta\lambda) = m\pi/\varepsilon = mF. \tag{6.90a}$$

En comparant (6.86) et (6.90a) on voit que le nombre N de faisceaux qui interfèrent est numériquement égal à la netteté de l'image $F = \pi\sqrt{\mathcal{R}}/(1 - \mathcal{R})$. Il s'ensuit que le nombre effectif de faisceaux interférents est entièrement déterminé par le facteur de réflexion des miroirs de l'interféromètre. Nous avons déjà évalué la netteté de l'image pour $\mathcal{R} = 0{,}9$ (voir fig. 5.55). Le résultat trouvé peut être interprété comme suit: dans des conditions données le nombre de faisceaux interférents dans un interféromètre de Fabry-Pérot est égal à 30 environ.

Avec $l = 5$ cm, on trouve $m \approx 200\,000$ et, par suite, le pouvoir séparateur théorique de l'interféromètre est supérieur à $5 \cdot 10^6$. En principe, on pourrait réaliser des valeurs encore plus grandes de $\lambda/\delta\lambda$ en augmentant la distance entre les couches réfléchissantes; cependant, comme on l'avait déjà noté, on diminue ainsi l'étendue de la région de dispersion libre $\Delta\lambda \approx \lambda^2\ (2l)$, ce qui ne s'impose que dans l'étude de raies très fines.

Nous avons déjà mentionné que l'interféromètre Fabry-Pérot pouvait être assimilé à une cavité résonnante de très haut facteur de qualité (*cf.* § 5.9). Maintenant que nous avons introduit la notion du pouvoir séparateur, il est facile de préciser ce lien entre les

concepts optique et radioélectrique. Il semble que c'est G. Gorélik qui fut le premier à avoir noté l'équivalence des concepts de facteur de qualité et de pouvoir séparateur.

Toute augmentation du facteur de réflexion des miroirs entraîne un accroissement du pouvoir séparateur, mais dans tout interféromètre réel, cet accroissement est limité par les imperfections des surfaces réfléchissantes. Tout défaut de parallélisme des miroirs ainsi que leurs défectuosités font varier la répartition de l'intensité lumineuse produite par un interféromètre idéal. Dans un interféromètre non parfait, la forme du maximum d'intensité est déterminée par la somme des maximums créés par les différentes parties des surfaces réfléchissantes pouvant être considérées comme mutuellement parallèles. Comme la quantité totale de lumière revenant à un anneau est la même, que l'interféromètre soit idéal ou non, la largeur de la courbe enveloppe doit être, dans ce dernier cas, plus grande et la hauteur du maximum plus petite. Par suite, la non-planéité des surfaces et un réglage défectueux entraînent une diminution du pouvoir séparateur réel ainsi qu'une réduction de l'intensité lumineuse dans le maximum.

Actuellement, il est techniquement possible d'élaborer des revêtements diélectriques réfléchissants présentant un très grand facteur de réflexion (supérieur à 99 %). Néanmoins les défectuosités de fabrication des miroirs, qui sont toujours présentes, rendent inutile l'utilisation de facteurs de réflexion aussi élevés puisque, du fait des pertes de lumière, on n'a aucun avantage à réaliser des interféromètres présentant des courbes d'intensité lumineuse dont la largeur ne serait déterminée que par les défauts des surfaces réfléchissantes. On ne peut indiquer aucun critère général pour la détermination du facteur de réflexion le mieux adapté à un état de surface donné des miroirs puisque ce critère dépend des particularités du problème à l'étude; on peut cependant admettre que l'élargissement de la courbe d'intensité, dû aux défauts de surface, doit être inférieur à la largeur du contour pour un interféromètre idéal utilisant les mêmes revêtements réfléchissants. Ainsi, par exemple, si les défauts de planéité des surfaces sont de l'ordre de $\lambda/50$, il est inutile de les recouvrir de couches ayant un facteur de réflexion supérieur à 90 %.

Le pouvoir séparateur des prismes est généralement notablement plus petit que celui des réseaux de diffraction, mais suffisant dans un grand nombre de cas. Il serait donc erroné de dire que les spectrographes et les monochromateurs à prisme sont désuets, bien que la construction d'appareils spectraux à réseaux de diffraction tende à devenir la voie moderne.

Il est évident que la formule (6.86) ne convient pas à l'évaluation du pouvoir séparateur d'un prisme. Pour établir la formule correspondante, on se base sur le fait que la face du prisme impose une limite à la section effective du faisceau lumineux émergent (pour le

cas d'un rapport normal des dimensions du prisme et des objectifs de l'appareil spectral). Le calcul est effectué pour une marche symétrique des rayons dans le prisme (voir fig. 6.55); on a traité alors un problème de diffraction par une ouverture rectangulaire dont la largeur est fixée par les dimensions du prisme *). Ces calculs conduisent à un résultat fort simple et éloquent:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = b\frac{dn}{d\lambda}. \qquad (6.91)$$

Cette formule montre que le pouvoir séparateur du prisme dépend de la dimension b de sa base et de la dispersion du matériau du prisme. En spectroscopie, on utilise parfois des appareils spéciaux comportant plusieurs prismes de très grandes dimensions ou plusieurs sortes de verres spécialement sélectionnés. Le pouvoir séparateur de ces dispositifs est peu différent de celui d'un spectrographe à réseau de diffraction de taille standard.

3. Lorsqu'on cherche à comparer différents éléments dispersifs, on doit noter qu'à la différence des réseaux de diffraction, le prisme fait toujours apparaître un seul spectre; on n'a donc pas à se soucier d'avoir à séparer d'autres spectres. Cela rend le travail expérimental plus aisé et permet parfois d'étudier plus efficacement de faibles flux lumineux. Cependant, on doit faire intervenir ici la question passablement compliquée de la *luminosité* des appareils spectraux. Pour pouvoir l'estimer, on doit procéder à des études complémentaires. Nous n'examinerons que très brièvement cette importante caractéristique des appareils spectraux.

Dans toute étude spectrale, il se produit une importante perte de lumière. D'habitude, l'élément dispersif (ou bien l'appareil tout entier) est caractérisé par le facteur de transmission $\mathcal{T}$ correspondant à un intervalle donné de longueurs d'onde. Ainsi, par exemple, un réseau à traits profilés concentre, le long d'une certaine direction, une partie importante de l'énergie de l'onde incidente. Le facteur de transmission de ces réseaux est généralement supérieur à 50 %, valeur comparable à celle d'un prisme où on observe également des pertes par réflexion, par absorption et par diffusion. Dans un interféromètre Fabry-Pérot à miroirs métalliques, les pertes d'absorption montent jusqu'à 90 % ; elles sont notablement plus faibles avec des miroirs diélectriques à couches multiples.

Tout en tenant compte des pertes de lumière par absorption, par réflexion et par diffusion, on doit se rappeler que les différents récepteurs de radiation enregistrent des caractéristiques photométriques différentes d'un rayonnement. Le noircissement d'une plaque photographique est proportionnel à l'éclairement qui règne dans le plan focal de l'objectif d'un spectrographe, tandis qu'un photo-

*) A. Sommerfeld, *Optik*, § 41.

multiplicateur, un thermocouple et d'autres récepteurs permettent de mesurer le flux lumineux à la sortie du monochromateur. Par suite lorsqu'on étudie la luminosité d'un appareil spectral on doit bien préciser les conditions expérimentales. Il importe notamment de bien savoir si la source à l'étude émet un spectre continu ou un spectre cannelé, est-ce le flux lumineux ou l'éclairement que l'on mesure, etc. Nous nous contenterons de donner ici une brève étude de la luminosité d'un spectrographe utilisé pour l'étude d'un rayonnement monochromatique.

Le schéma optique élémentaire de l'appareil spectral a été représenté fig. 6.52. Introduisons les notations suivantes: B — brillance de l'image de la source dans le plan de la fente d'entrée; b_1 — largeur de la fente; h_1 — hauteur de la fente; S — aire de la section droite du faisceau lumineux tombant sur l'élément dispersif.

Le flux lumineux dans le spectrographe est

$$\Phi = Bh_1b_1S/f_1^2. \tag{6.92}$$

L'aire de l'image de la fente dans le plan focal de l'objectif L_2 est égale à

$$b_2h_2 = b_1h_1f_2^2/f_1^2. \tag{6.93}$$

Nous avons tenu compte de ce que le grossissement angulaire était égal à un et que le plan focal L_2 était perpendiculaire à l'axe optique. Compte tenu des pertes par absorption et par réflexion dans notre système ($\mathscr{T} < 100$ %), l'éclairement dans le plan focal est donné par

$$\Phi/(b_2h_2) = \mathscr{T}BS/f_2^2. \tag{6.94}$$

Cette corrélation montre que pour une brillance donnée de la source et pour une géométrie donnée de l'appareil, l'éclairement augmente fortement lorsque la distance focale f_2 diminue. Nous voyons que l'éclairement ne dépend ni de la dispersion de l'appareil ni de la largeur de la fente; par contre le flux lumineux émergent que l'on enregistre lorsqu'on utilise un monochromateur doit naturellement dépendre de la largeur de la fente d'entrée; aussi est-il facile de voir la différence entre la luminosité du monochromateur et celle du spectrographe. Si on étudiait un spectre continu les corrélations auraient été différentes.

On notera que le résultat auquel nous sommes arrivés n'est valable que pour une fente d'une largeur suffisamment grande pour pouvoir négliger les effets de diffraction. Supposons que la largeur de la fente d'entrée est tellement petite que l'objectif du collimateur se situe dans les limites du premier maximum de diffraction, ce qui implique que $\varphi \approx \lambda/b$, ce qui est le cas d'une fente dite normale. Si on réduit encore la largeur de la fente, la valeur du flux lumineux

pouvant être utilisé diminue fortement. La dépendance de l'éclairement au centre de la raie spectrale avec la largeur de la fente du spectrographe (exprimée en unités de la fente normale b_0) est représentée fig. 6.59. Cette courbe montre que lorsqu'on enregistre un spectre de raies, il est indiqué de choisir une largeur de fente 2 à 3 fois plus grande que la largeur de la fente normale.

Il n'est pas facile de choisir la valeur optimale de la distance focale f_2. Comme nous l'avons indiqué plus haut (6.94), l'éclairement au centre d'une raie est inversement proportionnel à f_2^2, ce qui signifie qu'il est avantageux d'utiliser un objectif à foyer court. Or, la *dispersion linéaire* définie par $f_2 \frac{d\varphi}{d\lambda}$ caractérise la distance de séparation, dans le plan focal de l'objectif L_2, de deux raies de longueurs d'onde voisines: elle est donc proportionnelle à f_2. Si la dispersion linéaire est petite, l'étude des spectres devient difficile et le pouvoir séparateur de l'appareil n'est déterminé que par le grain de la plaque photographique. Il en résulte que l'obtention d'une grande dispersion et d'un grand pouvoir séparateur s'accompagne d'une diminution de luminosité. La détermination d'un compromis optimum entre ces grandeurs, requis pour effectuer les mesures avec un rapport signal/bruit satisfaisant, est une des principales tâches des études expérimentales.

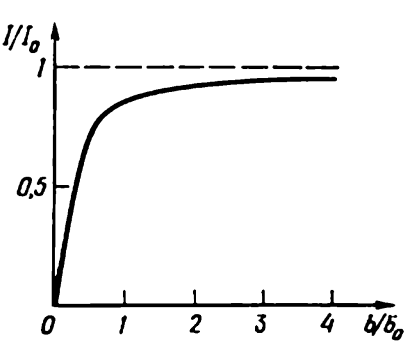


Fig. 6.59. Variation de l'éclairement du centre d'une raie en fonction de la largeur de la fente d'entrée du spectrographe

§ 6.8. Diffraction par des structures planes et tridimensionnelles. Diffusion de la lumière

Dans les paragraphes précédents de ce chapitre, nous avons considéré le problème unidimensionnel de la diffraction d'une onde plane par une structure régulière de N fentes parallèles. Dans le calcul du coefficient de transmission du réseau de diffraction, on n'a tenu compte que d'une seule variable (la coordonnée courante x). On avait admis que l'axe X situé dans le plan du réseau était perpendiculaire aux génératrices des fentes. En déplaçant le récepteur parallèlement à l'axe Y on n'observait aucun effet d'interférence puisque le long d'une fente, les intensités lumineuses s'additionnaient.

Passons maintenant à l'étude de la diffraction dans des cas plus compliqués. Considérons un système bidimensionnel constitué par deux réseaux de diffraction de périodes d_1 et d_2 (pas respectifs des

réseaux). Superposons ces deux réseaux de telle sorte que leurs fentes soient mutuellement perpendiculaires. Posons que l'axe X soit perpendiculaire aux fentes du premier réseau et que l'axe Y le soit aux fentes du second réseau. Pour décrire ce système plus compliqué, on utilisera non plus les angles de diffraction φ_i, mais les angles qui

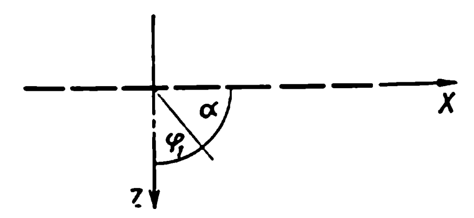


Fig. 6.60. Définition de l'angle de diffraction φ_1 et de l'angle complémentaire α d'un réseau bidimensionnel

eur sont complémentaires α, β, γ, ceci afin d'éviter toute confusion dans la détermination de la direction du rayon diffracté. La fig. 6.60 définit l'angle de diffraction φ_1 et l'angle α complémentaire. La condition de formation des maximums principaux (6.50) s'écrira maintenant

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda. \tag{6.95}$$

Dans cette formule figure le cosinus directeur.

Faisons tomber une onde plane sur ce système de deux réseaux de diffraction rectangulaires. Désignons par α_0, β_0, γ_0 les angles formés par la normale à l'onde incidente et les axes X, Y, Z. Considérons le cas simple d'une incidence normale ($\alpha_0 = \pi/2$; $\beta_0 = \pi/2$; $\gamma_0 = 0$). Les conditions de formation des maximums principaux pour un rayonnement de longueur d'onde λ s'écrivent alors

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda, \quad d_2 \cos \beta = m_2 \lambda. \tag{6.96}$$

Les angles α, β, γ obéissent à la corrélation bien connue

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \tag{6.97}$$

Nous avons établi un système de trois équations indépendantes permettant de déterminer les trois quantités α, β et γ. Par suite, connaissant d_1 et d_2 pour des rayonnements de toute longueur d'onde, on peut calculer les angles α, β et γ qui définissent la direction du rayon diffracté correspondant aux maximums des différents ordres de diffraction. Si les nombres N_1 et N_2 de fentes dans les deux réseaux sont suffisamment grands, les maximums sont très aigus, et pratiquement la totalité de flux lumineux est concentrée le long de ces directions « permises ». On obtient alors sur un écran éloigné, disposé derrière le système des deux réseaux croisés, une figure de diffraction constituée par des taches lumineuses bien nettes disposées dans un ordre symétrique.

Examinons de plus près la question de l'éclairement relatif de ces taches lumineuses. Définissons chacune des directions permises par les symboles m_1 et m_2 caractérisant les ordres des spectres de diffraction le long des deux directions rectangulaires. La fig. 6.61 précise le système de désignations adopté pour plusieurs maximums principaux situés au voisinage du centre de symétrie (m_1 et m_2 varient de -2 à $+2$).

En posant le problème nous avons admis que l'onde lumineuse subit un changement de direction lorsqu'elle atteint chacun des deux réseaux de fentes (diffraction par chacun de ces systèmes). Dans ces conditions, on peut écrire l'expression suivante de l'intensité lumineuse se propageant dans une direction définie par les angles α et β:

$$I \sim F^2(\alpha, \beta, b_1, b_2) \frac{\sin^2(N_1\delta_1)}{\sin^2\delta_1} \cdot \frac{\sin^2(N_2\delta_2)}{\sin^2\delta_2}, \tag{6.98}$$

où $\delta_1 = (\pi d_1/\lambda) \cos\alpha$, $\delta_2 = (\pi d_2/\lambda) \cos\beta$.

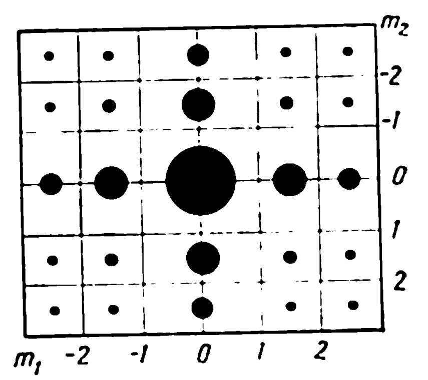


Fig. 6.61. Indexation des maximums dans le cas de la diffraction par un réseau bidimensionnel

Les maximums sont représentés par des cercles dont les diamètres caractérisent les intensités lumineuses correspondantes

En écrivant l'expression générale nous n'avons fait aucune hypothèse concernant la forme des traits. Si on l'avait précisé on aurait pu concrétiser la forme de la fonction $F^2(\alpha, \beta, b_1, b_2)$ caractérisant la variation de l'intensité des taches lumineuses en fonction des angles α et β et des largeurs b_1 et b_2 des fentes des deux réseaux croisés.

L'étude de l'expression (6.98) montre que les maximums principaux apparaissent lorsque $(d_1/\lambda) \cos\alpha = m_1$, et que $(d_2/\lambda) \cos\beta = m_2$, m_1 et m_2 étant des nombres entiers. Dans ce cas, on doit avoir $I \sim N_1^2 N_2^2$. Si l'un seulement des deux nombres, m_1 ou m_2, est entier, ce qui correspond à l'apparition d'un maximum principal pour un seul réseau, l'intensité de ce maximum sera beaucoup plus petite.

Ces calculs simples confirment l'assertion selon laquelle les taches lumineuses doivent être nettes si le nombre de traits dans les deux réseaux est suffisamment grand, le système étant éclairé par une lumière monochromatique. Si la lumière ne l'est pas, on observera des taches lumineuses colorées, avec une répartition des couleurs caractéristique des spectres de diffraction (les rayons rouges sont déviés plus fortement que les rayons violets). Suivant les propriétés de la source, la dispersion et le pouvoir séparateur des réseaux, la figure de diffraction résultante se modifie tout en conservant son caractère général de symétrie. Sont particulièrement spectaculaires les expériences où l'on éclaire des réseaux croisés avec le rayonnement

d'un laser à gaz ne comportant qu'une seule raie de grande intensité. En qualité de modèle d'un réseau bidimensionnel, on peut utiliser un morceau d'étoffe mousseline ou plus généralement un filet à mailles très fines. Une légère tension unilatérale d'un tel filet entraîne une variation notable de la figure de diffraction.

On notera que notre hypothèse concernant la disposition rectangulaire des traits des réseaux n'a été introduite qu'aux fins de simplification des calculs. Dans le cas où l'angle formé par les traits

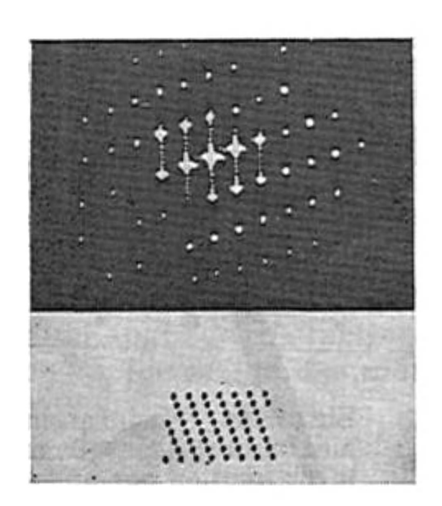


Fig. 6.62. Structure plane régulière (en bas) et la figure de diffraction qu'elle produit (en haut) avec une lumière $\lambda = 5790$ Å

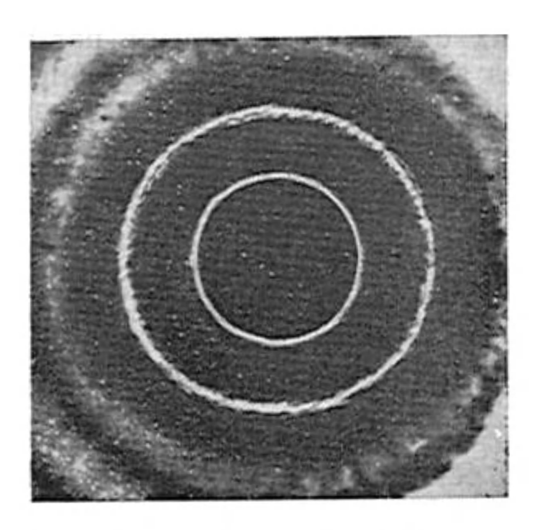


Fig. 6.63. Figure de diffraction produite par une structure plane d'ouvertures (ou d'écrans) réparties au hasard

est différent de $\pi/2$, la répartition des taches lumineuses caractérise les conditions expérimentales (fig. 6.62). L'étude de la répartition des maximums principaux permet de tirer des conclusions relatives à la structure de la surface sur laquelle l'onde lumineuse a été diffractée.

La limitation concernant les angles d'incidence de l'onde sur une surface plane est également accessoire. Si l'onde tombe sous incidence oblique (les angles α_0 et β_0 sont différents de $\pi/2$), on devra écrire autrement la condition de formation des maximums principaux. Ainsi, par exemple, pour l'axe X au lieu d'avoir $d_1 \cos\alpha = m\lambda$, on aura $d_1 (\cos\alpha - \cos\alpha_0) = m_1\lambda$. Il est évident que l'allure générale de la figure de diffraction n'en sera pas affectée. Le problème plus compliqué ne se traduit que par une variation des échelles de la figure de diffraction le long des axes X et Y.

Il est bien évident que ces considérations ne valent que pour une structure bidimensionnelle régulière. Mais si les ouvertures ou les écrans sont répartis chaotiquement sur une surface plane quelconque, la figure de diffraciton résultante sera toute autre (fig. 6.63).

Nous y verrons apparaître des anneaux d'interférence diffus mais symétriques dont la formation résulte d'une diffraction de la lumière par chacune des ouvertures. L'intensité de ces anneaux sera proportionnelle au nombre d'ouvertures par unité de surface (et non au carré de ce nombre comme dans le cas de la diffraction par une structure régulière). Le flux lumineux ne sera plus concentré le long des directions bien déterminées. Les effets de cette sorte apparaissent en observant le passage de la lumière solaire à travers une vitre recouverte de poussière ou de givre.

Nous sommes arrivés ainsi à un résultat intéressant, à savoir, à un procédé expérimental permettant de distinguer une répartition régulière des centres de diffraction d'une répartition aléatoire sur un plan où seule la distance moyenne des centres de diffraction est constante. En outre, une étude de la symétrie, de la répartition et de la distribution de l'intensité lumineuse dans la figure de diffraction permet de préciser la nature d'une répartition régulière des centres de diffraction sur une surface plane. C'est cependant l'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques sur des structures tridimensionnelles qui apporte le plus d'informations intéressantes.

Considérons donc une structure tridimensionnelle régulière de périodes d_1, d_2 et d_3. Les conditions d'incidence d'une onde électromagnétique plane sur une telle structure sont les mêmes que celles que nous avons précisées ci-dessus ($\alpha_0 = \beta_0 = \pi/2$, $\gamma_0 = 0$, la lumière tombe suivant une direction parallèle à l'axe Z).

Nous pouvons écrire aussitôt deux conditions de formation des maximums principaux, qui ne se distinguent pas de la condition (6.96) puisque la normale à l'onde est perpendiculaire aux axes X et Y

$$d_1 \cos \alpha = m_1\lambda, \quad d_2 \cos \beta = m_2\lambda. \tag{6.99}$$

Cependant ces conditions ne sont plus valables pour décrire la diffraction sur un troisième réseau. Pour celui-là, la condition de formation des maximums doit être de la forme

$$d_3 (\cos \gamma_0 - \cos \gamma) = m_3\lambda. \tag{6.100}$$

Comme $\gamma_0 = 0$, la troisième condition de formation des maximums principaux s'écrit:

$$d_3 (1 - \cos \gamma) = m_3\lambda. \tag{6.100a}$$

La fig. 6.64 peut aider à bien saisir la signification physique de cette dernière condition. Pour ces ondes qui forment avec l'axe Z un angle γ, la différence de marche $d_3 - d_3 \cos \gamma$ est égale à un nombre entier de longueurs d'ondes $m_3\lambda$; ce n'est donc que dans cette direction-là que se produit un renforcement de l'onde diffractée. Nous sommes arrivés ainsi à un système des trois conditions

de formation des maximums principaux, auquel on doit adjoindre la relation bien connue des cosinus directeurs:

$$d_1 \cos\alpha = m_1\lambda, \quad d_2 \cos\beta = m_2\lambda,$$
$$d_3 (1 - \cos\gamma) = m_3\lambda, \quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \quad (6.101)$$

L'étude de ce système d'équations permet de tirer plusieurs conclusions importantes: pour une longueur d'onde λ arbitrairement choisie, on ne peut satisfaire simultanément aux quatre équations (6.101). Il s'ensuit que si on éclaire notre structure tridimensionnelle (caractérisée par d_1, d_2 et d_3 données) par un rayonnement de spectre continu, elle ne laissera passer que les radiations d'une longueur d'onde λ bien déterminée, qui pourra satisfaire simultanément aux équations (6.101). Il est facile de trouver la forme explicite d'une équation permettant de calculer cette longueur d'onde. Il suffit pour cela d'éliminer du système (6.101) cos α, cos β et cos γ. Après élimination des cosinus nous obtenons une corrélation entre la longueur d'onde λ_i de l'onde transmise et les paramètres de la structure d_1, d_2, d_3:

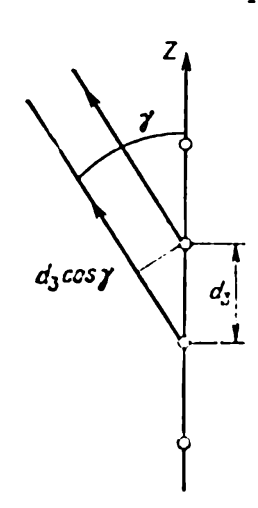


Fig. 6.64. Schéma illustrant la formule (6.100) décrivant la diffraction d'une onde plane par un réseau spatial

$$\left(\frac{m_1\lambda_i}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{m_2\lambda_i}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_3 - m_3\lambda_i}{d_3}\right)^2 = 1. \quad (6.102)$$

Nous voyons ainsi que la décomposition en spectre des rayonnements se fait différemment selon que l'on utilise des structures mono-, bi- ou tridimentionnelles. Si on éclaire une structure monodimensionnelle régulière avec une lumière renfermant toutes les longueurs d'onde (lumière blanche), cette lumière sera décomposée par ce réseau en un spectre continu que l'on pourra étudier aux premiers ordres de diffraction (aux ordres supérieurs, on ne pourra le faire par suite des recouvrements qu'il est difficile d'éliminer). Un réseau bidimensionnel transforme la lumière blanche en un système de taches colorées, chacune de ces taches étant une sorte de décomposition en spectre continu le long des deux coordonnées. La structure tridimensionnelle éclairée avec une lumière de spectre continu ne laisse subsister qu'un rayonnement des longueurs d'onde discrètes λ_i satisfaisant à l'équation (6.102); autrement dit, la structure tridimensionnelle se comporte comme un filtre à bande étroite.

Si on éclaire une structure mono- ou bi-dimensionnelle avec une lumière monochromatique, on obtiendra une figure mono- ou bidimensionnelle de répartition suivant les ordres de diffraction; ces figures se laissent décrire par des équations simples dont les termes comportent un (réseau linéaire) ou deux indices (réseau bidimension-

nel plan). Un réseau tridimensionnel ne laisse pas passer un rayonnement monochromatique dont la longueur d'onde ne satisfait pas à l'équation (6.102).

Lorsqu'on chercha à vérifier ces résultats par l'expérience on se trouva dans une situation curieuse, qui conduisit en 1912 Laue à la découverte d'une méthode d'étude de la structure cristalline, dont l'importance a été énorme.

Pour qu'un réseau puisse décomposer effectivement un rayonnement en un spectre, la constante du réseau d doit être du même

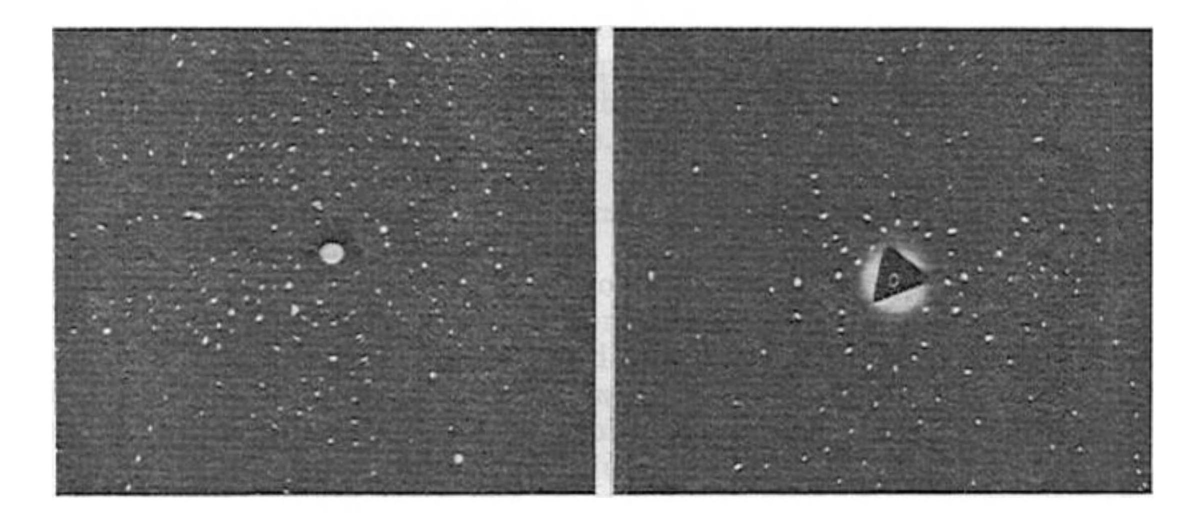


Fig. 6.65. Figures de diffraction des rayons X pour deux orientations d'un cristal cubique

ordre de grandeur que la longueur d'onde λ. Dans la gamme optique, il faudrait utiliser des structures avec $d \approx 10^{-4}$ cm. Une telle structure tridimensionnelle peut être réalisée à l'aide d'ondes ultrasonores stationnaires dans un liquide ou dans un gaz; cependant l'importance pratique de ces expériences, par ailleurs fort spectaculaires, n'est pas bien grande. Par ailleurs, on trouve dans la nature des structures tridimensionnelles avec une constante de réseau de l'ordre de 10^{-8} cm; ce sont les corps cristallins où les atomes ou les ions sont répartis précisément à de telles distances dans les réseaux cristallins. Les rayonnements électromagnétiques d'une longueur d'onde de quelques angströms appartiennent à la gamme des rayons X. Le grand succès des recherches de Laue était basé sur l'idée d'irradier les cristaux par des rayons X afin de déduire de l'étude de la diffraction par un réseau spatial la valeur de la constante de ce réseau. La fig. 6.65 représente les figures de diffraction que l'on obtient pour deux orientations d'un réseau cubique par rapport à celle d'un faisceau de rayons X. Ces photos ont été prises au laboratoire de M. A. Roumch, bien connu pour ses travaux de spectroscopie en rayons X.

L'idée du relevé expérimental des radiogrammes par la *méthode de Laue* est relativement simple (fig. 6.66). Lorsqu'on éclaire un cristal avec un rayonnement à spectre continu, le réseau cristallin choisit lui-même la longueur d'onde susceptible d'être diffractée par la structure tridimensionnelle considérée.

Un tube à rayons X peut émettre aussi bien des rayonnements à spectre continu qu'à spectre de raies. Tant que la tension appliquée au tube est assez faible (20-30 kV) on obtient surtout un rayonnement

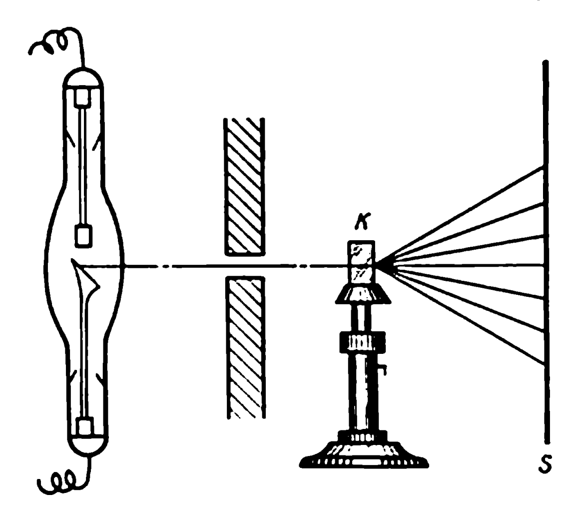


Fig. 6.66. Schéma de l'expérience de Laue:
K — cristal, *S* — écran

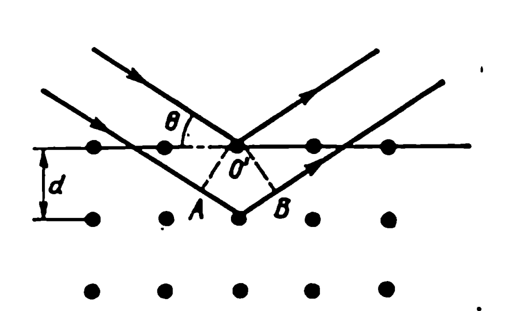


Fig. 6.67. Schéma illustrant la condition de Bragg-Wulff

à spectre continu convenant à la méthode de Laue. Le dépouillement de la figure de diffraction (lauegramme) permet d'obtenir des informations sur le réseau cristallin.

Bien qu'un exposé des principes de base de l'analyse aux rayons X sorte du cadre de ce cours, nous mentionnerons ici la méthode interférentielle d'étude des cristaux qui utilise des spectres discrets de rayons X (rayons caractéristiques) qui sont des pics pointus apparaissant pour de hautes tensions sur un fond continu de rayons X. On démontre en cristallographie que dans tout cristal on trouve des plans réticulaires où l'empilage d'atomes ou d'ions est le plus dense. Ces plans réfléchissent les rayons X, ce qui rend possible l'interférence des ondes réfléchies par différents plans réticulaires. Il est clair que le renforcement d'une onde réfléchie ne se produira que pour un angle θ bien déterminé (fig. 6.67). Si la différence de marche ($\Delta = AO' + O'B$) est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, on doit avoir

$$2d \sin \theta = m\lambda. \qquad (6.103)$$

Cette corrélation est appelée *condition de Bragg-Wulff*. Elle permet de tirer de l'expérience la valeur de la distance entre les plans réti-

culaires peuplés au maximum de centres de diffraction (pour cela on doit naturellement connaître avec précision la longueur d'onde du rayonnement monochromatique). On a développé plusieurs méthodes expérimentales d'étude des réseaux cristallins, toutes basées sur la formule (6.103).

En outre, si pour un cristal donné on connaît avec une bonne précision les distances entre les plans réfléchissants, la formule (6.103) permet de déterminer la longueur d'onde des rayons X.

Ce bref aperçu des potentialités de la radiocristallographie montre le rôle important que jouent les effets de diffraction par les structures spatiales pour la résolution des principaux problèmes de la cristallographie qui, avant que furent mis en œuvre les principes d'analyse radiocristallographique, se contentait, étant une science essentiellement descriptive, de classer les cristaux d'après leurs formes extérieures et utilisait des méthodes d'étude indirectes.

Pour conclure, nous voudrions présenter une interprétation qualitative des phénomènes de la diffusion de la lumière par différents milieux. Nous venons de voir que la diffraction d'une onde électromagnétique par une structure plane (bidimensionnelle) irrégulière donne lieu à la déviation d'une partie du flux d'énergie de sa direction de propagation initiale, donc à une diffusion de la lumière. Un processus analogue doit se produire dans le cas d'une diffraction par des structures tridimensionnelles irrégulières; la diffraction de la lumière produite par chacune des particules donne lieu à la déviation d'une partie du faisceau. Dans ce cas il n'y aurait pas d'interférence de toutes les ondes déviées de leurs directions de propagation initiales (interférence qui détermine l'apparition des maximums de diffraction pointus). L'effet résultant est proportionnel à la concentration des centres de diffusion.

Il n'y aura pas de maximums principaux dont l'intensité est $\sim N^2$ si on éclaire un réseau cristallin avec une lumière dont la longueur d'onde est beaucoup plus grande que son paramètre ($d \ll \lambda$). En effet, l'équation (6.101) n'a alors pas de solutions pour $m_{1,2,3} \neq 0$. Cela signifie que la figure résultante de la diffusion de la lumière ne sera déterminée que par la diffraction par les différents centres (comme dans le cas d'une répartition aléatoire des centres de diffusion) sans que les faisceaux diffractés interfèrent entre eux. De ce fait, l'intensité de la lumière diffusée doit être dans ce cas également proportionnelle à la concentration ($\sim N$). Bien souvent, dans un milieu optique homogène caractérisé par un indice de réfraction dont la valeur est invariable dans tout le volume concerné, il ne se produit aucun effet de diffraction sur les molécules et l'effet observé n'est déterminé que par des fluctuations de densité.

On observe une diffusion particulièrement forte lorsque l'on fait passer la lumière à travers un milieu trouble (fumées ou autres particules solides en suspension dans un gaz; brouillards comportant

une suspension de gouttelettes d'eau dans l'air; suspension de liquides non miscibles, etc.). Ce type de diffusion est généralement désigné sous le nom d'*effet Tyndall*, du nom du physicien qui étudia la répartition spectrale, l'indicatrice de la diffusion et la polarisation de la lumière diffusée. La théorie de cet effet a été établie par Rayleigh.

Conformément à la théorie électronique le mécanisme du processus serait le suivant. Le champ électrique de l'onde incidente met en mouvement vibratoire les particules chargées (électrons), ce qui fait apparaître un rayonnement diffusé; ce rayonnement peut être décrit en toute première approximation par les formules que nous avons établies pour un oscillateur harmonique rayonnant sous l'action d'une force appliquée (*cf.* § 1.7). Ces considérations permettent notamment d'expliquer pourquoi c'est le rayonnement de courte longueur d'onde qui est le plus fortement diffusé. Il est bien connu que l'intensité intégrale du rayonnement d'un dipôle est proportionnelle à la quatrième puissance de la fréquence ($\omega^4 \sim 1/\lambda^4$). Par suite, la lumière bleue doit être diffusée plus fortement que la lumière rouge ($\lambda_r/\lambda_{bl} \approx 1{,}6$). L'indicatrice de la diffusion doit ressembler à la répartition du flux d'énergie électromagnétique dans l'espace (§ 1.7) que l'on déduit en partant de l'assertion évidente de l'absence de tout rayonnement le long de la direction du mouvement de l'électron oscillant.

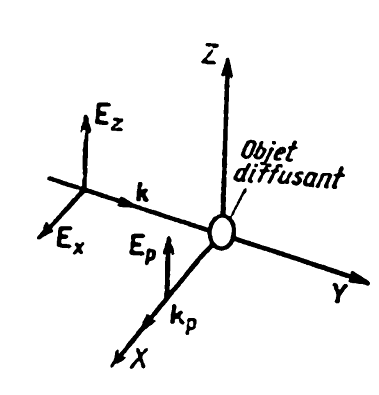


Fig. 6.68. Apparition d'une polarisation rectiligne de la lumière diffusée se propageant dans une direction perpendiculaire à celle de la lumière incidente non polarisée

Ce sont les études de la polarisation de la lumière diffusée qui présentent le plus d'intérêt. Il apparaît que le rayonnement diffusé qui se propage perpendiculairement à l'onde incidente non polarisée est, lui, entièrement polarisé. Cela est également dû au caractère directionnel du rayonnement d'un oscillateur harmonique; ce résultat ressort de la fig. 6.68. Une lumière non polarisée se propage le long de l'axe Y. Le vecteur **E** vibre dans le plan XZ, les composantes $\mathbf{E}_x$ et $\mathbf{E}_z$ n'étant absolument pas corrélées. La lumière diffusée le long de la direction X est complètement polarisée ($\mathbf{E}_{\text{dir}}$ est dirigé le long de l'axe Z).

Jusqu'à présent il s'agissait de la diffusion par les milieux troubles. On peut cependant l'observer dans des gaz et des liquides non pollués. On a alors affaire à une *diffusion* dite *moléculaire* qui se manifeste lorsque, pour une raison ou pour une autre, le milieu où se propage la lumière est optiquement inhomogène. Un exemple caractéristique de la diffusion moléculaire est la couleur bleue du

ciel qui résulte de la diffusion de la lumière solaire. La question concernant la nature des centres de cette diffusion a fait l'objet de nombreux débats entre des physiciens célèbres. Rayleigh émit l'hypothèse que les effets de diffraction que l'on observe sont dus aux molécules de l'air. Mandelstamm a démontré que cette hypothèse ne pouvait expliquer l'effet observé dont l'origine doit être recherchée dans l'inhomogénéité optique. Ce n'est qu'après que Smoluchovsky et Einstein développèrent la théorie des fluctuations qu'il est devenu possible d'expliquer de façon univoque la couleur bleue du ciel qui résulte de la diffusion de la lumière solaire sur les fluctuations de densité de l'atmosphère.

Nous nous contenterons de ce bref exposé de l'effet complexe de la diffusion des ondes électromagnétiques qui présente une grande importance pour différentes branches de la physique moderne.

§ 6.9. Pouvoir séparateur des instruments d'optique

Nous avons examiné au § 6.7 la possibilité d'observer séparément deux raies spectrales de longueurs d'onde peu différentes. Nous y avons formulé le critère de résolution de Rayleigh et introduit la notion de pouvoir séparateur ($\lambda/\delta\lambda$ — *pouvoir séparateur chromatique*); cette dernière grandeur peut être déterminée tant par le calcul que par l'expérience. Dans le cas où l'on s'intéresse non pas à la décomposition spectrale mais à la netteté de l'image formée par un système optique, ainsi qu'à la possibilité d'y discerner des détails rapprochés de l'objet à l'étude, on doit introduire une fonction analogue — le *pouvoir séparateur de l'instrument d'optique*.

Cette notion est directement liée à la nature ondulatoire de la lumière, puisque, dans l'approximation de l'optique géométrique (impliquant différentes hypothèses simplificatrices), on peut faire le calcul de tout système optique où à chaque point de l'objet correspond un point déterminé de l'image. Cependant, la diffraction causée par les bords des lentilles, les montures et les diaphragmes impose une limite à l'obtention d'une image ponctuelle (stigmatique). Dans la pratique, on utilise généralement des montures et des diaphragmes circulaires; ainsi, dans les estimations du pouvoir séparateur des instruments d'optique, on tient compte de la diffraction des ondes planes par des ouvertures circulaires.

Cependant le caractère diffus d'une image stigmatique causé par la diffraction est souvent masqué par des effets grossiers provoqués par des défauts de qualité des pièces optiques, d'une focalisation imprécise, etc. Tous les défauts des systèmes optiques (*aberrations*) doivent être réduits au minimum et ce n'est qu'alors que se manifestent les distorsions déterminées par la diffraction de la lumière. On pourrait donc établir une certaine analogie avec la mise au point des systèmes électroniques et radiotechniques. On doit

commencer par éliminer les défauts grossiers du montage (contacts défectueux et autres résistances parasites) et ce n'est qu'après que l'on peut chercher à limiter l'influence d'effets plus fins (bruits de grenaille, bruits thermiques, etc.).

Nous commencerons notre exposé par une brève analyse des aberrations des systèmes optiques et des procédés utilisés pour les éliminer. Nous considérerons ensuite le pouvoir séparateur d'un télescope et d'un microscope L'étude de ces deux cas particuliers,

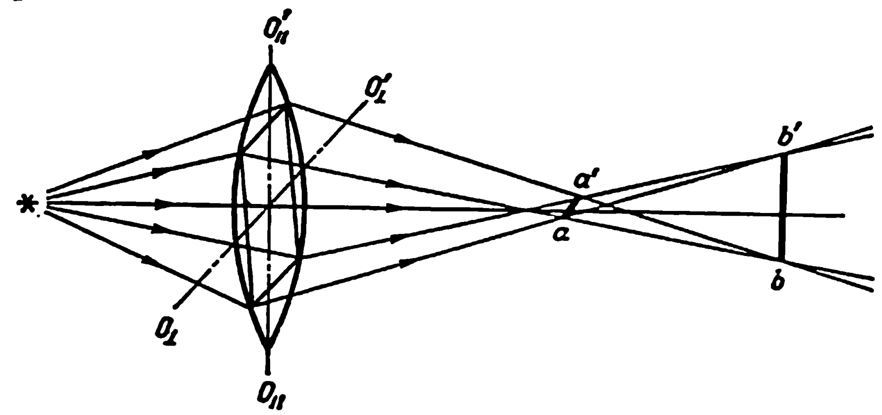


Fig. 6.69. Astigmatisme provoqué par des différences de courbure d'une lentille dans des directions rectangulaires:
$bb' \parallel O_{\parallel}O'_{\parallel}$; $aa' \parallel O_{\perp}O'_{\perp}$

fort importants, nous permettra de faire connaissance avec les fondements de la théorie de la diffraction des instruments d'optique.

On se trouve souvent en présence d'une aberration qui transforme un foyer ponctuel (stigmatique) en deux lignes focales rectangulaires *aa'* et *bb'* (fig. 6.69). Cette aberration est appelée *astigmatisme* et la distance entre les lignes focales, *distance astigmatique*. Pour mettre en évidence les causes d'apparition de l'astigmatisme nous exposerons quelques notions de base. Nous avons indiqué au § 6.2 qu'un faisceau qui converge en un point ou qui en émane est appelé *faisceau homocentrique*. Il lui correspond une surface d'onde sphérique qui est en tout point normale aux rayons. L'onde plane est un cas particulier du faisceau homocentrique correspondant au cas où le point de convergence se trouve à l'infini.

Si pour n'importe quelle raison la surface d'onde présente des courbures différentes en ses différentes sections, on dit qu'il y a astigmatisme. On démontre en géométrie que deux sections de courbures maximale et minimale sont mutuellement perpendiculaires. C'est ce qui explique l'apparition des lignes focales *aa'* et *bb'* représentées fig. 6.69 qui remplacent le foyer stigmatique. Pour éviter l'astigmatisme il faut que, quelles qu'en soient les transformations, le faisceau reste homocentrique. Cette condition est difficilement réalisable puisque l'homocentricité est détruite à chaque réfraction

(même par une surface parfaitement plane). Ainsi, apparaît l'astigmatisme des faisceaux obliques. Par suite l'astigmatisme est inévitable chaque fois que l'on utilise un prisme, sur la surface réfringente de laquelle le faisceau tombe sous incidence oblique.

Un autre cas fréquent d'astigmatisme est celui qui est lié à une asymétrie du système de focalisation. Une démonstration classique de ce type d'aberration consiste à focaliser un faisceau cylindrique à l'aide d'une lentille cylindrique; les deux lignes focales sont alors fortement séparées (à la limite, la distance astigmatique d'une lentille cylindrique est infinie). On démontre aisément que même

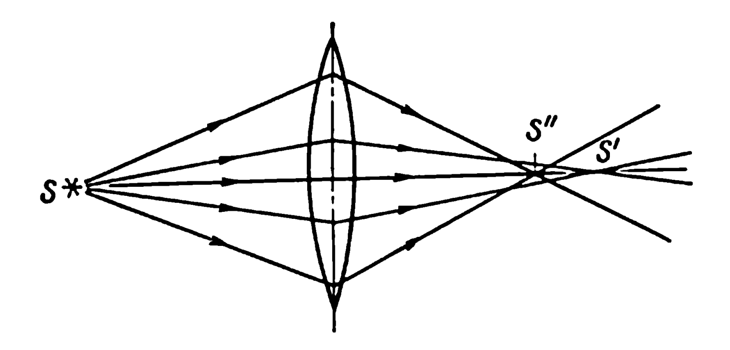


Fig. 6.70. Aberration sphérique longitudinale

de faibles déviations par rapport à une surface sphérique, résultant de défauts de fabrication des éléments de focalisation optique, donnent lieu à l'astigmatisme. Il s'ensuit que la réduction au minimum de l'astigmatisme est un problème ardu exigeant un contrôle rigoureux de la fabrication et de toutes les conditions expérimentales. Mais même si on y a bien veillé, dans le système optique n'en subsistent pas moins d'autres sources d'erreurs.

C'est l'apparition des *aberrations sphériques* qui se laisse le plus facilement expliquer. Cette aberration accompagne le passage de la lumière à travers tout système optique réel et résulte de la déviation de la surface d'onde de la forme sphérique (comme dans le cas de l'astigmatisme). Le faisceau lumineux cesse d'être homocentrique et le rayonnement ne peut plus être focalisé en un point. Du point de vue de l'optique géométrique, l'apparition des aberrations sphériques tient à ce que cessent d'être remplies les conditions requises pour la focalisation du rayonnement par les systèmes optiques. En effet, en optique géométrique, toutes les principales corrélations sont établies pour des rayons formant de très petits angles avec l'axe optique. Ces rayons sont dits *paraxiaux*. Si les rayons ne sont pas paraxiaux, le foyer ponctuel devient diffus (fig. 6.70) et apparaît une aberration sphérique longitudinale $\delta S = S'S''$; comme elle est positive pour une lentille divergente et négative pour une lentille convergente, on peut envisager un procédé d'élimination (ou tout

au moins de réduction) de cette aberration. On calcule les caractéristiques du système focalisant constitué par la combinaison d'une lentille positive et d'une lentille négative de telle sorte que l'aberration longitudinale résultante soit nulle. On arrive à le faire sans difficulté pour la région centrale de l'image d'un objet et beaucoup plus difficilement pour la région périphérique.

Si le système a été corrigé de l'aberration sphérique pour des rayons issus d'un objet ponctuel placé sur l'axe optique, cette aberration peut subsister tout de même dans les images d'objets situés au-delà de l'axe optique. Dans ce cas, l'image d'un point se présente sous une forme rappelant une virgule. Ce type d'aberration est appelé *coma* ; elle est inexistante dans les systèmes optiques ayant été corrigés de l'aberration sphérique, à condition que soit respectée la condition du rapport des sinus *), ce qui ne peut avoir lieu que pour une paire de plans conjugués dits *aplanétiques*.

Un autre défaut important des systèmes optiques est l'*aberration chromatique* dont l'origine est directement liée à la dépendance de l'indice de réfraction des matériaux optiques (verres, verre de silice) avec la longueur d'onde, c.-à-d. à la dispersion des matériaux. Du fait de la dispersion, la distance focale dépend de la longueur d'onde, ce qui détermine l'impossibilité d'obtenir un foyer ponctuel pour les rayonnements non monochromatiques.

Pour diminuer cette aberration des systèmes, on met à profit les différences des aberrations introduites par les verres de sortes différentes. En général, on caractérise les différentes sortes de verre par la quantité

$$\Delta = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \qquad (6.104)$$

Les indices F, D et C indiquent les raies d'absorption dans le spectre solaire continu (lignes de Fraunhofer de longueurs d'onde respectivement 4861, 5893 et 6563 Å). La fig. 6.71 représente les courbes $n(\lambda)$ ainsi que les valeurs de n_F, n_D et n_C pour deux sortes de verre (flint et crown).

Lorsque l'on passe d'un verre d'une sorte à un verre d'une sorte différente, Δ varie de 1/60 à 1/30, ce qui permet d'achromatiser la lentille, c'est-à-dire réduire au minimum l'aberration chromatique dans une certaine région du spectre. Pour ce faire, on fabrique ce que l'on appelle un *achromat* (fig. 6.72), par exemple, un objectif constitué par une lentille focalisante (un crown) et une lentille divergente (un flint). Si l'on connaît pour deux ondes la différence des indices de réfraction δn, il est facile d'estimer la différence des distances focales δf. Pour établir cette corrélation on part de la formule bien

*) Cette condition sera utilisée lors de l'étude du pouvoir séparateur d'un microscope, dont le système optique est calculé toujours compte tenu du rôle des faisceaux hors axe.

connue d'une lentille

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right). \qquad (6.105)$$

Il en découle que pour une lentille de rayons de courbure r_1 et r_2 le produit $f\,(n-1)$ peut rester invariable; en résulte la dépendance en question

$$\frac{\delta f}{f}+\frac{\delta n}{n-1}=0. \qquad (6.106)$$

Utilisons la formule (6.106) pour déterminer les paramètres d'un achromat constitué par des verres de deux sortes (que nous indexerons par 1 et 2). La distance focale de ce système obéit à l'égalité

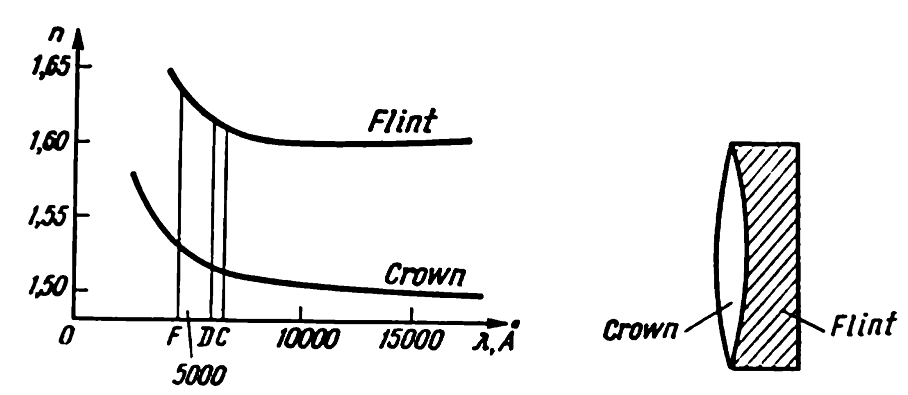


Fig. 6.71. Dépendances n (λ) pour le flint et le crown
Raies de Fraunhofer: F = 4861 Å; D = 5893 Å; C = 6563 Å

Fig. 6.72. Objectif achromatique simple

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}. \qquad (6.107)$$

Par variation de cette égalité en posant $\delta f=0$, on trouve la condition d'achromatisme

$$\frac{\delta f_1}{f_1^2}+\frac{\delta f_2}{f_2^2}=0. \qquad (6.108)$$

A l'aide de (6.106), on trouve la condition d'achromatisme pour les raies F et C de Fraunhofer, qui s'écrit

$$\frac{\Delta_1}{f_1}+\frac{\Delta_2}{f_2}=0. \qquad (6.109)$$

Cette formule montre que les distances focales pour les rayons rouges et bleus (6563 Å et 4861 Å) sont confondues. Au centre du spectre visible (rayons verts λ ≈ 5500 Å) la distance focale s'écarte de la valeur calculée. A l'aide de systèmes plus compliqués on arrive à la superposition de trois distances focales, ce qui correspond à un meilleur achromatisme.

Il est plus difficile de fabriquer des objectifs achromatiques pour l'ultraviolet où les verres optiques cessent d'être transparents. On utilise alors des systèmes analogues de lentilles réalisées en verre de silice et en fluorine qui cependant sont très onéreux, étant donné que les gros cristaux de fluorine naturelle sont très rares (récemment on a mis au point leur fabrication industrielle). On arrive à des résultats satisfaisants avec les lentilles évidées en verre de silice dont la cavité est remplie d'eau distillée. On commence à utiliser des lentilles achromatiques de ce type, mais la qualité de l'image laisse bien souvent à désirer.

Pour terminer ce bref aperçu des aberrations il nous reste à mentionner la distorsion qui est un défaut des systèmes optiques donnant lieu à un grossissement différent en différents points du champ de vision. Cette distorsion d'échelle se rencontre fréquemment dans les systèmes de télévision et illustre ce type d'aberration.

La correction de toutes les aberrations est un problème difficile et, parfois, irréalisable, nécessitant de longs et laborieux calculs et une technique de fabrication sophistiquée. En général on ne corrige que les défauts qui nuisent à la solution du problème à l'étude. Ainsi, par exemple, l'objectif d'un collimateur doit être rendu achromatique, tandis que cela est superflu pour l'objectif d'un spectroscope puisqu'il suffit alors de placer obliquement la plaque avec sa châsse, vu que la distance focale pour les rayons violets est plus petite que pour les rayons rouges. Mais on doit corriger l'objectif du spectrographe de l'aberration sphérique (et parfois du coma) puisqu'il doit assurer la focalisation sur la plaque photographique des radiations de longueurs d'onde différentes qui sortent de l'élément dispersif sous différents angles par rapport à l'axe optique. L'objectif des microscopes doit être soigneusement corrigé des aberrations de toutes sortes puisque cet instrument doit avoir un grand pouvoir séparateur et que les conditions de mise au point y sont délicates. Dans l'exposé ultérieur des fondements de la théorie de diffraction des instruments d'optique nous admettrons que les systèmes à l'étude sont dépourvus ou corrigés des principales aberrations et que les défauts de stigmatisme des images ne sont imputables qu'à la nature ondulatoire de la lumière.

Passons maintenant à l'étude du *pouvoir séparateur des lunettes*, instruments optiques utilisés pour l étude des corps célestes. Ce problème peut être résolu fort correctement puisque nous pouvons considérer avec une bonne approximation que sur l'objectif de la lunette tombe une onde plane. On peut donc appliquer les formules relatives à la diffraction d'une onde plane par une ouverture circulaire constituée dans ce cas par la monture de l'objectif *).

*) Le lecteur est censé connaître la construction d'une image dans une lunette.

Ainsi que nous l'avons déjà signalé, on trouve une tache claire au centre de la figure de diffraction (voir fig. 6.31) où se trouve concentrée la majeure partie du flux lumineux focalisé. Ce « pic lumineux » est entouré du premier minimum de diffraction correspondant à l'angle de diffraction φ qui vérifie l'égalité

$$\sin \varphi_1 = 1{,}22\lambda/D.$$

Le rayon r_1 de ce premier anneau sombre est entièrement déterminé par la longueur d'onde λ, le diamètre D de l'objectif et sa distance focale f:

$$r_1 = f \operatorname{tg} \varphi_1 \approx f \sin \varphi_1 = 1{,}22\, f\, \lambda/D.$$

Avec $f/D \approx 30$, on a pour la région visible ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm) $r_1 \approx 0{,}02$ mm. Cette région, rendue diffuse par la diffraction, se

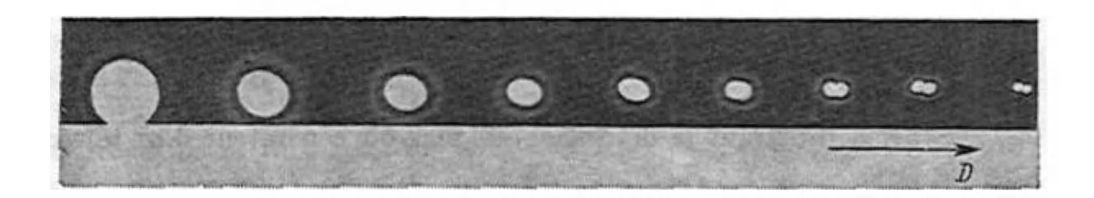


Fig. 6.73. A mesure qu'augmente le diamètre du diaphragme circulaire, le pouvoir séparateur de l'objectif d'un télescope augmente, et on commence à discerner la structure d'une étoile double

laisse nettement observer aussi bien sur la photographie que lors d'une étude visuelle par l'oculaire de l'image d'une étoile.

Toutes les étoiles (exception faite de cas particuliers où on observe des étoiles de très grande taille, telles les « géantes rouges ») seront représentées dans le plan focal de l'objectif de la lunette par des cercles de diffraction identiques, dont la dimension angulaire peut être adoptée comme une mesure du pouvoir séparateur de la lunette. Plus le diamètre efficace de l'objectif est grand, plus petites seront les dimensions angulaires de la tache claire au centre de la figure de diffraction; la résolution et le pouvoir séparateur de la lunette seront donc d'autant meilleurs (fig. 6.73). C'est pour cette raison que l'on cherche à construire des télescopes géants ayant un diamètre de l'objectif de plusieurs mètres. Il est évident que les défauts de fabrication de l'objectif ne doivent pas donner lieu à la formation d'un foyer stigmatique diffus dont le diamètre serait comparable à celui de la tache de diffraction. Aussi se heurte-t-on à d'immenses difficultés dans les calculs et la fabrication de tels objectifs. C'est pour cette raison que l'on utilise dans les très grands télescopes des objectifs à miroir qui se laissent fabriquer avec des aberrations plus faibles. La qualité de l'image formée par un grand

télescope est limitée par la transparence et l'homogénéité de l'atmosphère. C'est pour cela que les observatoires sont bâtis sur des montagnes, ce qui crée des difficultés de transport de systèmes aussi complexes et encombrants que le sont les télescopes modernes.

Pour procéder à une estimation du pouvoir séparateur d'un télescope nous commencerons par l'étude de la séparation de deux étoiles voisines S_1 et S_2. Posons que la distance angulaire de ces étoiles soit égale à $\delta\varphi$ et que les images de diffraction de ces émetteurs non cohérents se recouvrent dans le plan focal de l'objectif

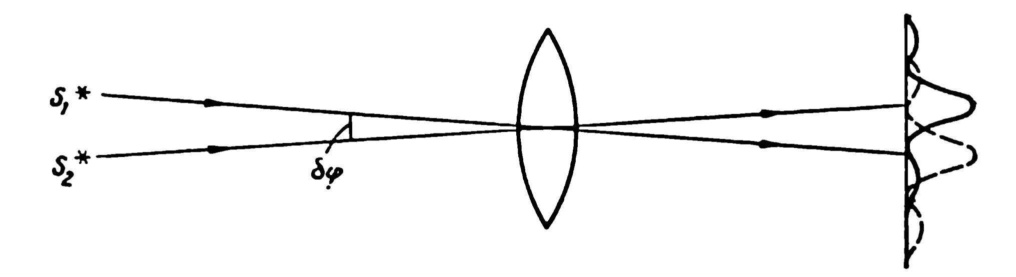


Fig. 6.74. Schéma illustrant la définition du pouvoir séparateur d'un télescope

(fig. 6.74). Pour caractériser l'image résultante, on applique le critère de Rayleigh, ce qui revient à considérer que les images des deux sources lumineuses sont résolues, si le maximum de diffraction de l'une est confondu avec le premier minimum de diffraction de l'autre source. Il s'ensuit que l'angle formé par les deux émetteurs ne doit pas être inférieur à $\delta\varphi_{min} \approx \sin\varphi_1 = 1{,}22\ \lambda/D$. On caractérise généralement le pouvoir séparateur d'un télescope par la quantité:

$$\frac{1}{\delta\varphi_{min}} = \frac{D}{1{,}22\lambda}, \qquad (6.110)$$

qui est proportionnelle au diamètre D de l'objectif.

Nous avons déjà relevé le caractère conventionnel du critère de Rayleigh. Si les mesures sont bien reproductibles et si les fluctuations sont petites, on arrive à enregistrer sur la figure de diffraction résultante un « creux » dont la profondeur est beaucoup plus petite que celle prévue par le critère de Rayleigh. La question importante est de savoir quel est le volume de l'information que fournit une telle mesure. En modifiant les conditions expérimentales on peut dépasser largement la limite prévue. Ainsi Michelson a élaboré et mis au point une méthode interférentielle originale d'observation des étoiles doubles. L'idée de cette méthode consiste à enregistrer les positions de miroirs supplémentaires largement écartés (fig. 6.75) pour lesquelles les franges d'interférences de la première étoile coïncident avec les franges d'interférence de la seconde étoile.

Dans cette méthode, on mesure la distance angulaire des composantes d'une étoile double lorsque le pouvoir séparateur de l'objectif de la lunette est insuffisant. Par la suite, Michelson utilisa cette méthode pour mesurer les diamètres angulaires de certaines « géantes rouges ».

Dernièrement, on a publié des résultats d'études concernant la possibilité de dépasser notablement la limite admise du pouvoir séparateur d'un système optique sans augmentation du diamètre de l'objectif ou diminution de la longueur d'onde du rayonnement. Ces études sont basées sur la mise en œuvre des méthodes de la théorie de l'information. Exposons le principe de ces recherches avancées en les appliquant au problème que nous étudions: quelles sont les possibilités d'accroître le pouvoir séparateur du télescope; il est clair que ces considérations sont d'une portée plus générale.

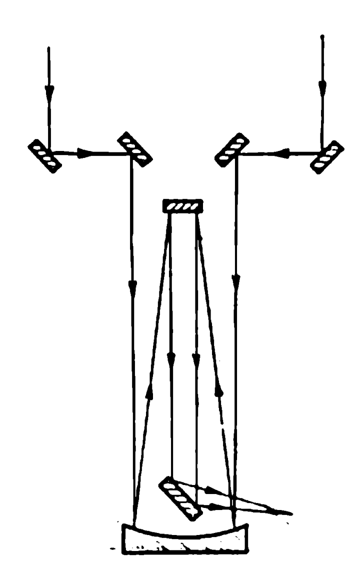


Fig. 6.75. Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson équipant un télescope à réflecteur de 2,54 m de diamètre

Nous avons déjà indiqué que lorsque l'on détermine la distance angulaire $\delta\varphi$ de deux étoiles lointaines le critère de Rayleigh implique en fait qu'il est possible de les observer séparément en déterminant la profondeur du creux qui se forme entre les deux taches de diffraction correspondant aux deux étoiles. Cependant si on connaît exactement la forme des taches de diffraction et si on a mesuré avec précision l'éclairement en tous les points de la figure de diffraction résultante, on peut la décomposer en ses deux composantes et déterminer $\delta\varphi$ même si on n'y observe aucun creux. Cette décomposition peut être effectuée soit par un procédé graphique, soit sur ordinateur.

Du point de vue des mathématiques, le problème consiste à trouver une fonction $F(x')$ figurant dans l'équation intégrale et formant avec la fonction instrumentale $f(x' - x)$ une convolution qui, elle, définit une fonction $\Phi(x)$ décrivant la figure de diffraction totale. L'opération qui permet de trouver la fonction $F(x')$ est appelée *résolution du problème inverse*:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x') f(x' - x)\, dx'. \qquad (6.111)$$

Nous décelons une certaine analogie avec la *décomposition spectrale* que nous avons utilisée pour déterminer la structure réelle d'une raie spectrale occultée par l'élargissement dû à l'appareil et que nous

avons désigné sous le même nom de *fonction instrumentale*. Cette analogie est loin d'être superficielle puisque les deux opérations sont basées sur la transformation de Fourier qui concerne directement le problème que nous considérons ici (*cf.* § 6.7).

Lorsqu'on dépouille les photographies d'une étoile lointaine, on prend en première approximation, pour fonction instrumentale, la tache de diffraction elle-même puisque ses dimensions dépendent du diamètre de l'objectif du télescope et de la longueur d'onde de la lumière diffractée. Cependant ce schéma idéalisé est notablement affecté par les aberrations qu'il est impossible d'éliminer totalement. Aussi n'arrive-t-on à définir la fonction instrumentale qu'approximativement. On ne peut éviter également les erreurs systématiques et fortuites dans les mesures de l'éclairement de la figure de diffraction totale. Les erreurs commises lors des mesures de $f(x' - x)$ et de $\Phi(x)$ restreignent la possibilité de rétablir la fonction $F(x')$ de l'objet par résolution du problème inverse.

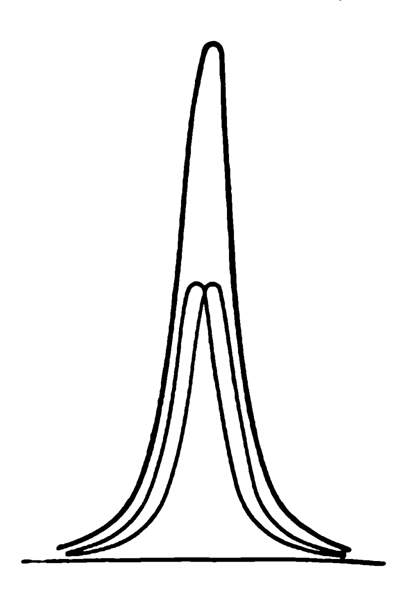


Fig. 6.76. Décomposition univoque d'un contour mesuré avec une bonne précision, en des composantes de forme déterminée, réalisée sur ordinateur

Dans le cadre de ces conceptions, pour retrouver la fonction de l'objet ($\delta\varphi$, par exemple), il n'est pas nécessaire de chercher à obtenir une fonction instrumentale suffisamment étroite pour que soit vérifié le critère de Rayleigh. Cette fonction peut être large, pourvu qu'elle soit bien déterminée. Si on mesure alors avec une bonne précision l'éclairement de la figure de diffraction résultante (ce que l'on arrive parfois à faire si le rapport signal/bruit est bon), les procédés de calcul sur ordinateur permettent de résoudre le problème inverse, donc de rétablir avec une précision suffisante la grandeur que l'on cherche à connaître, même si le critère de Rayleigh ne se trouve pas vérifié (fig. 6.76).

Aussi la solution du problème posé dépend en premier lieu de la précision des mesures, donc du niveau des bruits. Il s'ensuit qu'un traitement statistique des résultats des mesures et la mise en œuvre des procédés développés en informatique pour réduire l'influence des bruits jouent un rôle primordial dans l'accroissement du pouvoir séparateur des instruments d'optique.

L'utilisation d'objectifs de grande section est avantageuse pour obtenir une image plus brillante d'une étoile sur fond de ciel. Bien qu'aucun système optique ne permette d'augmenter la brillance des

objets observés, il est toujours avantageux de les observer à l'aide d'un télescope. Nous avons indiqué en effet que toutes les étoiles y seront représentées par des taches de diffraction circulaires identiques. Désignons par : A — l'éclairement que crée l'étoile observée sur la surface terrestre, $\Delta\Phi$, le flux lumineux qui traverse un télescope dont l'objectif a un diamètre D. On a alors

$$\Delta\Phi = A\pi D^2/4. \tag{6.112}$$

Si on observe l'étoile à l'œil nu, le flux limineux tombant sur la pupille de l'œil est égal à $\Delta\Phi' = A\pi\, d^2/4$ (d — diamètre de la pupille). Le rapport de ces flux correspond au rapport des brillances des images sur la pupille : $\Delta\Phi/\Delta\Phi' = (D/d)^2$ avec $D \approx 10^2$ cm et $d \approx 0{,}3$ cm. D'autre part, la brillance du ciel (le fond) est la même, que l'observation se fasse à l'œil nu ou à l'aide du télescope.

L'estimation rigoureuse du *pouvoir séparateur d'un microscope* est autrement ardue, et ce pour les raisons suivantes. Premièrement, l'onde incidente qui tombe sur l'objectif du microscope ne peut être assimilée à une onde plane. Deuxièmement, on ne sait pas au juste quel est l'éclairement de l'objet. Si ses dimensions sont plus petites que celles de la tache de diffraction déterminée par le condenseur du dispositif d'éclairage, on peut admettre que l'éclairement de l'objet est cohérent. Mais comme la source de lumière n'est pas ponctuelle il se produira inévitablement une superposition des taches de diffraction correspondant aux rayonnements issus des différents points de la source lumineuse. Et plus généralement, on peut affirmer que les rayonnements issus des différents points d'un objet lumineux ne sont pas cohérents.

On doit cependant noter que dans l'approximation grossière, qui est suffisante pour traiter la majorité des problèmes pratiques, les estimations du pouvoir séparateur faites en considérant que l'éclairement est cohérent et celles basées sur un éclairement non cohérent, ne sont pas très différentes. Mais en principe on doit accorder une grande attention à l'idée de D. Rojdestvensky qui a suggéré de considérer l'éclairement des objets dans un microscope comme partiellement cohérent *). Il est opportun de se référer aujourd'hui à ses travaux puisque l'idée du caractère partiellement cohérent d'une onde quasi monochromatique a reçu récemment un développement considérable que l'on rattache souvent au théorème de Zernike.

Précisons la position du problème de l'éclairement d'un objet dans le microscope en utilisant les notions introduites au § 6.6. L'objectif O_1 (fig. 6.77) sert à éclairer l'objet se trouvant dans le

*) La première communication de D. Rojdestvensky sur le pouvoir de résolution de microscopes a été publiée dans les travaux de l'Institut d'Optique (GOI) en 1938, donc en même temps que la publication de Zernike.

plan de l'image d'une source circulaire S d'un rayonnement homogène et non cohérent. Déterminons le degré de cohérence des vibrations en deux points P_1 et P_2 de l'objet, qu'on observe à travers l'objectif O_2.

On peut démontrer que le degré de cohérence de l'éclairement de l'objet dépend de l'angle d'ouverture $2\Theta_1$ de l'objectif O_1. Si les points P_1 et P_2 se trouvent dans les limites du maximum de diffraction central déterminé par l'action de l'objectif O_1, on peut affir-

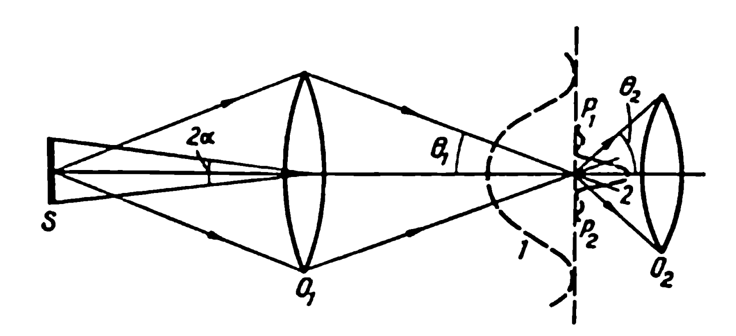


Fig. 6.77. Schéma illustrant la notion d'un éclairement cohérent de l'objet dans un microscope:

1 — maximum de diffraction produit par l'objectif O_1; 2 — maximum de diffraction produit par l'objectif O_2

mer que plus les points P_1 et P_2 sont proches l'un de l'autre, plus le degré de cohérence $|\gamma_{12}|$ des vibrations en ces points est grand. Ainsi, par exemple, si la distance entre les points P_1 et P_2 est égale à environ 0,3 de la largeur du maximum de diffraction, le degré de cohérence des vibrations en ces points est de 90 % environ.

Pour nous assurer de la validité de nos assertions, reprenons la fig. 6.77. Les dimensions de l'émetteur S sont grandes, il est disposé à proximité de l'objectif O_1, de sorte que l'angle 2α est suffisamment grand pour que le rapport $\lambda/(2\alpha)$ soit aussi petit que l'on veut. Or d'après le théorème de Zernike, c'est ce rapport qui caractérise le degré de cohérence des vibrations dans le plan O_1. Pour $d = 1{,}22\lambda/(2\alpha)$, valeur beaucoup plus petite que le diamètre de l'objectif O_1, il apparaît sur la courbe $|\gamma_{12}|$ un premier minimum et on peut considérer que tout l'objectif O_1 est éclairé par un rayonnement non cohérent. Pour trancher la question essentielle: quel est le degré de cohérence des vibrations dans les points P_1 et P_2, on doit résoudre un problème analogue en posant que l'objectif est éclairé par un émetteur non cohérent, dont les dimensions et la position sont exactement les mêmes que celles de l'objectif O_1. Il est clair que le degré de cohérence des vibrations dans le plan de l'objet sera déterminé par le rapport $\lambda/(2\Theta_1)$, donc par la largeur du maximum de diffraction produit par l'objectif O_1.

Nous avons déjà dit que l'observation des points P_1 et P_2 se fait à travers l'objectif O_2 dont l'ouverture est $2\Theta_2$. Les points ne peuvent être résolus que si la distance P_1P_2 est plus grande que la largeur du maximum de diffraction produit par l'objectif O_2. Il est donc avantageux de rendre ce maximum suffisamment étroit, ce qui exige que $2\Theta_2$ soit grand. Les objectifs des microscopes sont toujours calculés de manière à rendre l'ouverture $2\Theta_2$ de l'objectif aussi grande que possible.

L'objet à l'étude est éclairé par une lumière non cohérente si les points P_1 et P_2 se trouvent en dehors du maximum de diffraction de l'objectif du système d'éclairage O_1. Cela se produit lorsque l'angle d'ouverture $2\Theta_1$ est grand, ce qui implique que le maximum de diffraction de O_1 est étroit. La résolution est dans ce cas également déterminée par l'angle d'ouverture $2\Theta_2$ de l'objectif du microscope.

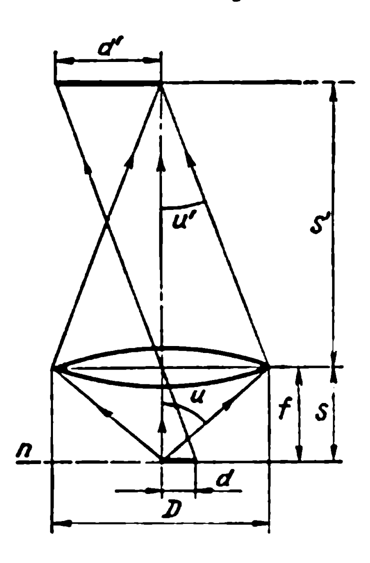


Fig. 6.78. Schéma illustrant les considérations relatives au pouvoir séparateur du microscope

Ainsi les conditions d'éclairement de l'objet dépendent de l'ouverture $2\Theta_1$ de l'objectif du système d'éclairage, tandis que la résolution dépend de l'angle d'ouverture $2\Theta_2$ de l'objectif du microscope. En général, on a $2\Theta_1 < 2\Theta_2$ et si l'étude est effectuée près de la limite de résolution, on peut admettre que tout objet non lumineux est éclairé de façon cohérente.

Procédons maintenant à une estimation de la plus petite dimension d_{min} de l'objet que l'on arrive encore à discerner au microscope. Il est évident que $1/d_{min}$ caractérise son pouvoir séparateur.

On calcule et on réalise l'objectif du microscope de telle manière que soit satisfaite la condition du sinus

$$nd \sin u = n'd' \sin u', \qquad (6.113)$$

qui est requise pour supprimer certaines aberrations.

Dans le cas général, on peut poser $n' = 1$ et $n > 1$, puisque pour augmenter l'angle d'ouverture on utilise des objectifs à immersion. On tire de la fig. 6.78 :

$$\sin u' \approx \operatorname{tg} u' = \frac{D/2}{S'}. \qquad (6.114)$$

Par suite, avec (6.113), on a $d' = (2nS'd \sin u)/D$. Il est évident que la dimension de l'objet doit être plus grande que la largeur des maximums de diffraction de l'objectif du microscope (ou au

moins égale à celle-ci). On a donc

$$1{,}22\frac{\lambda}{D}S' \leqslant 2nS'\frac{d}{D}\sin u. \tag{6.115}$$

De là on trouve l'inégalité

$$d \geqslant 0{,}61\frac{\lambda}{n\sin u}. \tag{6.116}$$

La quantité $n \sin u$ est appelée *ouverture numérique* du microscope; elle vaut 1,5 environ et par suite $d \approx 0{,}4\,\lambda$, ce qui pour la lumière visible donne $d_{min} \approx 2\cdot10^{-5}$ cm.

En comparant la relation $1/d_{min} \sim (n \sin u)/\lambda$ avec la formule du pouvoir séparateur du télescope [*cf.* (6.100)], nous constatons une différence notable: le pouvoir séparateur du microscope dépend non pas du diamètre de l'objectif, mais de son angle d'ouverture.

Pour augmenter le pouvoir séparateur, on a avantage à augmenter l'ouverture numérique du microscope. Or les possibilités dont on dispose pour l'augmenter sont limitées; il est donc recommandé d'utiliser des ondes plus courtes. On utilise souvent pour l'éclairement de l'objet une lumière bleue (par exemple, la raie bleue du mercure 4358 Å), et même le rayonnement ultraviolet. On doit alors fabriquer toute l'optique en verre de silice et utiliser pour l'enregistrement de l'image un écran luminescent, ce qui complique le travail expérimental. Cependant les expériences de E. M. Broumberg, qui a mis au point un microscope en ultraviolet, semblent indiquer qu'on peut augmenter de deux fois le pouvoir séparateur (par rapport aux microscopes usuels), ce qui présente de l'intérêt pour les applications de la biologie.

Le moyen le plus efficace et le plus radical pour augmenter le pouvoir séparateur du microscope est de faire appel à l'optique électronique. Dans ce cas, $\lambda = h/(mv)$ et à un potentiel d'accélération de 150 V correspond une longueur d'onde de de Broglie de l'ordre de 10^{-8} cm, donc près de 5000 fois plus petite que pour le spectre visible *). Bien que les erreurs instrumentales essentiellement liées au passage du faisceau d'électrons à travers l'objet à l'étude imposent une limite au pouvoir séparateur du microscope électronique on arrive à diminuer de 100 fois environ la dimension minimale des objets soumis à l'étude ($2\cdot10^{-7}$ cm au lieu de $2\cdot10^{-5}$ cm). Le lecteur trouvera une étude détaillée des particularités et des potentialités d'application du microscope électronique dans nombre de manuels spécialisés.

---

*) λ représente la longueur d'onde de de Broglie, à l'aide de laquelle on peut décrire la diffraction d'un faisceau d'électrons; h est la constante de Planck; v la vitesse des électrons dans le faisceau. Pour une démonstration de la formule $\lambda = h/(mv)$, voir, par exemple, E. Chpolski, *Physique atomique*, Ed. Mir, 1977.

Lorsque nous avons effectué une estimation du pouvoir séparateur d'un microscope optique nous n'avons tenu compte d'aucun effet lié à un éclairement cohérent de l'objet. Par conséquent, le résultat obtenu est également valable pour des objets lumineux. Si on éclaire l'objet avec une lumière cohérente, le pouvoir séparateur du microscope reste pratiquement le même. Nous donnons ci-après le calcul d'Abbe qui a joué un rôle important dans le développement de la théorie et de la pratique des mesures optiques.

Supposons que l'on utilise en qualité d'objet d'étude un réseau de diffraction unidimensionnel de pas d (fig. 6.79). Nous admettrons que ce réseau est plat puisqu'on étudie au microscope des échantillons minces et que la profondeur de foyer d'un objectif aussi fort est petite. Une onde plane traverse le réseau en se propageant le long de l'axe optique du microscope, qui est perpendiculaire au plan du réseau. Il se forme dans le plan focal principal de l'objectif un spectre constitué par un ensemble de maximums et de minimums de diffraction que l'on peut observer ayant enlevé l'oculaire du microscope. Abbe appelle ce spectre *image primaire de l'objet*. Dans le plan focal de la lentille convergente de l'oculaire, se forme l'image de l'objet (du réseau de diffraction) qu'Abbe appelle *image secondaire*. Cette image apparaît par suite des interférences des faisceaux de lumière issus des maximums de diffraction d'ordres différents. La qualité de l'image dépend du nombre de faisceaux interférents; plus le nombre de maximums découverts est grand, meilleure est la qualité de l'image. Il est facile de s'en rendre compte par l'expérience; il suffit de placer dans le plan focal de l'objectif un diaphragme qui occulte certains maximums de diffraction. Si un seul maximum est découvert (d'ordre zéro, par exemple) il n'y aura aucune image et à travers l'oculaire on verra une plage uniformément éclairée.

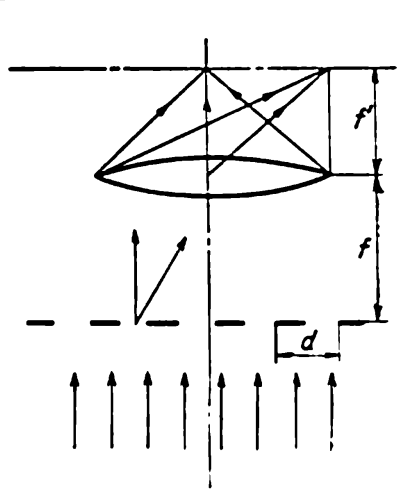


Fig. 6.79. Théorie de diffraction du microscope d'Abbe

La dépendance de la qualité de l'image en fonction de la nature des maximums découverts est illustrée par le résultat expérimental suivant: si à l'aide d'un diaphragme spécial on occulte tous les maximums impairs, les maximums pairs étant tous découverts, on verra apparaître une structure faussée, l'image représentant un réseau comportant deux fois plus de traits (donc, de pas $d/2$ et non de pas d). En effet, dans ce cas la condition de formation d'un maximum est

$$\sin \varphi = 2m\lambda/d = m\lambda/(d/2).$$

L'angle d'ouverture de l'objectif du microscope doit assurer l'interférence d'au moins deux faisceaux de lumière. L'ouverture u du microscope doit donc être supérieure à φ_1 — l'angle de diffraction correspondant au maximum du premier ordre:

$$\sin u \geqslant \sin \varphi_1 = \lambda/d. \tag{6.117}$$

Si l'objet à l'étude (réseau de diffraction) est immergé dans un milieu d'indice de réfraction n on aura

$$\sin u \geqslant \lambda/(nd). \tag{6.118}$$

Prenons en ligne de compte les faisceaux obliques. On peut éclairer notre réseau de diffraction de telle manière que n'apparaîtront dans le champ de vision que le maximum d'ordre zéro et l'un des premiers maximums ($m = \pm 1$). Il se forme une image de l'objet, bien que l'angle d'ouverture soit, dans ce cas, deux fois plus petit

$$\sin u \geqslant 0{,}5\ \lambda/(nd). \tag{6.119}$$

De cette dernière inégalité on tire l'inégalité exprimant la dimension minimale d d'un objet pouvant encore être discerné au microscope pour un éclairage cohérent:

$$d \geqslant 0{,}5\ \lambda/(n \sin u). \tag{6.120}$$

Aux erreurs près qu'impliquent ces sortes d'estimations, (6.120) ne se distingue pas de (6.116) qui a été établie sans tenir compte de la nature cohérente de l'éclairement de l'objet.

L'importance de la méthode d'Abbe d'estimation du pouvoir séparateur du microscope réside également en ce qu'elle lui ouvre de nouvelles possibilités d'application, puisque tout relief ondulé peut être assimilé à un réseau de phase. Pour pouvoir observer son image, il faut le transformer en un réseau d'amplitude, donc en un système de franges noires et claires. On démontre en théorie des réseaux de phase *) que l'on peut le faire si on arrive à accroître ou à diminuer de $\pi/2$ le déphasage entre les ondes déterminant les spectres d'ordre zéro et d'ordres supérieurs. Zernike a montré qu'il suffit pour cela de placer une lame de verre dans le plan focal de l'objectif du microscope. Sur la partie centrale de cette lame où se trouve localisé le maximum d'ordre zéro on dépose une mince couche transparente qui a pour fonction de modifier de $\pi/2$ la phase de l'onde qui ne se propage que dans la direction de ce maximum. Pour assurer cette variation de la phase de l'onde, cette couche d'indice n doit avoir une épaisseur $\lambda/4\ (n - 1)$. Ce procédé qui porte le nom de *contraste de phase* permet d'étudier des structures peu nettes et joue un rôle important dans différentes applications.

---

*) A. Sommerfeld, *Optik*, § 36

Notons pour conclure que les considérations développées par Abbe ont indubitablement contribué à l'élaboration d'une nouvelle méthode de production d'images de haute qualité — l'*holographie* que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

§ 6.10. Notions d'holographie

On appelle *holographie* un procédé d'enregistrement et de reproduction d'une structure spatiale des champs optiques monochromatiques (ou quasi monochromatiques).

On décèle aisément une convergence partielle des problèmes que résolvent l'holographie et la photographie — prise de vues, conservation et reproduction des images visuelles des objets. Cependant, la photographie ne permet de fixer que des projections planes de la répartition d'éclairement des surfaces de l'objet, tandis que l'holographie permet de recréer exactement la structure spatiale du champ lumineux diffusé par l'objet, donc de produire sa copie optique, visuellement indiscernable de l'original.

L'idée de l'enregistrement et de la reproduction de la structure des champs électromagnétiques a été avancée et illustrée par D. Gabor en 1948. C'est Gabor qui a composé le terme « hologramme » (enregistrement total). Les travaux de Gabor ne purent se développer avant l'avènement des lasers puisque pour réaliser un hologramme on doit disposer de sources lumineuses de grande cohérence spatiale et temporelle et de grande puissance, irréalisable avec les sources lumineuses ordinaires. L'holographie se constitua comme un domaine spécial de l'optique après la publication des travaux de Leith et Upatnieks (1960-1963) qui furent les premiers à présenter des hologrammes de haute qualité d'objets compliqués bi- et tridimensionnels. Indépendamment de ces chercheurs, Y. N. Dénissuk publia en 1962-1963 le principe de l'hologramme tridimensionnel avec résultats expérimentaux à l'appui.

Examinons le schéma de réalisation d'expériences holographiques. On éclaire l'objet à l'étude avec un faisceau de lumière laser qui a été préalablement élargi par un dispositif optique ordinaire. L'onde lumineuse diffusée par l'objet ainsi que l'onde initiale (onde de référence), réfléchie par un miroir, tombent sur une plaque photographique qui enregistre la figure d'interférence résultante (fig. 6.80, *a*). On développe et on fixe l'image sur la plaque par les procédés ordinaires; cette photographie renferme toutes les informations sur l'aspect de l'objet à l'étude. C'est cette plaque photographique qui porte le nom de *hologramme*. De par son aspect extérieur, elle ne diffère en rien d'une plaque uniformément exposée à la lumière. Ce n'est que par examen au microscope que l'on arrive dans des cas particulièrement simples à déceler une microstructure ordonnée produite par l'interférence des deux ondes lumineuses.

Souvent on peut distinguer à l'œil nu sur les hologrammes des anneaux ou des franges, mais leur apparition est due à des effets de diffraction de la lumière sur des grains de poussière et ils n'ont donc rien à voir avec les informations enregistrées, relatives à l'objet.

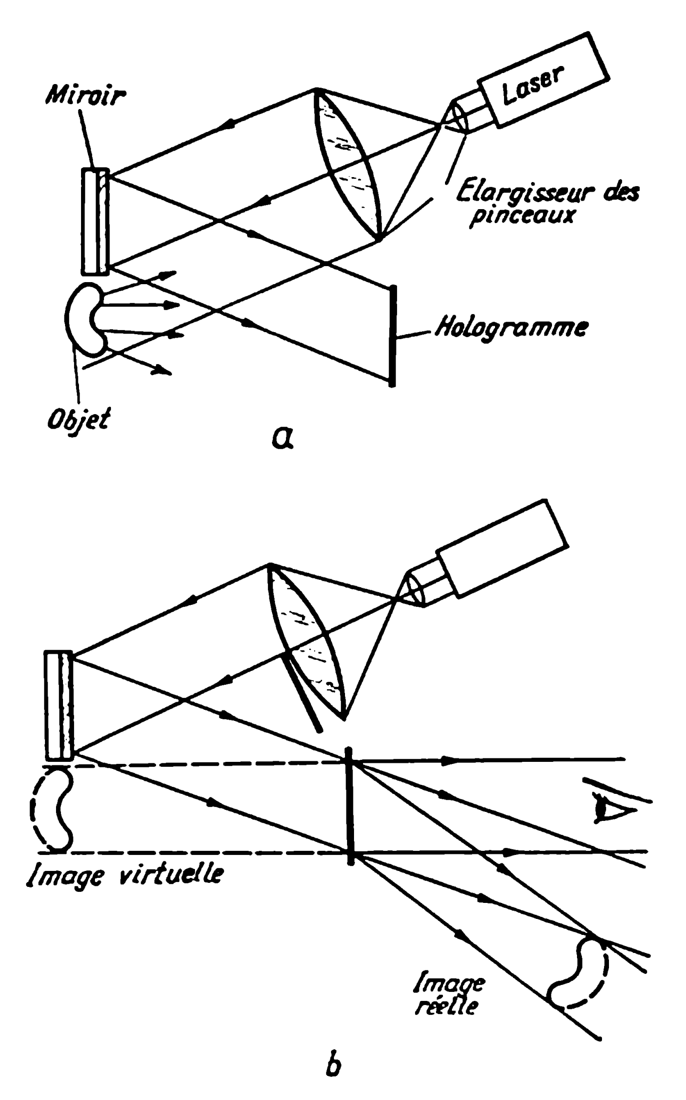


Fig. 6.80. Schéma de production d'un hologramme

Lorsqu'on dirige sur l'hologramme un faisceau laser on obtient une image réelle et une image virtuelle de l'objet

Pour recréer l'onde, on enlève l'objet étudié et on met l'hologramme à la place où se trouvait la plaque photographique lors de la prise de vue. En l'éclairant avec le faisceau lumineux du même laser, on observe à travers l'hologramme l'image de l'objet qui se retrouve au même endroit où se trouvait l'objet. Dans le cas où l'hologramme est orienté différemment par rapport à l'onde de référence, l'image sera déplacée par rapport à la place qu'occupait l'objet. L'image spatiale que l'on observe paraît aussi réelle que

l'objet et son éclairement est le même. L'observateur voit l'objet à travers l'hologramme s'il l'observait à travers un verre fumé. En restant dans les limites de l'hologramme on peut scruter l'objet en modifiant le point de vue, ce qui donne l'illusion d'observer l'objet lui-même. Si les dimensions de l'hologramme sont suffisamment grandes pour regarder avec les deux yeux, l'objet apparaît en relief. Cette image peut être photographiée par les procédés usuels.

En plus de cette image « virtuelle » de l'objet on arrive à en déceler une deuxième — l'image « réelle » (fig. 6.80, *b*) qui peut être photographiée elle aussi, bien qu'il soit difficile de la voir à l'œil nu. L'image « réelle » présente un relief inverse à celui de l'objet; c'est-à-dire tous les creux apparaissent comme des bosses et inversement.

Passons à la théorie de l'effet. Comme l'holographie se base sur la diffraction de la lumière, pour bien comprendre la nature physique du processus d'enregistrement et de rétablissement des fronts d'onde, il est utile de considérer un exemple simple et de l'étudier en termes de la théorie de la diffraction.

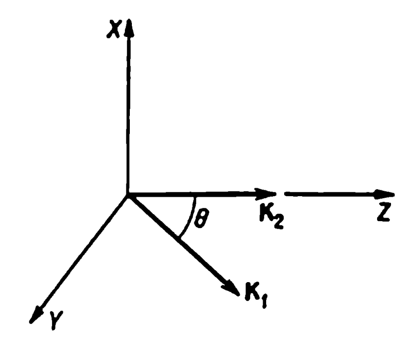


Fig. 6.81. Diagramme servant à l'explication de la formation d'un hologramme Orientations relatives des vecteurs d'onde $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$

Supposons que l'on se propose d'enregistrer puis de reproduire un front d'onde plan, de vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$ perpendiculaire à l'axe X et formant un angle Θ avec l'axe Z (fig. 6.81). Disposons la plaque photographique dans le plan XOY. Dans cette section, la répartition du champ d'une onde plane est donnée par

$$U_1(r) = U_1 e^{i\omega t} e^{-\frac{2\pi i}{\lambda} y \sin\Theta}.$$

Les informations concernant la direction de l'onde, contenues dans la dépendance de la phase avec la coordonnée, disparaissent totalement si on n'enregistre que l'intensité de l'onde et la plaque photographique sera uniformément noircie. On peut conserver l'information relative à la phase de l'onde en ajoutant une onde de référence. Supposons que l'onde de référence $U_2(r)$ est également plane et est dirigée le long de l'axe Z. La répartition d'intensité sur la plaque sera alors de la forme

$$I(x, 0, y) = |U_1(r) + U_2(r)|^2 =$$
$$= |U_1|^2 + |U_2|^2 + 2\operatorname{Re} U_1 U_2^* e^{-\frac{2\pi i}{\lambda} y \sin\Theta} \qquad (6.121)$$

c'est donc un système périodique de franges parallèles à l'axe X de période spatiale $\lambda/\sin\Theta$. Une fois la plaque exposée et développée,

on obtient un réseau de diffraction plan dont la transmission en amplitude obéit à une loi sinusoïdale (dans le cas où la transmission en amplitude est liée à l'éclairement par une loi linéaire, voir (6.124)). C'est justement l'hologramme de l'onde plane initiale. En effet si on éclaire ce réseau harmonique par une onde plane identique à l'onde de référence, on obtiendra (*cf.* § 6.4) deux ondes diffractées planes formant des angles $\pm\Theta_1$ avec l'axe Z. Rappelons que la condition de diffraction pour l'incidence normale

$$d \sin \Theta_1 = m\lambda, \tag{6.122}$$

où m est l'ordre de diffraction, ne peut avoir pour un réseau harmonique que les valeurs $m = \pm 1{,}0$ [*cf.* (6.54)].

Ainsi l'éclairement de l'hologramme par la seule onde de référence fait apparaître aussi bien l'onde de l'objet qu'une onde parasite symétrique de l'onde initiale. L'apparition de cette onde parasite tient à ce que sur les hologrammes ordinaires le sens de l'onde enregistrée n'est pas fixé; l'hologramme ne se trouve pas modifié si cette onde se propage en sens contraire. Les hologrammes spatiaux ne présentent pas ce défaut.

Un champ d'onde quelconque peut être représenté en mathématiques par une somme (en général, une somme intégrale) d'ondes planes de phases et de directions de propagation différentes. Chacune de ces ondes donnera conjointement avec l'onde de référence un réseau de diffraction; la superposition de ces différents réseaux constitue l'hologramme du champ d'onde total. Dans cette description, on a négligé les interférences entre les différentes composantes planes du champ. On ne peut le faire que si l'intensité de l'onde de référence est beaucoup plus grande que celle de l'onde de l'objet, et donc plus grande que l'intensité de n'importe laquelle de ses ondes planes composantes.

On peut utiliser des considérations analogues si au lieu d'un champ plan simple on étudie l'hologramme d'une onde sphérique. Si l'onde de référence présente un front plan, l'hologramme obtenu est une lame zonale de Fresnel sinusoïdale qui, étant éclairée par une onde plane, donne l'image d'un point, donc d'une source d'ondes sphériques (*cf.* § 6.1). En subdivisant un objet quelconque en un ensemble de sources ponctuelles indépendantes, et en appliquant à chacune d'elles les considérations ci-dessus, on arrive à décrire l'hologramme d'un champ quelconque comme une superposition d'une multitude de lames zonales de Fresnel.

De ces considérations générales sur la physique des processus de base, on peut déduire certaines particularités de la méthode holographique. Ainsi, par exemple, toute partie d'un hologramme est capable de reproduire l'image de l'objet tout entier, bien que la qualité de l'image sera d'autant moins bonne que l'aire utilisée sera petite. Cette propriété importante des hologrammes est illustrée

par la fig. 6.82. Si on éclaire une copie négative d'un hologramme par le faisceau initial, on obtient la même image que celle fournie par le positif. On comprend aisément ce résultat puisque les parties sombres (non éclairées) de l'objet ne créent pas l'image, tandis que les figures d'interférence correspondant aux points clairs reproduisent l'image de l'objet, aussi bien à partir de l'hologramme positif que de sa copie négative.

En assimilant l'hologramme à une sorte de réseau de diffraction on arrive à expliquer la spécificité de la méthode originale de reproduction du front de l'onde suggérée par Dénissuk. Dans cette méthode, on utilise des plaques à couches photosensibles de grande épaisseur (plusieurs dizaines de microns). Deux faisceaux se propageant à l'encontre l'un de l'autre (onde de référence et onde de l'objet) forment dans la masse de la couche photosensible une onde stationnaire. A la suite des réactions photochimiques qui se produisent dans l'émulsion sous l'action de la lumière monochromatique et du bain révélateur, il s'y forme une sorte de réseau de diffraction tridimensionnel. On peut donc reproduire l'image en utilisant une source lumineuse à spectre continu puisque le réseau tridimensionnel ne laissera passer que les radiations de même longueur d'onde que celle de la lumière monochromatique qui a été utilisée pour former ce réseau (*cf.* § 6.8). Si le rayonnement initial (onde de référence et celle de l'objet) comporte des ondes de plusieurs longueurs d'onde, il se formera dans la couche photosensible épaisse plusieurs réseaux de diffraction tridimensionnels. En éclairant un tel hologramme avec une lumière blanche on peut obtenir une image en relief et en couleurs.

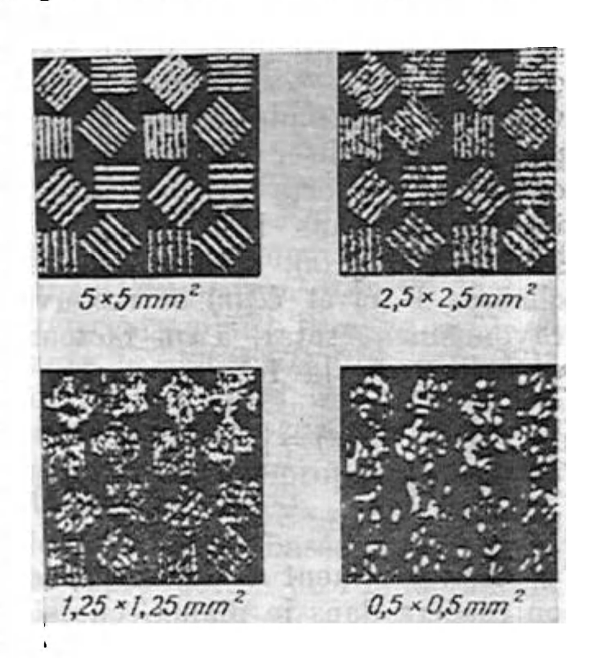


Fig. 6.82. A mesure que les dimensions de l'hologramme diminuent, la qualité de l'image obtenue devient moins bonne

Etudions maintenant le processus holographique en nous plaçant à un autre point de vue. Les considérations que nous allons développer présentent la particularité d'être à la fois rigoureuses et de ne pas faire usage de la théorie de la diffraction qui est une théorie essentiellement approchée. Les développements qui suivent ont ceci de particulier qu'il n'est nullement besoin de connaître les corrélations entre la forme du champ optique dans diverses sections spatia-

les puisqu'on cherche à démontrer qu'il est toujours possible de reproduire le champ optique dans la section même où il avait été enregistré. En prenant pour raison de simplicité le cas d'hologrammes d'amplitude bidimensionnels, nous allons démontrer la possibilité d'enregistrement et de reproduction de la structure d'un champ d'onde monochromatique quelconque. Représentons ce champ par $V(r) = V_0(r)\, e^{i\omega t}$, où $V_0(r)$ est une quantité complexe caractérisant la répartition de l'amplitude et de la phase de l'intensité de champ dans l'espace. Le champ $V(r)$ peut être créé, par exemple, par diffusion d'un rayonnement laser par la surface d'un objet. Pour l'enregistrement (production de l'hologramme) du champ $V(r)$ on doit disposer d'un second champ $U(r) = U_0(r)\, e^{i\omega t}$ dit *champ de référence*. Généralement, on utilise en qualité de champ de référence une onde plane ou une onde sphérique, bien qu'il soit possible d'utiliser un champ diffusé par un autre objet. La seule chose qui importe est que l'intensité de ce champ de référence soit invariable dans le plan où s'effectue l'enregistrement, c.-à-d. $|U_0(r)|^2 \neq f(r)$. L'enregistrement s'effectue dans le plan où les champs $V(r)$ et $U(r)$ se recouvrent. Dans ce plan, l'intensité du rayonnement total, à un facteur, dépendant du choix des unités, près, est de la forme

$$I(r) = |V(r) + U(r)|^2 = |V_0(r)|^2 + |U_0(r)|^2 + \\ + V_0(r)\, U_0^*(r) + V_0^*(r)\, U_0(r). \qquad (6.123)$$

Conformément à la méthode expérimentale exposée ci-dessus on placera dans le plan C choisi une plaque photosensible et on la soumettra à l'action du rayonnement total, après quoi on la développera (*cf.* fig. 6.80, *a*). Il est bien connu que le noircissement est une fonction complexe de la lumination *). On peut choisir une lumination telle que la transmission en amplitude τ soit liée par une loi linéaire à l'éclairement I de la plaque:

$$\tau = \tau_0 - \beta I. \qquad (6.124)$$

Plaçons la plaque développée dans ce même plan et éclairons-la avec le champ de référence $U(r)$ (voir fig. 6.80, *b*). Le champ $V(r)$ n'existe plus et l'expérience a pour objet de le reproduire juste derrière la plaque impressionnée (que l'on admet être optiquement mince). Le champ $U(r)$ est modulé par la répartition du noircissement de la plaque, de sorte que l'amplitude complexe $W(r)$ du champ résultant est de la forme

$$W_0(r) = \tau(r)\, U_0(r). \qquad (6.125)$$

*) La lumination est le produit de l'éclairement par le temps de pose.

En combinant (6.123-6.125) on obtient

$$W_0(r) = U_0(r)\,[\tau_0 - \beta\,|U_0(r)|^2] - U_0(r)\,\beta\,|V_0(r)|^2 - \\ - \beta V_0(r)\,|U_0(r)|^2 - \beta\,[U_0(r)]^2\,V_0^*(r). \quad (6.126)$$

Cela montre que le champ $W(r)$ qui a traversé l'hologramme comporte une série de composantes dont nous retiendrons plus spécialement la troisième $\beta V_0(r)\,|U_0(r)|^2$. Comme $|U_0(r)|^2$ ne dépend pas de la coordonnée r, ce terme décrit la copie de l'onde initiale $V(r)$ qui ne s'en distingue que par le facteur constant $\beta\,|U_0(r)|^2$. Les autres termes de la somme (6.124) caractérisent des champs qui en général nuisent à l'observation du champ qui nous intéresse. On les élimine par différents artifices. La composante $U_0(r)\,[\tau - \beta\,|U_0(r)|^2]$ est la copie du front de référence et se laisse éliminer par un procédé géométrique : si les rayonnements de référence et de l'objet ont des directions de propagation différentes, ils apparaissent derrière l'hologramme et divergeront donc rapidement dans l'espace. Simultanément s'en trouvera éliminée l'onde $\beta\,[U_0(r)]^2 V_0^*(r)$ (qui décrit dans le cas d'une onde de référence plane l'image réelle de l'objet). L'influence de la composante $U_0(r)\,\beta\,|V_0(r)|^2$ sera négligeable si se trouve vérifiée la condition $|V(r)| \ll |U(r)|$, qui est requise pour que soit valable la relation linéaire (6.124). D'ailleurs cette composante est éliminée du fait des sens de propagation différents des ondes de référence et d'objet.

Cette méthode de subdivision des champs et basée sur l'utilisation d'un rayonnement laser pour la reproduction de l'hologramme. Y. Dénissuk a suggéré un autre procédé, plus efficace, d'élimination des composantes du champ diffusé par l'hologramme. Les hologrammes tridimensionnels qu'il élabora ne diffusent efficacement que l'onde de l'objet renfermant l'information et peuvent donc reconstituer l'image sans avoir recours à un laser (il suffit d'utiliser une source de grande brillance et de petites dimensions angulaires). Ce résultat est obtenu grâce aux particularités de la diffraction de la lumière par les structures tridimensionnelles quasi périodiques.

Il résulte de ces considérations que, dans le cas général, l'hologramme se présente comme une structure complexe de taches, dont l'intervalle est de l'ordre de la longueur d'onde. Aussi pour produire des hologrammes on utilise des matériaux photosensibles spéciaux à haute résolution (2000 à 5000 traits par mm ; les plaques ordinaires ont une résolution de 100 traits par mm). L'élaboration de plaques à grains très fins de grande sensibilité est une tâche ardue pour l'industrie des produits photographiques. Certains problèmes que pose l'holographie impliquent que les lasers que l'on utilise satisfassent à certaines exigences spéciales (composition des modes déterminant le degré de cohérence du rayonnement laser) ; notons que ces exigences se retrouvent pour d'autres applications.

Nous n'avons envisagé que les hologrammes d'amplitude. On connaît également des hologrammes de phase qui sont basés non sur la transformation de l'amplitude, mais sur celle de la phase du front de l'onde. De même on peut prendre des hologrammes d'objets transparents (purement de phase) et non seulement d'objets diffusant la lumière. On peut, par exemple, produire un hologramme qui

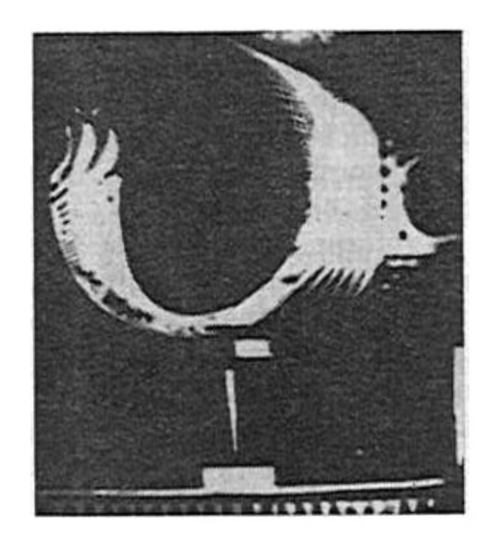


Fig. 6.83. Image que l'on observe lors d'une étude des déformations par le procédé holographique interférentiel



Fig. 6.84. Image obtenue par holographie interférentielle des courants gazeux dans la flamme d'une bougie

focalisera la lumière comme le ferait une lentille. Ces hologrammes sont connus depuis longtemps, bien avant que fut inventée l'holographie puisque c'est encore la lame zonale de Fresnel !

L'holographie trouve de nombreuses applications. Ainsi on peut faire interférer une onde diffusée à un instant donné par l'objet avec l'onde qu'il a diffusée à l'instant précédent. Pour cela lors de la reconstitution, on ne doit pas enlever l'objet à l'étude, ce qui permet d'observer l'interférence de l'onde reconstituée et de l'onde diffusée. Si l'objet a varié, (il aurait par exemple subi des déformations), son image sera striée de franges d'interférence ; d'après la forme de ces franges on pourra évaluer les changements qu'a subi l'objet. Le grand intérêt de ce procédé d'étude des déformations réside en ce que toutes les sources d'erreurs dues à la forme de l'objet, au caractère diffus de la réflexion, etc., n'interviennent pas puisqu'elles affectent également les deux ondes qui interfèrent. Dans ce procédé, on doit veiller à ce que l'hologramme vienne prendre exactement la place de la plaque photographique. Aussi est-il plus simple de photographier sur une même plaque l'objet dans ses deux états

et de reconstituer le front de l'onde par le procédé normal. Il faut alors veiller à ce qu'entre les deux prises de vue la plaque ne bouge pas. La fig. 6.83 reproduit une photographie illustrant ce procédé d'étude des déformations; la fig. 6.84 montre la variation de l'indice de réfraction d'un milieu, provoquée par les courants gazeux dans la flamme d'une bougie.

Au cours de ces dernières années les applications des procédés holographiques ont connu de grands développements. Au nombre des plus intéressants on doit citer le filtrage spatial des signaux, l'identification des figures, l'étude holographique du champ acoustique, etc. Des recherches importantes sont menées en vue de réaliser le cinéma et la télévision holographiques, bien que la production d'hologrammes dynamiques soit une tâche bien ardue. En spectroscopie, on commence à utiliser des réseaux de diffraction holographiques.

CHAPITRE VII

EXPÉRIENCES OPTIQUES AVEC DES CORPS EN MOUVEMENT

Dans ce chapitre, clôturant l'exposé des fondements de la théorie électromagnétique de la lumière, on étudie principalement les expériences classiques de Fizeau et de Michelson effectuées à la fin du XIXe siècle et maintes fois reprises au XXe siècle. Ces expériences avaient pour objet d'établir l'existence d'un « mouvement absolu », c'est-à-dire le mouvement des corps par rapport à un certain milieu jouant le rôle de système de référence. Le résultat négatif des expériences de Michelson a été formulé par A. Einstein sous la forme d'un postulat de base de la théorie de relativité restreinte; dans ce chapitre on décrit les bases expérimentales de cette théorie fondamentale.

La théorie elle-même est présentée très brièvement, étant donné qu'elle est développée dans nombre de monographies et de cours bien connus. Quant à l'interprétation des différents phénomènes optiques à l'aide de la théorie de la relativité, cet aspect est développé plus exhaustivement. C'est ainsi que l'effet Doppler mentionné dans le chapitre précédent est étudié quantitativement.

§ 7.1. Bases expérimentales de la théorie de la relativité restreinte

La théorie électromagnétique de la lumière, développée par Maxwell et les physiciens qui lui succédèrent, est une théorie conséquente fondée sur les conceptions de la physique classique. Elle unit la mécanique classique à l'électrodynamique qui embrasse la théorie des processus optiques et électriques. On sait que la mécanique se base sur les lois de Newton, et l'électrodynamique sur les lois de Maxwell. Pour procéder à l'étude de l'optique des corps en mouvement, on doit commencer par établir l'influence qu'exerce un mouvement linéaire et uniforme du milieu, où évoluent les processus physiques, sur la description de ces processus en termes des équations de Newton et de Maxwell. Autrement dit, on doit préciser si deux systèmes à inertie sont équivalents lorsqu'on décrit les phénomènes optiques dans le cadre de la physique classique.

Rappelons la situation qui prévaut en mécanique classique. Considérons deux systèmes XYZ et $X'Y'Z'$; le mouvement linéaire et uniforme d'un système par rapport à l'autre se produit le long de l'axe X dont la direction est confondue avec celle de l'axe X' (fig. 7.1).

Pour ces deux systèmes à inertie se trouvent vérifiées les corrélations évidentes entre les coordonnées connues sous le nom de *transformations de Galilée*:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (7.1)$$

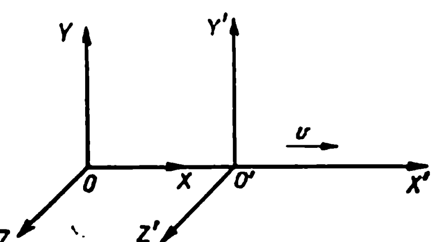


Fig. 7.1. Deux systèmes à inertie se déplaçant l'un par rapport à l'autre à la vitesse **v**

Introduisons également la condition $t' = t$, bien qu'en mécanique classique il n'ait jamais été question d'un changement de l'échelle du temps lors du passage d'un système à inertie à un autre.

En différentiant (7.1) par rapport à t, on a

$$\dot{x}' = \dot{x} - v, \quad \dot{y}' = \dot{y}, \quad \dot{z}' = \dot{z}. \quad (7.2)$$

Ce résultat exprime la corrélation entre les vitesses de mouvement dans les deux systèmes de référence et porte en mécanique classique le nom de *théorème d'addition des vitesses.*

Une deuxième différentiation par rapport au temps des transformations de Galilée conduit à un résultat permettant de tirer des conclusions importantes sur les lois de la dynamique dans deux systèmes à inertie: $\ddot{x}' = \ddot{x}$, $\ddot{y}' = \ddot{y}$; $\ddot{z}' = \ddot{z}$; on en tire

$$m\ddot{x}' = m\ddot{x}, \quad m\ddot{y}' = m\ddot{y}, \quad m\ddot{z}' = m\ddot{z}. \quad (7.3)$$

Or les expressions des forces dans deux systèmes à inertie doivent être identiques puisqu'elles ne dépendent que des distances et des vitesses relatives:

$$f'_x = f_x, \quad f'_y = f_y, \quad f'_z = f_z. \quad (7.3a)$$

Les égalités (7.3) et (7.3a) signifient que les équations de Newton sont vérifiées pour les deux systèmes, ou comme on le dit généralement les équations de la mécanique classique sont invariantes par rapport aux transformations de Galilée. C'est le *principe mécanique de la relativité du mouvement*, formulé par Galilée, qui avait précisé qu'aucune expérience mécanique ne permettrait de déterminer lequel des deux systèmes en mouvement rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre est immobile et lequel est en mouvement. Le principe mécanique de la relativité du mouvement est une généralisation de toute l'expérience accumulée et se trouve confirmé

par toutes les applications des lois de la mécanique au mouvement des corps dont la vitesse est négligeable devant celle de la lumière.

Nous laisserons de côté les questions relatives à la mécanique des grandes vitesses pour aborder les expériences optiques concernant les corps en mouvement avec $v \ll c$. On voit apparaître aussitôt des problèmes compliqués que l'on ne saurait comprendre qu'en précisant les conceptions physiques de la fin du XIXe siècle.

Les équations de Maxwell étaient conformes aux résultats d'études expérimentales portant sur des corps immobiles. Il résultait de ces équations que la vitesse de la lumière dans le vide était une quantité constante égale à la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu pour lequel $\varepsilon = \mu = 1$. On postulait que les équations de Maxwell étaient indubitablement vérifiées si on utilisait en qualité de système de référence l'éther universel, porteur de la lumière et remplissant la totalité de l'espace. Notons que la théorie électromagnétique de la lumière qui détrôna la théorie élastique des ondulations, basée sur différentes propriétés concrètes attribuées à l'éther, ne leva pas le problème de l'existence de ce dernier. D'après Maxwell lui-même, les ondes électromagnétiques devaient se propager dans l'éther. Vers le début du XXe siècle la notion d'éther a subi des transformations essentielles. A la place d'un milieu solide et élastique doué des propriétés exotiques, que l'on avait dû leur attribuer pour pouvoir établir les principales formules de l'optique ondulatoire (les formules de Fresnel, par exemple), on trouvait maintenant un milieu abstrait qui ne jouait plus que le rôle d'un système de référence où les équations de Maxwell étaient vérifiées.

Mais on se heurta aussitôt à des difficultés dès que l'on chercha à écrire les équations d'électrodynamique pour des corps en mouvement. En fait on devait considérer deux problèmes:

1° quelle serait dans un système de référence immobile (éther) la forme des équations caractérisant les phénomènes électromagnétiques évoluant dans des corps en mouvement;

2° quelle serait la forme des équations dans un système de référence en mouvement par rapport à l'éther.

On se penchait donc sur la question du passage d'un système à inertie à un autre. Il était clair que les équations de l'électrodynamique (à la différence des équations de Newton) devaient changer de forme lorsqu'on les soumettait aux transformations de Galilée. Ce résultat était interprété comme preuve de ce que le principe de relativité de Galilée était inapplicable aux phénomènes électriques et optiques. Selon les conceptions de l'électrodynamique de la fin du XIXe siècle, les différents systèmes à inertie ne sauraient être équivalents et il n'existerait qu'un système de référence lié à l'éther universel. Ce sont ces conceptions qui déterminèrent la réalisation de différentes expériences ayant pour objet de mettre en évidence

un « mouvement absolu », c'est-à-dire le mouvement des instruments à l'aide desquels on mesurait ces effets, ou celui de tout le laboratoire par rapport au système de référence choisi qu'était l'éther universel.

La théorie de la propagation des ondes électromagnétiques était établie en partant de deux conceptions contraires:

1° l'éther est entraîné par les corps en mouvement. Sur cette idée était basée l'électrodynamique développée par Hertz;

2° l'éther reste immobile lorsque des corps s'y déplacent. C'est la base de la théorie de Lorentz.

Pour trancher la question à savoir laquelle des deux théories est la bonne, il fallait recourir aux expériences. De toute la multitude d'expériences entreprises pour surmonter le problème, nous ne

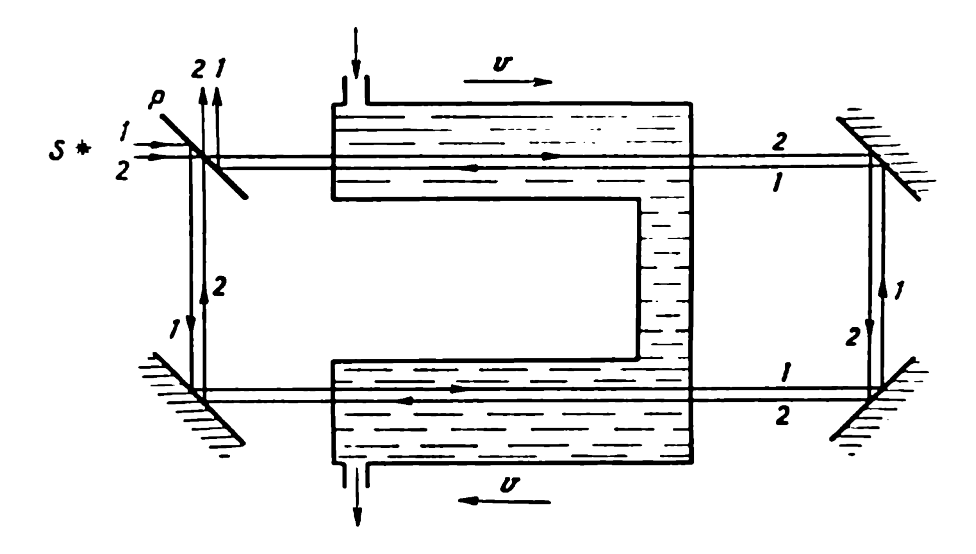


Fig. 7.2. **Schéma de l'expérience de Fizeau de détermination du coefficient d'entraînement**

retiendrons que deux dont l'analyse critique conduit à des conclusions également contraires aux deux théories, celle de Hertz et celle de Lorentz. Ce mode d'exposé réfléchit, dans une certaine mesure, le processus de formation des idées et d'accumulation de données expérimentales qui aboutirent à la relativité restreinte.

Examinons d'abord l'expérience plus simple de Fizeau. Le schéma de principe de l'expérience est représenté fig. 7.2. Un rayon lumineux issu de la source S est dédoublé à l'aide d'une lame semi-transparente P. De ce fait la lumière se propage à l'intérieur du dispositif aussi bien à l'encontre du courant d'eau (rayon *1*) que suivant celui-ci (rayon *2*). Après un second passage à travers la lame P, les rayons *1* et *2* se rejoignent et peuvent interférer entre eux.

Si l'éther était entraîné en totalité par l'eau, la vitesse de la lumière par rapport à l'eau $c_1 = c/n$ devait être la même pour les

rayons *1* et *2*. Si on mesurait la vitesse de la lumière par rapport aux miroirs immobiles de l'interféromètre (mesures dans un système immobile par rapport à l'installation) on devrait obtenir deux vitesses différentes pour les rayons *1* et *2*: la vitesse $c_1 + v$ pour le rayon *2* et la vitesse $c_1 - v$ pour le rayon *1* (v est la vitesse constante d'écoulement de l'eau).

Il est évident que dans l'eau immobile ($v = 0$) la vitesse de la lumière mesurée par rapport aux miroirs fixes est la même pour les deux rayons. On peut donc comparer les positions des franges d'interférence à la sortie de l'appareil qui apparaissent lorsque l'eau est immobile ou qu'elle est en mouvement; on peut en inférer que l'éther est entraîné ou qu'il ne l'est pas par l'écoulement de l'eau.

Le déplacement des franges d'interférence que l'on pouvait s'attendre à observer devait être égal au rapport de Δt — temps de retard d'une onde par rapport à l'autre — à la période totale des vibrations T. En désignant par $2l$ le chemin que parcourent les rayons *1* et *2* dans l'eau en mouvement (ou immobile), le rapport $\Delta t/T$ est donné par l'expression

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{T}\left(\frac{2l}{c_1 - v} - \frac{2l}{c_1 + v}\right). \tag{7.4}$$

Estimons la valeur de $\Delta\varphi = \Delta t/T$ en négligeant les termes en $(v/c)^2$, ce qui revient à ne retenir que l'effet du premier ordre par rapport à $\beta = v/c$:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} = \frac{c}{\lambda}\frac{4lv}{c_1^2 - v^2} \approx \frac{c}{\lambda}\frac{4lv}{c_1^2} = \frac{4ln^2}{\lambda}\frac{v}{c} = \frac{4ln^2}{\lambda}\beta. \tag{7.5}$$

On a effectivement observé dans l'expérience de Fizeau un déplacement des franges d'interférence lorsqu'on passait des mesures avec l'eau immobile à celles avec l'eau courante, mais la valeur de ce déplacement était environ deux fois plus petite que la valeur calculée par la formule (7.5). Ces résultats ont été maintes fois vérifiés aussi bien par Fizeau que par d'autres chercheurs, mais le résultat demeurait le même: la vitesse v_1 qui se laissait déceler était plus petite que la vitesse v d'écoulement de l'eau. Si on désigne v_1 par αv, le *coefficient d'entraînement* α est égal à 1/2 environ. Les mesures les plus précises de Michelson et Morley (1886) ont fourni la valeur $\alpha = 0{,}43 \pm 0{,}02$, ce qui satisfaisait à la corrélation:

$$\alpha = 1 - 1/n^2, \tag{7.6}$$

n étant l'indice de réfraction de l'eau.

Notons que ce résultat avait été prévu par Fresnel. L'expérience de Fizeau avait été initialement imaginée pour vérifier cette égalité. Sommerfeld qualifia la prévision de Fresnel d'intuition géniale. Nous dirons que dans ce cas on trouve encore une confirmation du niveau de développement très élevé qu'atteignit dans la première moitié du XIX[e] siècle la théorie ondulatoire élastique dans les

travaux de Fresnel, Fraunhofer, Young et d'autres physiciens de l'époque.

La théorie électromagnétique de Maxwell a permis, par des procédés beaucoup plus simples, de lever les contradictions internes qui affectaient l'ancienne théorie élastique et d'établir les corrélations fondamentales que nous avons étudiées dans les chapitres précédents. Mais pour justifier la corrélation $\alpha = 1 - 1/n^2$ il fallut développer la théorie électromagnétique. Nous reprendrons au § 7.2 l'interprétation de l'expérience de Fizeau dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte, pour l'instant nous examinerons les conséquences que l'on peut en tirer dans le cadre de la physique classique sur laquelle étaient fondées les théories en concurrence à la fin du XIX[e] siècle.

Il est évident que la théorie de Hertz qui postulait l'entraînement complet de l'éther par les corps en mouvement ne pouvait être confirmée par l'expérience. On devait donc chercher à vérifier la théorie de Lorentz qui, elle, postulait l'existence d'un éther universel immobile, au sein duquel se déplacent les corps à l'étude. Du plus haut intérêt pouvait être l'étude des milieux d'indice de réfraction $n = 1$ (air, vide) puisqu'alors le coefficient d'entraînement $\alpha = 1 - 1/n^2 = 0$, ce qui ouvrait la voie à la mise en évidence du « mouvement absolu »; cela aurait impliqué que l'éther universel pourrait être utilisé en qualité de système de référence unique pour toutes les mesures optiques et électriques. L'expérience conçue pour vérifier cette idée, qui joua un rôle extraordinaire pour le développement des idées en physique, a été réalisée en 1881 par Michelson et répétée à de nombreuses reprises au XX[e] siècle avec une précision des mesures toujours croissante (jusqu'en 1964).

L'*expérience de Michelson* est une expérience de haute précision où l'on tient compte d'effets de second ordre, donc des termes en $\beta^2 = (v/c)^2$. Examinons les résultats que l'on peut espérer dans cette approximation en admettant que le mouvement de la Terre sur une partie de son orbite peut être assimilé à un mouvement linéaire et uniforme. Nous poserons égal à un l'indice de réfraction de l'air.

L'interféromètre de Michelson dont la structure a été décrite au § 5.8 est disposé de telle façon que l'un de ses bras, le bras AM, par exemple, est disposé le long de la vitesse $\mathbf{v}$ du mouvement orbital de la Terre (fig. 7.3). Le bras AM' est perpendiculaire à cette direction. Calculons les temps t_1 et t_2 de parcours du chemin $AM + MA$ et du chemin $AM' + M'A$ par la lumière. Il est clair que leur différence $\Delta t = t_1 - t_2$ rapportée à la période T des vibrations déterminera le déplacement des franges d'interférence dû au mouvement orbital de la Terre.

Le calcul du temps t_1 est tout simple

$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{1-\beta^2}. \qquad (7.7)$$

Pour calculer t_2 on remarquera que durant le temps $t_{AM'}$ de parcours du chemin AM', le miroir A se déplacera parallèlement

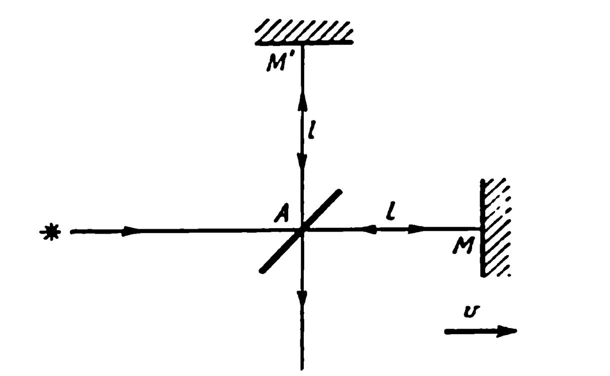


Fig. 7.3. Schéma de l'expérience de Michelson conçue pour déceler l'existence d'un mouvement absolu

Fig. 7.4. Construction servant à la définition de t_2 dans l'expérience de Michelson

à lui-même d'une distance $vt_{AM'}$. L'allongement résultant du parcours ressort de la fig. 7.4 :

$$t_{AM'}=\frac{\sqrt{l^2+(vt_{AM'})^2}}{c},\quad \text{soit}\quad t_{AM'}=\frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_2=2t_{AM'}=\frac{2l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.8}$$

La différence $\Delta t = t_1 - t_2$ est donc égale à

$$\Delta t=\frac{2l}{c}\left(\frac{1}{1-\beta^2}-\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)\approx\frac{l}{c}\,\beta^2. \tag{7.9}$$

On notera que dans cette expérience on mesure le déplacement des franges d'interférence résultant de la rotation de l'interféromètre d'un angle $\pi/2$ par rapport à la position indiquée fig. 7.3. Par suite, pour évaluer le déplacement $\Delta\varphi$ on peut partir de la valeur double de Δt calculée par la formule (7.9)

$$\Delta\varphi=\frac{2\Delta t}{T}=\frac{2l}{\lambda}\,\beta^2. \tag{7.10}$$

Dans les premières expériences de Michelson (1881) la longueur l du chemin parcouru par la lumière dans l'interféromètre était de 1 m environ et le déplacement des franges calculé à l'aide de la formule (7.10) était de 0,04 de la largeur d'une frange (la vitesse orbitale de la Terre $v = 30$ km/s, ce qui donne $\beta = v/c \sim 10^{-4}$ et $\beta^2 \sim 10^{-8}$). La précision des mesures était du même ordre de grandeur, de sorte que l'expérience n'était réalisable qu'à la limite de la précision. En 1886 Michelson et Morley ont notablement

perfectionné l'expérience. A l'aide de multiples réflexions la longueur l de parcours de la lumière à été portée à 11 m ; d'autre part, pour réduire les vibrations et faciliter la rotation de l'équipement de 90°, l'interféromètre était disposé sur une dalle de granit flottant sur un bain de mercure. Le déplacement $\Delta\varphi$ prévu était de 0,4 de la largeur d'une frange. Or, le déplacement maximal observé n'était que de 0,02 (le déplacement moyen étant inférieur à 0,01 frange) *).

Les résultats de cette expérience cruciale ont été vérifiés par de nombreux chercheurs. Dans les expériences de Joos (1930) toute l'installation avait été suspendue à l'aide de supports élastiques, et la longueur de cheminement de la lumière a été portée à 21 m. La précision des mesures avait été estimée à 0,001 frange. Une précision presque égale avait été atteinte dans les expériences de Kennedy (1926) et d'autres. Toutes ces expériences démontrèrent qu'il n'y avait pas de déplacement des franges, le cas où on l'observait (Miller, 1925) était sûrement dû à des erreurs expérimentales.

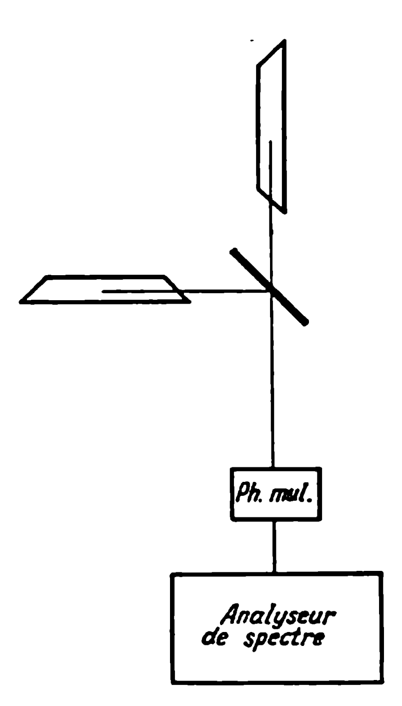


Fig. 7.5. Schéma du montage à lasers utilisé pour vérifier les résultats de l'expérience de Michelson

Actuellement, on dispose des données extrêmement précises de Javan, Tawns et all. qui en 1964 ont cherché à déceler la variation éventuelle de la fréquence d'un signal résultant de la rotation de 90° d'une installation de deux lasers à gaz disposés suivant deux directions rectangulaires (fig. 7.5).

L'effet de second ordre en β^2 prévu était de 3 MHz, les erreurs des mesures ne dépassant pas quelques Hz. On avait calculé que la précision de ces mesures était 45 fois meilleure que dans les expériences de Joos. Il en résulte que la vitesse du « vent d'éther » prévue par la théorie de Lorentz et résultant du déplacement de la Terre par rapport à l'éther universel immobile, ne saurait être supérieure à 30 m/s (la vitesse orbitale de la Terre étant de 30 km/s). On peut donc considérer que le résultat négatif de l'expérience de Michelson est confirmé avec une précision excluant toute reconsidération de la question.

*) Ces données proviennent d'une lettre adressée par Michelson à Rayleigh où il affirmait que son expérience était négative. Ces données ainsi que bien d'autres sont rassemblées dans un recueil consacré au 50e anniversaire de la théorie de la relativité restreinte (voir Ouspekhi Fiz. Naouk, 1965, 86, p. 421).

Le résultat négatif des expériences de Michelson embrouilla encore plus la solution du problème posé dans le cadre des conceptions qui l'avaient fait surgir. La théorie de Lorentz n'a pas été confirmée par l'expérience. On pouvait bien supposer que l'éther universel était entraîné en totalité par l'atmosphère terrestre lors du mouvement orbital de la Terre, mais cette hypothèse (théorie de Hertz) était contredite par les résultats de l'expérience plus simple de Fizeau (effet du premier ordre) ainsi que par d'autres phénomènes d'optique, tels que l'effet d'aberration stellaire (*cf.* § 7.3) que nous n'examinerons pas ici.

Lorentz a bien essayé de trouver une interprétation des résultats négatifs des expériences de Michelson et de sauver l'idée de « mouvement absolu » dans un éther universel immobile; il supposa pour cela un effet de contraction des corps le long de la direction de leur déplacement (cette même hypothèse avait été avancée par Fitzgerald). Il établit une équation décrivant la contraction de la longueur des corps en mouvement rectiligne et uniforme, que l'on appelle la transformation de Lorentz; par rapport à cette transformation les équations d'électrodynamique dans le vide étaient invariantes. Cependant la nature physique de l'hypothèse de base n'étant pas claire, on ne pouvait adopter la théorie de Lorentz comme base d'interprétation de tous les résultats de mesure des propriétés optiques et électriques des corps en mouvement.

Il fallait trouver une solution physique cardinale du problème tout entier; cette solution fut trouvée en 1905 par A. Einstein dans le cadre de la *théorie de la relativité restreinte.*

§ 7.2. Les postulats d'Einstein et leurs corollaires

Une analyse critique des conceptions de l'espace et du temps, basée sur une étude approfondie de toutes les données théoriques et expérimentales dont on disposait au début du XXe siècle, a conduit Einstein à établir une théorie qui couronnait de façon logique toute la physique classique. Il généralisa ses conceptions en deux postulats que l'on peut considérer comme les fondements de la théorie de la relativité restreinte.

Le *premier postulat* est un développement du principe mécanique de la relativité; il affirme qu'*aucune expérience physique* (c'est-à-dire l'utilisation de phénomènes aussi bien mécaniques qu'optiques et électriques) *ne peut permettre de déterminer lequel des deux systèmes à inertie se trouve au repos et lequel est en mouvement.* On postule donc l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu du corps, quel que soit le système de référence, y compris l'hypothétique éther universel.

Le *deuxième postulat* affirme qu'*il existe une vitesse maximale limite de propagation de toute interaction, qui est égale à la vitesse c de la lumière dans le vide.* Selon le principe de relativité cette vitesse

est la même dans tous les systèmes à inertie et ne dépend ni de la longueur d'onde, ni de l'intensité, ni des vitesses relatives des déplacements de la source et du récepteur de lumière. Cela signifie que l'on répudie le théorème d'addition des vitesses de la mécanique classique ainsi que les diverses constructions qui avaient été avancées pour interpréter le résultat négatif des expériences de Michelson et Morley.

Pour mieux faire voir le sens profond de ces postulats, nous ferons les remarques suivantes, qui nous permettront en même temps de cerner les questions traitées.

On doit remarquer que la théorie de la relativité restreinte, basée sur ces postulats, ne décrit que les systèmes de référence à inertie. On peut bien sûr considérer dans un tel système le mouvement accéléré d'un point [*cf.* formules (7.28) et suivantes de la mécanique relativiste], bien que l'étude du mouvement de translation accéléré fasse partie des problèmes de la théorie générale de la relativité qui a été développée par Einstein après 1916. Aussi est-il parfaitement illusoire d'essayer d'appliquer les formules de la théorie restreinte pour expliquer toutes sortes de paradoxes liés, par exemple, au mouvement des fusées cosmiques lancées de la Terre et y revenant après un vol cosmique (chose que l'on fait parfois dans les publications dites de vulgarisation scientifique). Il faut tenir compte de ce que le départ et l'atterrissage s'effectuent avec des accélérations tellement grandes, qu'il est illégitime d'utiliser l'appareil de la théorie restreinte [*cf.* (7.20) à (7.24)].

La rotation de la Terre n'est pas un mouvement à inertie, aussi peut-on le déceler aussi bien par un procédé mécanique (pendule de Foucault) que par des expériences optiques de haute précision; ces expériences optiques n'ont rien à voir avec les expériences de Michelson-Morley, qui avaient pour but d'essayer de mettre en évidence le mouvement absolu d'un système à inertie, auquel on peut assimiler la Terre effectuant son mouvement orbital.

La fig. 7.6 représente le schéma du ***montage expérimental de Sagnac*** destiné à démontrer qu'il est possible de mesurer la vitesse angulaire de rotation d'un système quelconque. Un disque sur lequel se trouvent fixés trois miroirs et une lame semi-transparente (diviseur des faisceaux lumineux) ainsi qu'une source de lumière S et une plaque photographique (servant à enregistrer les figures d'interférence) était mis en rotation autour d'un axe O à une vitesse angulaire Ω. Un rayon dont le sens de parcours coïncide avec le sens de rotation doit donc parcourir un trajet plus long qu'un rayon se propageant en sens inverse. Lorsque le système est mis en rotation on voit apparaître une différence de marche entre les faisceaux qui interfèrent; elle est proportionnelle à Ω. Lorsque le système est mis en rotation ou que l'on change le sens de celle-ci, la figure d'interférence se déplace et ce déplacement peut être mesuré.

Il est facile à calculer, il vaut

$$\Delta z = \frac{4Q\Omega}{c\lambda}, \qquad (7.11)$$

Q est l'aire du contour embrassé par le rayon lumineux (dans le cas considéré c'est l'aire du carré).

Pour établir la formule (7.11) on peut admettre que la variation $\Delta\nu$ de la fréquence de la lumière résultant de la rotation est donnée par la formule $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L}$, ΔL étant la variation de la longueur de parcours produite par la rotation du système. Après quelques transformations simples on aboutit à la formule (7.11) *). On doit remarquer que bien que les calculs (dans l'approximation $v \ll c$, où v est

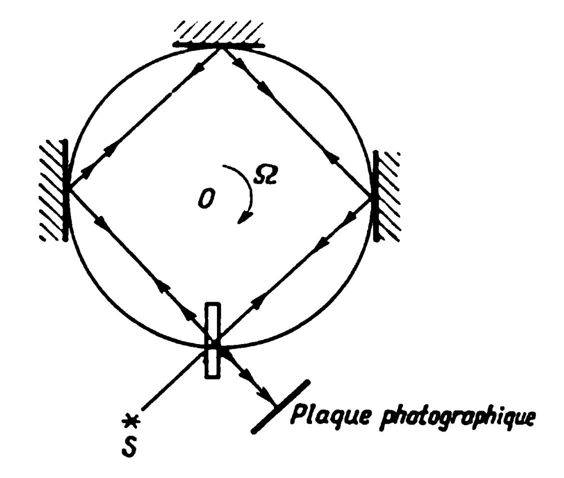


Fig. 7.6. Schéma de l'expérience de Sagnac

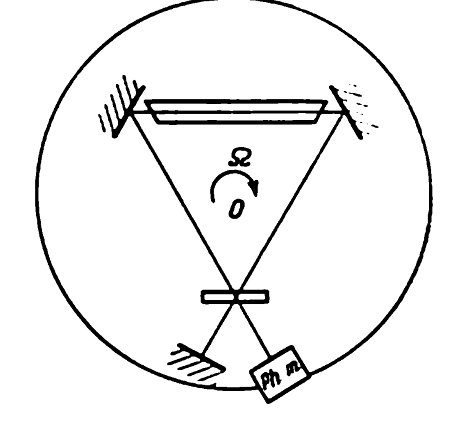


Fig. 7.7. Schéma de l'expérience de Sagnac avec laser

la vitesse des points à la périphérie du disque égale à $r\Omega$) soient effectués dans le cadre de la physique classique (c.-à-d. non relativiste), ils cadrent bien avec l'expérience.

Cette expérience a été perfectionnée par Michelson et Heyl, qui en 1925 réussirent à mesurer la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Ils trouvèrent la valeur suivante $\Delta z = 0{,}230 \pm 0{,}05$ frange (moyenne de 269 mesures); pour arriver à ce résultat « ils ont été obligés de faire passer la lumière dans une conduite circulaire évacuée, de un pied de diamètre, d'une longueur de près de un mille, qui avait été enterrée ». Ce n'est que dans ces conditions peu communes qu'il a été possible de mesurer la vitesse angulaire de rotation de la Terre puisque dans l'air avec un trajet aussi long la figure d'interférence était absolument instable.

*) Les différents procédés utilisés pour établir la formule de l'expérience de Sagnac sont décrits dans l'étude de V. Privalov et S. Fridrikhov (Ouspekhi Fiz. Naouk, 1969, 97, p. 377). On trouve la formule (7.11) dans Sommerfeld, *Optik*, § 15.

Actuellement pour effectuer des expériences analogues, on utilise le rayonnement d'un laser à gaz, monté dans l'une des branches de l'interféromètre de Sagnac (*laser annulaire*) ; on mesure la vitesse de variation de la figure d'interférence (autrement dit, le signal résultant du battement de la différence des fréquences, voir § 7.3) en fonction de la vitesse de rotation du système (fig. 7.7). En général, l'installation est suffisamment compacte pour être disposée en laboratoire et la précision des mesures est grande. On utilise des systèmes semblables dans les gyroscopes à laser, permettant de mesurer avec précision la projection de la vitesse angulaire de la rotation de la Terre et de déterminer ainsi la latitude géographique d'un point donné. Ces mesures sont fort délicates car elles s'accompagnent d'effets secondaires (liés à l'interaction de deux ondes se propageant en sens inverses) qui affectent les résultats pour de faibles vitesses de rotation du système. Citons à titre d'exemple l'*effet* dit *d'entraînement* qui donne lieu à une incurvation de la courbe expérimentale (fig. 7.8), rendant difficile la mesure des petites vitesses angulaires. L'utilisation des lasers annulaires présente un intérêt supplémentaire en ce qu'on peut observer dans ce cas une génération de lumière à ondes progressives, tandis que dans les lasers ordinaires où la cavité résonnante est formée par deux miroirs se faisant face, il n'y apparaît qu'une onde stationnaire, et seule une petite fraction de son énergie peut sortir par les miroirs semi-transparents de la cavité.

Considérons maintenant le deuxième postulat. L'invariance et la valeur finie de la vitesse de la lumière dans le vide interdisent la transmission instantanée d'un signal qu'impliquaient toutes les théories d'action à distance, celle de Newton y compris. Par suite il devient indispensable de synchroniser par un procédé quelconque les horloges placées dans deux systèmes à inertie, en mouvement relatif. Le grand mérite d'Einstein a été d'avoir analysé en détail les concepts de *simultanéité* dans deux systèmes. Il a démontré que si on définissait un *temps local* dans l'un des deux systèmes, le postulat de l'invariabilité de la vitesse de la lumière impliquait que ce temps serait différent du temps local du deuxième système à inertie. On devait remplacer l'égalité $t = t'$ évidente en mécanique classique par une corrélation plus compliquée.

Pour mieux faire comprendre ces assertions fondamentales, examinons le paradoxe apparent, basé sur une utilisation erronée de l'égalité $t = t'$. Considérons deux systèmes à inertie X, Y, Z et X', Y', Z' qui coïncidaient à un instant initial, mais qui par la suite se sont écartés l'un de l'autre d'un intervalle vt (fig. 7.9). Si on avait créé à l'instant $t = 0$ dans le centre commun de système ($O = O'$) une onde sphérique se propageant dans toutes les directions à la vitesse c, au bout d'un temps t on devrait observer deux ondes sphériques de centres O et O'.

Ce raisonnement est erroné parce qu'il ne tient pas compte de la nécessité de synchroniser les horloges des deux systèmes. Comme nous venons de le dire $t \neq t'$, de sorte qu'expérimentalement on n'observera qu'une seule onde sphérique. Il est évident qu'afin que l'onde

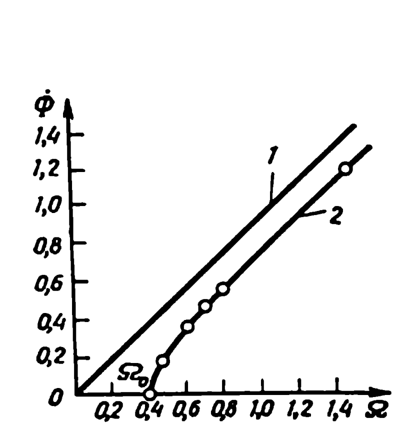


Fig. 7.8. Courbes théorique (*1*) et expérimentale (*2*) de la variation des fréquences de battement Φ d'un gyroscope à laser en fonction de la vitesse angulaire Ω du système

Fig. 7.9. Dessin illustrant la question de la synchronisation des horloges dans deux systèmes à inertie

reste sphérique lorsqu'on passe d'un système à l'autre, doivent être vérifiées les égalités:

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2 \quad \text{(système } X,\ Y,\ Z,\ t\text{)},$$
$$x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2 \quad \text{(système } X',\ Y',\ Z',\ t'\text{)}. \qquad (7.12)$$

Il est évident que

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0. \qquad (7.13)$$

La quantité $\sqrt{x^2+y^2+z^2-c^2t^2}$ est désignée sous le nom d'*intervalle*. Elle joue un rôle de premier plan dans la théorie de la relativité restreinte. On démontre aisément *) que si l'on suppose l'espace homogène et isotrope, on peut écrire, pour tout événement caractérisé dans l'un des systèmes par les coordonnées x, y, z et le temps t et dans l'autre système par x', y', z' et t', la corrélation suivante

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2. \qquad (7.14)$$

Il s'ensuit que l'intervalle est invariant lorsqu'on passe d'un système à l'autre. Ainsi se définit le corollaire le plus important

*) Voir: L. Landau, E. Lifchitz, *Théorie des champs*, Editions Mir; J. Jackson, *Classical Electrodynamics*, New York, 1962.

des postulats d'Einstein, selon lequel l'espace et le temps sont intercorrélés et forment le système *espace-temps à quatre dimensions.*

La propriété d'invariance de l'intervalle lors du passage d'un système à un autre peut être utilisée pour établir des formules reliant les coordonnées et le temps dans un système à inertie aux coordonnées et au temps dans un autre système à inertie. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné ces corrélations avaient été établies par Lorentz pour rendre invariantes les équations de Maxwell. En théorie de la relativité restreinte ces équations découlent directement des postulats que nous avons énoncés, tandis que la contraction des corps suivant la direction de leur mouvement et la variation des intervalles de temps résultent des transformations elles-mêmes. Ainsi se dégage toute l'importance de la découverte d'Einstein : à l'aide d'une analyse profonde des prémisses de base, il rassembla des observations et des hypothèses fragmentaires et contradictoires en une théorie conséquente d'une importance capitale.

Revenons-en à nos deux systèmes à inertie (voir fig. 7.1) dont la vitesse relative v est dirigée suivant OX $(O'X')$. A l'instant initial $(t = 0,\ t' = 0)$ les points O et O' sont confondus. Pour les coordonnées y et z, la transformation est simple puisqu'il n'y a pas de mouvement relatif le long de OY et OZ ; on a tout simplement

$$y' = y, \qquad z' = z. \tag{7.15}$$

La transformation linéaire la plus générale liant x', t' à x, t est de la forme *)

$$x' = a_1x + a_2t, \qquad t' = b_1t + b_2x. \tag{7.16}$$

Les coefficients a_1, a_2, b_1, b_2 sont indépendants de v et pour $v \to 0$ ont les valeurs limites suivantes

$$\lim_{v\to 0}\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{7.17}$$

La position de O' $(x' = 0)$ dans le système X, Y, Z, t est définie par $x = vt$. Il en résulte que, dans les égalités (7.16), $a_2 = -va_1$. En portant (7.16) dans (7.14) et en supposant vérifiées les égalités (7.15) on trouve

$$(a_1x + a_2t)^2 - c^2(b_1t + b_2x)^2 = x^2 - c^2t^2. \tag{7.18}$$

En identifiant les coefficients des différentes variables indépendantes de mêmes puissances $(x^2,\ xt,\ t^2)$, on obtient un système de trois

*) La nécessité d'une transformation linéaire est liée à l'hypothèse du caractère homogène et isotrope de l'espace-temps.

équations algébriques servant au calcul des coefficients a_1, b_1, b_2. La résolution de ce système conduit à:

$$a_1 = b_1 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad b_2 = -\left(\frac{v}{c^2}\right) a_1. \tag{7.19}$$

En substituant les valeurs (7.19) dans (7.16) on arrive à la forme définitive des *transformations de Lorentz* reliant les coordonnées dans deux systèmes à inertie effectuant un mouvement linéaire et uniforme à une vitesse relative v dirigée le long de OX ($O'X'$):

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t-(v/c^2)\,x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{7.20}$$

Il est évident que x, y, z, t peuvent être exprimés par les variables marquées d'indice prime. Pour ce faire il suffit de remplacer v par $-v$ et de déplacer les primes dans les formules (7.20)

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + (v/c^2)\,x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{7.21}$$

On arrive au même résultat en résolvant le système (7.20) par rapport aux variables x, y, z, t.

On remarquera qu'ici les transformations de Lorentz (7.20), (7.21) ont été obtenues comme une conséquence directe de la théorie de la relativité restreinte sans aucune condition *a priori* en ce qui concerne la contraction des corps suivant la direction de leur mouvement.

De l'étude des transformations de Lorentz on peut tirer les conclusions suivantes:

1°. Les équations de Maxwell sont invariantes par rapport aux transformations de Lorentz basées sur les postulats qui généralisent les résultats des expériences optiques et électriques. Cette conclusion est confirmée par une vérification directe.

2°. Pour $v \ll c$ (donc pour $\beta \to 0$) les transformations de Lorentz se ramènent aux transformations de Galilée. En conséquence la mécanique de Newton, dont les équations sont invariantes par rapport aux transformations de Galilée, n'est vérifiée que pour $v \ll c$. Pour de grandes vitesses, on doit formuler les équations d'une nouvelle mécanique relativiste, qui doivent être invariantes par rapport aux transformations de Lorentz et qui doivent se ramener aux équations de Newton pour $\beta \to 0$.

3°. Par ailleurs, la vitesse du système de référence considéré doit toujours être inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide, puisque pour $v \gg c$ les transformations de Lorentz sont dénuées de sens. Il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s est une vitesse limite. Il est clair que cette limitation concerne tous

les cas possibles de transport de l'énergie. La vitesse du signal ou sa vitesse de groupe doit être plus petite que la vitesse de la lumière dans le vide, tandis que la vitesse de phase peut prendre toutes valeurs, y compris des valeurs supérieures à la vitesse de la lumière dans le vide. Nous avons déjà indiqué à l'occasion de la propagation des ondes radio dans l'ionosphère et de l'estimation de l'indice de réfraction pour les rayons X ($n < 1$), ainsi que dans d'autres cas, que $u = c/n$ peut être plus grand que c.

La contraction des corps suivant la direction de leur mouvement est une conséquence directe des transformations de Lorentz. Considérons en effet une tige de longueur $l = x_2 - x_1$, au repos dans le système X, Y, Z. Calculons quelle longueur mesurerait sur cette même tige $l' = x_2' - x_1'$ un observateur qui se déplacerait avec le système X', Y', Z' à une vitesse v, dirigée le long de OX ($O'X'$). Par définition, la mesure de x_2' et x_1' doit être effectuée à un même instant t'. Pour résoudre ce problème nous utiliserons l'équation $x = (x' + vt')/\sqrt{1 - \beta^2}$. Nous avons:

$$x_2 \sqrt{1-\beta^2} = x_2' + vt', \quad x_1 \sqrt{1-\beta^2} = x_1' + vt'. \tag{7.22}$$

Il s'ensuit

$$l' = x_2' - x_1' = (x_2 - x_1) \sqrt{1-\beta^2} = l \sqrt{1-\beta^2}. \tag{7.23}$$

Par conséquent $l' < l$, ce qui signifie que la longueur de la tige se déplaçant à une vitesse v par rapport à l'observateur se trouve raccourcie de $\sqrt{1 - \beta^2}$ fois. On serait arrivé au même résultat, si on avait envisagé une tige se trouvant au repos dans le système X', Y', Z' et mesurée par un observateur lié au système X, Y, Z. Après des transformations analogues de l'équation $x' = (x - vt)/\sqrt{1 - \beta^2}$, on trouve dans ce cas $l' > l$, la tige est plus longue dans le système par rapport auquel elle est au repos. Notons que Lorentz avait été obligé de postuler la contraction des corps suivant la direction de leur mouvement pour interpréter le résultat négatif de l'expérience de Michelson-Morley.

Nous avons déjà indiqué qu'en théorie de la relativité restreinte, on voit figurer l'espace-temps en tant qu'entité unique; on doit s'attendre à ce que les intervalles de temps (durées) s'écoulant entre les événements doivent varier lorsqu'on passe d'un système à inertie à un autre.

Supposons qu'en un point A (x, y, z), on mesure l'intervalle de temps $\tau = t_2 - t_1$ s'écoulant entre deux événements et que l'on se propose de déterminer l'intervalle de temps entre ces deux mêmes événements dans le système X', Y', Z', qui se meut le long de l'axe X à une vitesse uniforme v par rapport au système X, Y, Z. On doit donc déterminer $\tau' = t_2' - t_1'$ pour la même coordonnée x que dans le premier cas. On notera que pour résoudre ce problème, on ne

peut passer aussitôt aux coordonnées (x', y', z') puisque les événements consécutifs séparés par l'intervalle de temps que l'on mesure se produisent au point A de coordonnées x, y, z. On utilisera donc l'équation $t' = \frac{t-(v/c^2)x}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et on trouvera

$$t'_2\sqrt{1-\beta^2}=t_2-xv/c^2, \quad t'_1\sqrt{1-\beta^2}=t_1-xv/c^2,$$
$$(t'_2-t'_1)\sqrt{1-\beta^2}=t_2-t_1, \quad \tau'\sqrt{1-\beta^2}=\tau, \qquad (7.24)$$

ceci montre que $\tau' > \tau$, autrement dit que la durée d'un processus mesurée dans un système où l'objet à l'étude se meut, est plus grande que celle mesurée dans un système par rapport auquel il est au repos.

Actuellement, il ne peut plus être question d'avoir à vérifier ces corrélations. Dans les expériences modernes, on utilise souvent des vitesses des particules peu différentes de la vitesse de la lumière c, ce qui implique que si on négligeait la formule (7.24) on serait incapable de réaliser un accélérateur de particules du type synchrophasotron, par exemple. Aussi l'utilisation des formules de la théorie de la relativité restreinte est-elle de rigueur dans les calculs d'étude des accélérateurs.

En physique des rayons cosmiques, il est absolument indispensable de tenir compte de la variation des intervalles de temps entre les événements ayant lieu dans des systèmes de référence en mouvement. Ainsi, par exemple, la mesure du temps de vie des mésons μ (particule ayant une masse environ 200 fois plus grande que celle de l'électron, qui se forme dans les couches supérieures de l'atmosphère) fournit la valeur $\tau_0 = 2\cdot10^{-6}$s *).

Même si l'on admet que la vitesse des mésons est proche de la vitesse de la lumière, on trouve que la longueur de parcours n'est que $l \approx c\tau_0 \approx 600$ m, ce qui implique qu'il devrait être impossible de les déceler dans les laboratoires terrestres. Cette estimation est erronée puisque dans les études expérimentales on mesure le temps de vie d'un méson au repos, après qu'il ait été freiné par toute l'épaisseur de l'atmosphère terrestre. Pour évaluer le temps de vie moyen d'un méson animé d'une grande vitesse, on doit évaluer $\tau_{mouv} = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2}$, qui pour $v \approx c$ peut être très grand ($\tau_{mouv} \gg \tau_0$).

Revenons aux expériences d'optique. Nous nous fixons pour but d'expliquer l'effet observé dans l'expérience de Fizeau du point de vue de la théorie de la relativité restreinte. Commençons à traiter un problème plus général, consistant à établir la formule relativiste d'addition des vitesses. Il est clair que l'on doit établir d'abord la corrélation existant entre $u_x = dx/dt$, la vitesse du corps dans le système X, Y, Z, et $u'_x = dx'/dt'$, sa vitesse dans le système X', Y',

*) E. Chpolsky, *Physique atomique*, t 2 § 318, Editions Mir.

Z'. Comme ci-dessus un des systèmes à inertie se meut à une vitesse v dirigée le long de OX ($O'X'$) relativement à l'autre système.

On tire des transformations de Lorentz

$$dt = \frac{dt' + (v/c^2)\,dx'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \qquad dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

On a alors

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v\,dt'}{dt' + (v/c^2)\,dx'} = \frac{dx'/dt' + v}{1 + (v/c^2)(dx'/dt')} = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}. \quad (7.25)$$

On notera que les corrélations entre, d'une part, les vitesses u_y et u_z et, d'autre part, les vitesses u'_y et u'_z ne sont pas aussi simples qu'entre y et y' et z et z'. On a en effet

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'\sqrt{1-(v/c)^2}}{dt' + (v/c^2)\,dx'} = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + vu'_x/c^2} \quad (7.26)$$

On obtient une expression analogue pour u_z. Il résulte de (7.26) que u_y dépend non seulement de la valeur de u'_y, mais aussi de celle de u'_x. Il est bien évident que ces formules ne peuvent contredire le postulat d'Einstein, selon lequel la vitesse de la lumière dans le vide doit être identique dans les deux systèmes à inertie (XYZ et $X'Y'Z'$). On s'en rend aisément compte en substituant dans (7.25) u'_x à c, par exemple. On trouve alors $u_x = (c + v)/[1 + (v/c^2)c] = c$.

Pour donner une explication du résultat de l'expérience de Fizeau (*cf.* § 7.1) on n'aura pas à utiliser les transformations $u_z \to u'_z$ et $u_y \to u'_y$, aussi n'avons-nous nul besoin d'approfondir les questions de la cinétique relativiste. Introduisons les notations suivantes: u_x — valeur expérimentale de la vitesse de la lumière mesurée par rapport à l'installation, on dit « dans le repère du laboratoire »; $u'_x = c/n$ — vitesse de la lumière par rapport à l'eau ; v — vitesse de translation de l'eau.

Dans notre évaluation, nous négligerons la quantité $(v/c)^2$, ce qui revient à ne tenir compte que de l'effet du premier ordre en $\beta = v/c$, en conformité avec la précision des mesures réelles. On a alors

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x(v/c^2)} = \frac{(c/n) + v}{1 + v/(cn)} \approx (c/n + v)\,[1 - v/(cn)] \approx$$
$$\approx c/n + v\,(1 - 1/n^2). \quad (7.27)$$

Cette corrélation est parfaitement conforme aux résultats que nous avons exposés ci-dessus. On remarquera que nous l'avons établie sans qu'aucune hypothèse concernant l'entraînement de l'éther universel soit faite, l'évaluation découlant toute entière des formules de la théorie de la relativité restreinte. On peut rendre la formule (7.27) plus précise en tenant compte de la variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde. Une vérification de la formule

ainsi corrigée fut entreprise en 1914 par Zeeman et montra un accord parfait entre théorie et expérience.

Sans nous livrer à un exposé plus complet de la dynamique relativiste, nous devons mentionner cependant une question extrêmement importante — la corrélation entre la masse et l'énergie.

Il a été démontré par Einstein que l'équation fondamentale conserve sa forme : $\mathbf{f} = d\mathbf{P}/dt$, à condition d'exprimer la masse, mesurée dans le système de coordonnées par rapport auquel le corps à l'étude se meut à une vitesse $\mathbf{v}$, par la formule

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{7.28}$$

et l'impulsion par la formule

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v}. \tag{7.28a}$$

Il est évident qu'avec $\beta \to 0$, $m \to m_0$. Par conséquent, la constante m_0 représente la masse déterminée dans le système de coordonnées par rapport auquel le corps est au repos (*masse de repos*).

Procédons à quelques transformations simples de l'expression (7.28). Multiplions les deux membres par $\sqrt{1-\beta^2}$, élevons-les au carré, puis multiplions par c^2:

$$(mc)^2 - (m\mathbf{v})^2 = (m_0c)^2.$$

Différentions par rapport à t et divisons par $2m$, il vient

$$\frac{d}{dt}(mc^2) - \mathbf{v}\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = 0; \qquad \frac{d}{dt}(mc^2) = (\mathbf{f}\mathbf{v}). \tag{7.29}$$

En remarquant que le second membre de (7.29) est égal à $\frac{dW_{cin}}{dt}$, on obtient

$$\Delta mc^2 = \Delta W_{cin}. \tag{7.30}$$

La formule (7.30) peut être interprétée comme suit : lorsqu'un corps a acquis une vitesse v, son énergie cinétique est déterminée par la différence entre $W = mc^2$ et $W_0 = m_0c^2$ que l'on désigne sous le nom d'*énergie de repos*. Cette corrélation peut être étendue à toutes les formes de l'énergie et on peut affirmer qu'à la variation de masse Δm correspond toujours une variation d'énergie ΔW:

$$\Delta W = \Delta mc^2. \tag{7.31}$$

Cette dernière égalité joue un rôle extrêmement important dans tous les domaines de la physique moderne. Elle montre notamment quelle énorme réserve d'énergie est contenue dans le noyau atomique. En prenant une valeur moyenne du défaut de masse égal à 0,006 unité de masse par nucléon *), on trouve qu'en associant ces parti-

*) On désigne par *défaut de masse* la différence entre la somme des masses des nucléons, particules constituantes du noyau, et la masse de celui-ci.

cules dans le noyau on peut recueillir une énergie d'environ 6 meV par nucléon ; cette énergie est plusieurs millions de fois plus grande que celle dégagée par les réactions chimiques usuelles (1-2 eV par atome d'hydrogène). Il s'ensuit que l'énergie de liaison des particules dans le noyau est très grande et qu'il est donc tentant d'en utiliser ne serait-ce qu'une partie.

La formule (7.31) est en rapport direct avec les problèmes de l'optique. Indiquons seulement que sans cette formule il est impossible de définir la notion de quantité de mouvement du photon, particule de propriétés spécifiques, jouant en optique quantique un rôle déterminant (*cf.* § 8.5).

Signalons enfin un autre phénomène que l'on arrive à décrire sans recourir aux formules de la théorie de la relativité restreinte (c'est donc un phénomène non relativiste), mais qui peut servir d'excellente illustration du postulat relatif à la valeur limite de la vitesse de la lumière dans le vide. Il s'agit de l'effet qui a été découvert en 1934 par P. Tchérenkov alors qu'il travaillait sous la direction de S. Vavilov. La théorie du phénomène a été établie en 1937 par I. Frank et I. Tamm, qui avec Tchérenkov se sont vu décerner le prix Nobel de physique.

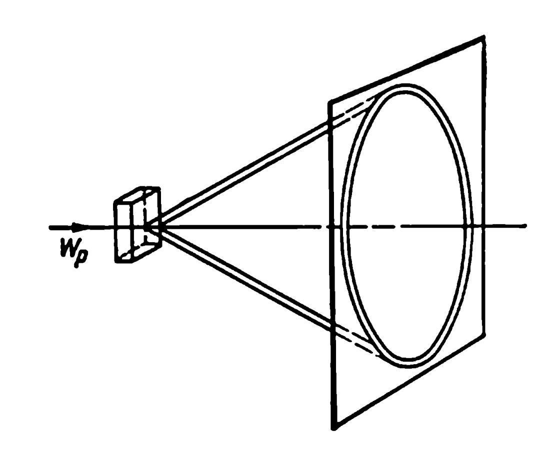


Fig. 7.10. Schéma de l'expérience de Tchérenkov avec des protons

L'objectif initial des expériences de Vavilov-Tchérenkov était d'étudier la luminescence de différentes solutions apparaissant sous l'action de rayons γ. On avait remarqué qu'étant irradiés avec les rayons γ les solvants (eau, benzol, etc.) émettent un faible rayonnement dont les propriétés spécifiques (caractère directionnel, polarisation) le distinguaient de la luminescence ordinaire. Il a été établi que cette luminescence était due non aux rayons γ eux-mêmes, mais aux électrons rapides qui les accompagnaient ; le mécanisme probable des phénomènes, lié à l'action qu'exercent les électrons sur les molécules du diélectrique au sein duquel ils se déplacent, avait été précisé *).

Dans la théorie de l'effet, il a été démontré que l'effet ne peut se manifester que si la vitesse v des électrons [plus tard on a utilisé également des protons, (fig. 7.10)] était plus grande que la vitesse de

*) Voir E. Chpolsky, *Physique atomique*, t. 1, op. cité. On y trouve également un passage du discours de lauréat du prix Nobel prononcé par I. Tamm, où il expose d'intéressantes considérations sur la question de la limite de vitesse.

phase de l'onde électromagnétique se propageant dans cette substance (analogie en dynamique des gaz — l'obus va plus vite que l'onde de compression qu'il crée). On a donc $v > c/n$, mais d'après la théorie de la relativité $v < c$. L'effet Vavilov-Tchérenkov se manifeste au sein d'un diélectrique lors du passage des particules chargées dont les vitesses sont comprises dans l'intervalle

$$c/n < v < c. \tag{7.32}$$

L'inégalité (7.32) illustre l'assertion formulée ci-dessus que la vitesse c de la lumière dans le vide est une vitesse limite, tandis que la vitesse de phase des ondes électromagnétiques qui n'est liée à aucun transport d'énergie peut être supérieure ou inférieure à c et ne saurait limiter le mouvement des corps dans le milieu considéré à toute vitesse $v < c$.

§ 7.3. Effet Doppler

Dans notre exposé de l'interférence de la lumière (ch. V), nous avons mentionné que dans nombre de cas pratiques importants (par exemple, cas de l'émission de lumière par un plasma basse pression) l'élargissement de la raie spectrale était surtout dû à la variation de la fréquence mesurée, résultant du mouvement aléatoire des atomes rayonnants. L'élargissement des raies qui se laisse aisément observer dans l'expérience est la conséquence d'un effet qui joue dans la physique moderne un rôle important et qui se manifeste de différentes façons suivant les conditions expérimentales. Le phénomène avait été décrit par C. Doppler (1842) pour le cas très particulier de la propagation d'ondes acoustiques qui se laissait entièrement interpréter dans le cadre de la physique classique. Dans la gamme optique, il a été observé pour la première fois par A. Fizeau qui nota un déplacement des raies spectrales dans l'émission de quelques corps célestes. En laboratoire, les premières observations d'une variation de fréquence des raies spectrales en lumière réfléchie par un miroir mobile furent faites par A. Belopolski en 1900. Ce n'est que beaucoup plus tard que l'on décela l'existence d'un effet Doppler transversal, ce qui apporta la preuve expérimentale de cet effet prévu par la théorie de la relativité.

Nous nous proposons d'établir ici la formule générale de la transformation de fréquences, de montrer toute la différence de principe existant entre l'effet Doppler optique et acoustique, de préciser comment arrive à se manifester cet effet dans le cas d'un mouvement chaotique mais dirigé de particules rayonnantes et, enfin, nous décrirons un procédé interférométrique de mesure d'une faible vitesse de déplacement relatif d'un émetteur et d'un récepteur.

Commençons par une étude du mouvement relatif d'un émetteur et d'un récepteur d'ondes électromagnétiques; ce mouvement peut toujours être décomposé en un mouvement longitudinal et un mouve-

ment orthogonal à la direction émetteur-récepteur. Les calculs sont faits en supposant que l'émetteur et le récepteur effectuent un mouvement uniforme et rectiligne, ce qui revient à considérer qu'ils sont liés à des systèmes à inertie X, Y, Z et X', Y', Z'. Pour ne pas avoir à tenir compte de la dispersion du milieu, on suppose que l'onde se propage dans le vide ($n = 1$). Ces simplifications ne nuisent pas à la généralité du résultat final et correspondent aux conditions réelles des mesures astronomiques.

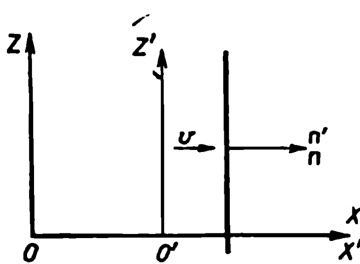


Fig. 7.11. Illustration concernant l'effet Doppler longitudinal

Le calcul de l'*effet Doppler longitudinal* s'effectue en utilisant les transformations de Lorentz. Dans ce cas, la vitesse relative **v** de l'émetteur et du récepteur de lumière et la normale à l'onde plane sont toutes deux dirigées suivant une droite confondue avec l'axe Ox (fig. 7.11). L'équation d'onde dans le système X, Y, Z lié à l'émetteur est de la forme

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]. \qquad (7.33)$$

Dans le système X', Y', Z' lié au récepteur, l'expression (7.33) se transforme comme suit

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i2\pi\nu\left(\frac{t' + (v/c^2)\,x'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}}\right)\right] =$$

$$= \operatorname{Re} E_0 \exp\left[\frac{i2\pi\nu}{\sqrt{1-\beta^2}}(1-\beta)\left(t' - \frac{x'}{c^2}\right)\right]. \qquad (7.34)$$

Il est clair cependant que, dans le système X', Y', Z', l'équation d'une onde plane se propageant le long de $O'X'$ doit être de la forme

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i2\pi\nu'\left(t' - \frac{x'}{c}\right)\right]. \qquad (7.35)$$

De la comparaison des deux dernières expressions on arrive à la loi de la transformation des fréquences pour le cas où la normale **n** au front de l'onde et la vitesse relative **v** de mouvement sont dirigées le long d'une seule et même droite (effet Doppler longitudinal) :

$$\nu' = \nu \frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (7.36)$$

Cette expression peut s'écrire aussi sous la forme

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}. \qquad (7.37)$$

Si la vitesse relative v est petite ($v \ll c$), on peut négliger le terme en β^2 sans porter grand préjudice à l'exactitude de la formule. La

variation de fréquence s'exprime alors par la formule simple

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right) \tag{7.38}$$

qui est généralement utilisée dans les mesures physiques.

La formule (7.38) établit une dépendance linéaire entre ν'/ν et $\beta = v/c$. Il s'ensuit que l'effet Doppler longitudinal est un effet du premier ordre. En utilisant la formule simple (7.38) et la notation

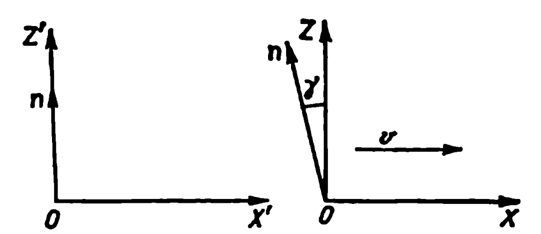


Fig. 7.12. Illustration concernant l'effet Doppler transversal

$\Delta\nu = \nu' - \nu$ on obtient une expression où le déplacement de fréquence $\Delta\nu$ est donné explicitement en fonction de $\beta = v/c$:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{v}{c}. \tag{7.39}$$

En remarquant que $d\nu/\nu = -d\lambda/\lambda$, on peut écrire

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}, \tag{7.39a}$$

où $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.

Il est évident que le déplacement vers les ondes longues ($\nu' < \nu$; $\lambda' > \lambda$ — *déplacement vers le rouge*) correspond à une vitesse relative positive ($v > 0$) de l'émetteur et du récepteur *), ce qui signifie que l'émetteur s'éloigne du récepteur. Dans le cas d'un *déplacement vers le violet* ($\nu' > \nu$; $\lambda' < \lambda$), l'émetteur et le récepteur se rapprochent l'un de l'autre. Dans ce qui suit nous illustrerons ces formules par des exemples d'astrophysique.

Examinons maintenant les conditions d'apparition de l'*effet Doppler transversal*. Considérons une onde plane se propageant le long de OZ', la vitesse relative des deux systèmes à inertie étant dirigée le long de OX (OX'). Supposons que dans le système X, Y, Z, lié à l'émetteur, la normale **n** à l'onde considérée forme un angle γ avec la direction OZ (fig. 7.12). Ecrivons l'équation de l'onde dans les systèmes X, Y, Z et X', Y', Z':

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\,[i2\pi\nu'(t' - z'/c)], \tag{7.40}$$

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[\, i2\pi\nu \left(t - \frac{z\cos\gamma + x\sin\gamma}{c}\right)\right]. \tag{7.41}$$

*) Parfois v est comptée positivement lorsqu'il y a rapprochement relatif. *N.D.L.R.*

En appliquant à (7.40) les transformations de Lorentz nous obtenons

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i2\pi\nu'\left(\frac{t-(v/c^2)\,x}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - \frac{z}{c}\right)\right] =$$

$$= \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i\,\frac{2\pi\nu'}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(t - \frac{z\sqrt{1-\beta^2}+x\beta}{c}\right)\right]. \qquad (7.42)$$

En identifiant (7.41) et (7.42) nous obtenons la loi de transformation des fréquences correspondant aux conditions données sous la forme suivante :

$$\nu = \frac{\nu'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{ou} \quad \nu' = \nu\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (7.43)$$

En développant le deuxième membre en série et en ne gardant que le terme en β^2, on trouve $\Delta\nu/\nu = -\beta^2/2$, où $\Delta\nu = \nu' - \nu$. Le déplacement que subit une raie spectrale est donc

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\beta^2/2 \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \beta^2/2, \qquad (7.44)$$

où $\Delta\nu = \nu' - \nu$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.

L'égalité (7.44) montre que si on définit l'angle droit entre **n** et **v** dans le *système lié au récepteur de lumière* l'effet Doppler transversal doit donner lieu à un déplacement rouge ($\Delta\lambda > 0$).

Les considérations à l'aide desquelles nous avons établi les formules (7.43) et (7.44) étaient basées sur l'hypothèse que la direction **n** de propagation de l'onde était perpendiculaire à la vitesse **v** du récepteur ou de l'émetteur, cet angle droit étant défini dans le système X', Y', Z' lié au récepteur (ce qui est commode pour comparer la théorie aux résultats expérimentaux). Si on avait exigé que l'angle entre **n** et **v** soit droit dans le système X, Y, Z, on aurait obtenu un résultat différent.

En effet, écrivons l'équation de l'onde dans le système X, Y, Z avec $\mathbf{n} \perp \mathbf{v}$:

$$E = \operatorname{Re} E_0 \exp\left[i2\pi\nu\left(t - \frac{z}{c}\right)\right].$$

Si à l'aide des transformations de Lorentz on passe du système X, Y, Z au système X', Y', Z' on obtient

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \text{soit} \quad \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (7.45)$$

et

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\beta^2}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\beta^2}{2}. \qquad (7.45a)$$

Il est évident que si l'angle droit entre **n** et **v** est défini dans *le système lié à l'émetteur*, on doit observer un déplacement violet.

L'effet Doppler transversal est un effet du second ordre en $\beta = v/c$ ($\Delta\nu \sim \beta^2$), tandis que l'effet longitudinal est caractérisé par une relation linéaire entre le déplacement et β. On se rend aisément compte que le signe de l'effet transversal ne change pas si on remplace $+v$ par $-v$. Il est beaucoup plus faible que l'effet longitudinal, mais son existence même présente un grand intérêt puisque nous avons ici une différence qualitative avec l'acoustique où il n'existe pas d'effet Doppler transversal.

Introduisons l'angle Ψ que forme (dans le système lié à l'émetteur) la direction de la normale **n** à l'onde avec la droite reliant l'émetteur au récepteur. Pour l'effet longitudinal on a alors $\cos\Psi = 1$ et pour l'effet transversal $\cos\Psi = 0$. On peut réunir les formules (7.38) et (7.45) en une seule expression décrivant l'effet Doppler en optique

$$\nu' = \nu \frac{1-(v/c)\cos\Psi}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{7.46}$$

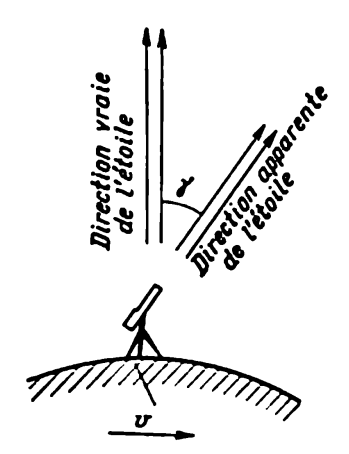


Fig. 7.13. Schéma illustrant l'effet de l'aberration stellaire

Remarquons qu'en calculant l'effet Doppler transversal nous avons simultanément résolu un deuxième problème présentant de l'intérêt pour la question qui nous occupe. Il s'agit de l'effet dit d'*aberration stellaire*, qui est connu depuis longtemps en astronomie et peut même être utilisé comme un procédé de mesure de la vitesse de la lumière. Lorsqu'on observe au télescope des étoiles fixes on est obligé d'incliner son axe d'un angle γ par rapport à la direction effective ; cet angle γ dépend du module et de la direction de la vitesse orbitale de la Terre à l'instant de la mesure, il subit des variations annuelles (fig. 7.13). En effectuant des mesures à différentes périodes de l'année, on peut déterminer la valeur de l'angle γ dont il faut incliner l'axe du télescope. Sa valeur maximale est $\gamma = v/c$.

Il résulte effectivement de (7.42) que $\cos\gamma = \sqrt{1-\beta^2}$ et $\sin\gamma = \beta = v/c$. Si $v \ll c$, on peut poser $\sin\gamma \approx \gamma = v/c$, résultat justifié par les mesures astronomiques.

Reprenons les principaux résultats que nous avons obtenus. Il serait intéressant de comparer les variations de fréquence résultant du mouvement relatif d'un récepteur et d'un émetteur en optique et en acoustique. Nous avons déjà signalé que l'existence en optique de l'effet transversal permet de distinguer l'effet optique et l'effet acoustique. Mais même dans le cas où on étudie l'effet du premier ordre (on néglige alors les termes en β^2) on peut mettre en évidence une différence de principe entre l'effet optique et l'effet acoustique.

Dans cette approximation, l'effet Doppler longitudinal en optique et en acoustique s'exprime par des formules de même forme. Si on

désigne par v_1 la vitesse du récepteur et par v_2 celle de l'émetteur d'ondes acoustiques qui se propagent dans le milieu ambiant à une vitesse u, on pourra utiliser pour la variation de fréquence une expression que l'on obtient aisément dans le cadre de la physique classique (non relativiste)

$$\nu' = \nu \frac{u - v_1}{u - v_2}. \tag{7.47}$$

En posant $v_1 - v_2 = v$, on trouve pour v_1 et v_2 petits devant u

$$\nu' \approx \nu \left(1 - \frac{v_1 - v_2}{u}\right) = \nu \left(1 - \frac{v}{u}\right). \tag{7.48}$$

Il existe cependant entre la formule (7.48) et l'expression simpliste (7.38) qui lui ressemble beaucoup une différence irréductible. En acoustique, on peut déterminer par l'expérience aussi bien la vitesse de l'émetteur que celle du récepteur par rapport au milieu dans lequel ils se meuvent (d'utiliser donc la formule (7.47)). Par contre en optique, conformément aux postulats d'Einstein il ne peut s'agir que de la mesure de la vitesse relative de l'émetteur et du récepteur de lumière, et il est impossible de déterminer leurs vitesses absolues de quelque manière que ce soit. Selon une formule imagée de A. Sommerfeld, la nature ne connaît pas de mouvement absolu ni de la source, ni de l'observateur. Elle agit plus simplement et plus ingénieusement en les combinant dans une formule de la forme (7.38).

Voyons maintenant comment se manifeste l'effet Doppler dans les expériences d'optique. Notons tout d'abord que l'on distingue les mouvements ordonné et désordonné des particules rayonnantes, qui peuvent participer simultanément à ces deux types de mouvement. Le déplacement de fréquence v/c n'est dû qu'au mouvement dirigé de l'ensemble des atomes, aussi commencerons-nous par les expériences où se manifeste ce mouvement ordonné.

En pratique on ne tient compte que de l'effet longitudinal, ce qui revient à déterminer la projection de la vitesse relative sur la droite joignant le récepteur et l'émetteur. C'est cette *vitesse radiale* des étoiles que l'on mesurait dans les expériences classiques de Fizeau où on comparait les positions des lignes spectrales des étoiles et des sources terrestres. A ce jour la mesure du déplacement Doppler est la principale méthode de détermination des vitesses radiales relatives de la Terre et des corps célestes.

L'effet Doppler longitudinal détermine également le dédoublement des raies spectrales émises par les étoiles doubles, qui sont des systèmes de deux corps célestes, tournant autour d'un centre commun. La distance entre les étoiles peut être tellement petite que l'on n'arrive pas à les séparer par les procédés usuels même à l'aide des plus grands télescopes.

Lors des mesures astronomiques basées sur l'effet Doppler, on a mis en évidence différents phénomènes dont l'interprétation a don-

né lieu à de nombreux débats, qui n'ont pas encore épuisé le sujet. Le problème est le suivant : lorsque l'on observe les spectres d'émission d'amas d'étoiles (*galactiques*) éloignés, on constate toujours l'existence d'un déplacement vers le rouge (*red-shift*), ce qui implique une fuite des objets à l'étude. Dans certains cas, la vitesse à laquelle s'éloignaient les galactiques, déterminée par mesure du déplacement Doppler, était très grande, atteignant 0,3-0,4 de la vitesse de la lumière dans le vide (les raies bleu-vert se trouvaient déplacées dans la région rouge du spectre). Une série de telles mesures est représentée fig. 7.14.

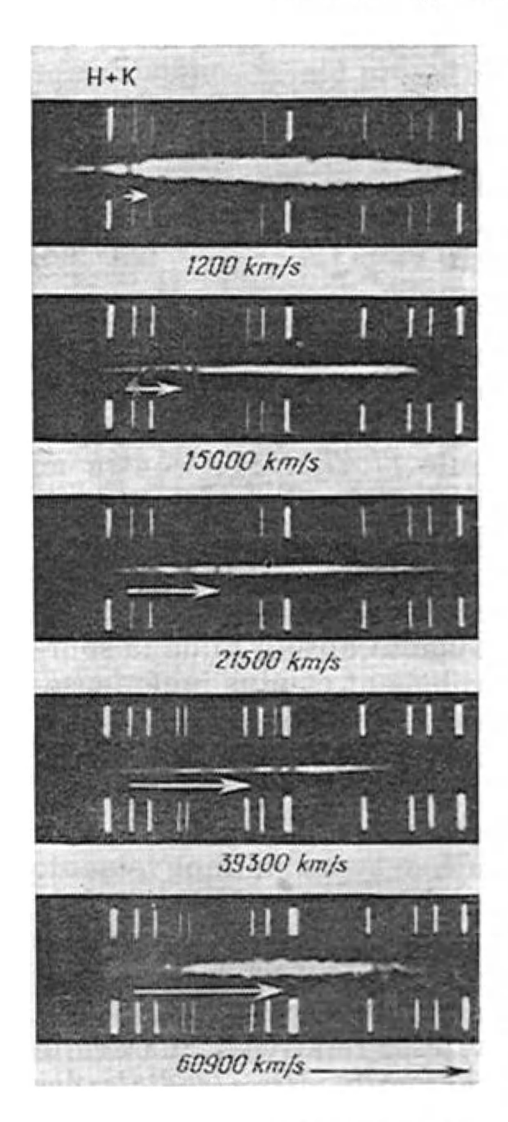


Fig. 7.14. Spectres de cinq galactiques où l'on observe un déplacement vers le rouge

Les déplacements des raies sont indiqués par des droites fléchées de longueurs différentes

Ces observations confirmaient l'hypothèse de l'expansion de l'Univers, avancée en 1923 par le savant soviétique A. A. Friedmann; cette hypothèse peut être considérée comme une conséquence de la théorie générale de la relativité, mais l'échelle démesurée des phénomènes exigeait qu'elle soit soumise à un examen tant dans le plan de la physique que dans le plan philosophique. Lors des discussions, on a réussi à préciser certains aspects astrophysiques du problème et à formuler des hypothèses sur les causes possibles du phénomène. Certaines hypothèses doivent être rejetées comme contredisant l'ensemble des faits expérimentaux disponibles (par exemple, l'hypothèse déjà ancienne du « vieillissement des quanta » affirmait que la fréquence de la lumière issue de galactiques lointaines varie par suite de pertes d'énergie croissant avec la distance parcourue par la lumière). On trouvera des exposés des conceptions modernes de ces différentes questions dans des publications spécialisées *).

L'effet Doppler longitudinal est la cause du déplacement des raies spectrales d'ions qui sous l'action d'un champ électrique peuvent

*) *Cf.* J. Zeldovitch, *La théorie de l'Univers en expansion de A. Friedmann*, Ouspekhi Fiz. Naouk, 90, vol. 3, p. 357, 1963 (en russe).

acquérir de très grandes vitesses de mouvement suivant une direction déterminée. La fig. 7.15 représente les résultats de mesures interférométriques du déplacement des raies de Ar-II par rapport aux raies d'atomes neutres de ce même élément (Ar-I) ; ce déplacement

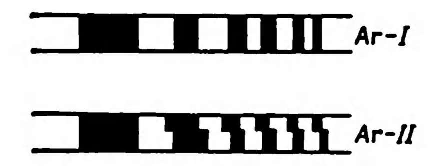


Fig. 7.15. Interférogrammes des raies d'atomes et d'ions d'argon
Les photographies ont été prises par une moitié de la fente du spectrographe, la direction du champ électrique étant inversée. On observe sur les raies ioniques un déplacement par effet Doppler

était provoqué par l'accélération de ces ions sous l'action d'un champ électrique continu dirigé suivant l'axe d'un tube à décharge.

Dans les accélérateurs modernes où le mouvement des ions à de grandes vitesses est utilisé pour observer différents effets liés à un transfert d'énergie et de quantité de mouvement à des atomes neutres, le déplacement des raies peut être très grand (*pinch effect*). La fig. 7.16 reproduit la photographie du spectre d'ions aluminium placés dans un champ dirigé le long de leur trajectoire ; le déplacement des raies spectrales a été enregistré à l'aide d'un spectrographe à prisme. A droite de la raie de l'ion Al-III on discerne la raie de l'atome neutre Al-I qui n'a subi aucun déplacement lors de la commutation du champ électrique appliqué.

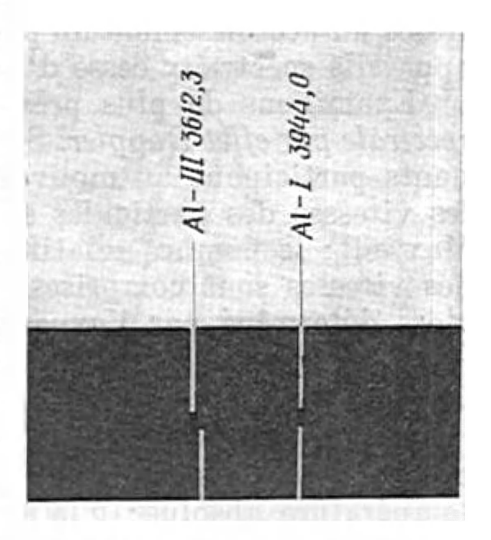


Fig. 7.16. Spectre de l'aluminium relevé pour de grandes vitesses des ions
Lorsqu'on inverse la direction du champ, la raie de l'ion Al-III se déplace, tandis que la raie de l'atome neutre Al-I reste à sa place

Nous avons déjà mentionné qu'il est fort difficile de mettre en évidence l'existence de l'effet Doppler transversal. Les premières expériences ont été effectuées en 1938 et répétées en 1959 et 1961 par observation du rayonnement d'atomes excités d'hydrogène se déplaçant à très grande vitesse ($v \approx 3 \cdot 10^8$ cm/s). Les atomes acquéraient cette vitesse à la suite de collisions avec des ions d'hydrogène moléculaire accélérés par un champ électrique. On observait aussi bien le rayonnement des atomes que la lumière émise par ces atomes et réfléchie par un miroir immobile. Cette méthode astucieuse permettait de distinguer

le déplacement asymétrique des raies spectrales dû à l'effet Doppler transversal, du déplacement symétrique résultant de ce que la vitesse du pinceau de particules rayonnantes n'était éventuellement pas rigoureusement perpendiculaire à la direction de l'observation. Cette complication de la méthode a été nécessaire vu que même de faibles écarts à la disposition rigoureusement rectangulaire de la direction de mouvement des particules et de celle d'observation, donnaient lieu à des déplacements du même ordre de grandeur que celui de l'effet à l'étude.

D'après la théorie [*cf.* (7.44)] $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\beta^2}{2}$. Dans les expériences de 1961, l'écart à cette valeur théorique n'était que de 4 %, tandis que dans les premières expériences l'imprécision des résultats atteignait 15 %.

Passons maintenant à l'étude des conséquences d'un mouvement chaotique des atomes (ions) rayonnant de la lumière. On observe dans ce cas un élargissement des raies spectrales qui est parfois masqué par différents effets physiques (y compris le déplacement de fréquence par effet Doppler pour les particules rayonnantes effectuant un mouvement directionnel). Du fait de l'élargissement des raies spectrales un accroissement du pouvoir séparateur et de la dispersion des appareils spectraux cesse d'être efficace.

Examinons de plus près la nature de l'*élargissement d'une raie spectrale par effet Doppler*. Soit un ensemble d'atomes (d'ions) rayonnants participant au mouvement thermique aléatoire. On sait que les vitesses des particules sont réparties conformément à la loi de Maxwell; le nombre relatif dn/n de particules dont les projections des vitesses sont comprises dans un intervalle $[v_x, (v_x + dv_x)]$ est alors déterminé par l'expession:

$$\frac{dn}{n} = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2RT}\right) dv, \qquad (7.49)$$

où M est la masse molaire; R la constante universelle des gaz; T la température absolue; v la projection de la vitesse sur la direction d'observation (vitesse radiale).

Conformément à (7.39) nous écrivons $v^2 = c^2 (\Delta\nu/\nu)^2$. L'intensité I du rayonnement est proportionnelle au nombre d'atomes rayonnant de façon indépendante. En désignant par I_ν l'intensité des radiations de fréquence ν, différente de $\Delta\nu$ de la fréquence centrale, nous avons:

$$I_\nu = I_0 \exp\left[-\frac{Mc^2}{2RT}\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2\right]. \qquad (7.50)$$

L'étude de cette expression montre que du fait du mouvement thermique chaotique des atomes, la raie spectrale se trouve élargie; sa forme est celle d'une courbe en cloche, dite *de Gauss*. L'intensité

maximale $I = I_0$ correspond au centre de la raie (fig. 7.17), le rapport I_ν/I_0 tendant vers zéro à mesure que $\Delta\nu/\nu$ augmente. Evaluons la largeur du contour de la raie $\delta\nu_{Dop} = 2\Delta\nu_0$; pour cela nous devons calculer la distance en fréquence entre deux points pour lesquels $I_\nu = I_0/2$. En portant la valeur de $\Delta\nu_0$ dans (7.50) nous trouvons

$$\frac{Mc^2}{2RT}\left(\frac{\Delta\nu_0}{\nu}\right)^2 = \ln 2,$$

et nous en tirons

$$\delta\nu_{Dop} = \frac{2\nu}{c}\sqrt{\frac{2\ln 2}{M}RT}. \tag{7.51}$$

Dans l'échelle des longueurs d'onde nous obtenons l'expression simple suivante où la longueur d'onde doit être exprimée en centimètres :

$$\delta\lambda_{Dop} = \frac{2\lambda}{c}\sqrt{\frac{2\ln 2}{M}RT} \approx 7\cdot 10^{-7}\lambda\sqrt{\frac{T}{M}}. \tag{7.52}$$

On trouve aisément que pour la raie rouge de l'hydrogène H_α à une température de 400 K environ la largeur $\delta\lambda_{Dop} \approx 0.1$ Å. Pour la raie verte du mercure, à la même température, $\delta\lambda_{Dop} \approx 0{,}005$ Å. Ces données montrent que même pour les atomes lourds, l'élargissement par effet Doppler est notablement plus grand que la largeur naturelle d'une raie spectrale, liée à la diminution de l'énergie de l'électron oscillant lors de son rayonnement (selon la physique classique $\delta\lambda_{nat} = 10^{-4}$ Å). Ce résultat confirme nos évaluations antérieures (§ 5.2) où l'on comparait le temps de cohérence τ_{coh} à l'inverse de la largeur Doppler d'une raie ($1/\delta\lambda_{Dop}$). Cette approximation s'avère valable chaque fois que l'on peut négliger l'élargissement des raies spectrales provoqué par les collisions (par exemple, dans le cas de l'émission lumineuse d'un plasma de décharge basse pression).

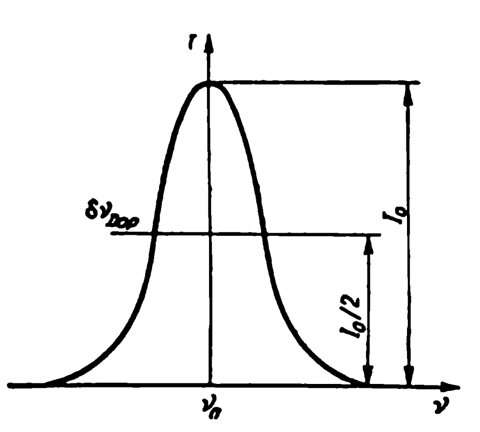


Fig. 7.17. Contour gaussien d'une raie déterminé par l'effet Doppler lorsque les particules rayonnantes sont animées d'un mouvement désordonné

Les formules ci-dessus peuvent être utilisées pour la détermination spectroscopique de la température d'un gaz lumineux. Ayant mesuré la largeur $\delta\lambda_{Dop}$ du contour Doppler d'une raie, on calcule la température du gaz à l'aide de la formule (7.52). Si on étudie une décharge à basse pression, l'échange d'énergie par collisions est petit ; on peut alors caractériser ce plasma par les températures atomique,

ionique et électronique avec $T_{at} \neq T_{ion} \neq T_{él}$ (voir § 8.1). Lorsque l'on cherche à déterminer une température élevée (T de l'ordre de 10^6 K et plus — « plasma chaud »), on détermine l'élargissement des raies ioniques, puisque à ces températures le gaz est presque entièrement ionisé. L'élargissement des raies ioniques est grand, de sorte qu'il est généralement inutile d'avoir recours à des appareils à grand pouvoir séparateur. Cependant on se heurte souvent à des difficultés dues à ce que l'on doit tenir compte du mouvement directionnel des ions dans un champ électrique qui donne lieu à un déplacement des raies spectrales. Parfois ce déplacement se présente comme un élargissement des raies spectrales; cet élargissement ne peut naturellement servir à la détermination de la température du gaz puisque les formules (7.49) et (7.50) ne caractérisent que l'élargissement dû à à l'agitation thermique des particules rayonnantes.

Nous ne mentionnons ces expériences spéciales que parce que là une forme de manifestation de l'effet Doppler en masque une autre, ce qui entraîne des erreurs d'évaluation de la température d'un plasma chaud. Il semble que ce sont des erreurs de ce genre qui aient affecté les résultats des chercheurs britanniques qui annoncèrent en 1960 qu'ils avaient atteint une température de plusieurs millions de degrés.

L'élargissement des raies spectrales par effet Doppler limite, dans une large mesure, les potentialités de la spectroscopie optique de haute résolution. On sait (§ 6.7) qu'en augmentant la réflectivité des miroirs d'un interféromètre tout en veillant à leur précision, et en augmentant la distance entre les surfaces réfléchissantes et utilisant des interféromètres complexes (des multiplex) le pouvoir séparateur des interféromètres peut être porté à 10^7, voire plus. Cependant la mise en œuvre des pouvoirs séparateurs aussi importants se heurte dans les expériences optiques à des difficultés. Il est certain qu'il peut exister des problèmes où on doive enregistrer avec une grande précision un contour large; mais en ce qui concerne la séparation de deux raies de longueurs d'onde voisines, compte tenu des inévitables fluctuations de la source de lumière, on ne pourra les séparer même à l'aide d'un appareil à grand pouvoir séparateur, si les contours élargis par effet Doppler se recouvrent fortement. Il est facile d'évaluer la région de recouvrement; soit $\lambda = 5000$ Å et $\delta\lambda_{Dop} = 0{,}005$ Å; on a $\lambda/\delta\lambda \sim 10^6$; il est donc difficile de mettre à profit un pouvoir séparateur de plusieurs millions.

Pour diminuer l'élargissement des raies spectrales par effet Doppler, on utilise en spectroscopie de grande résolution les rayonnements de sources lumineuses spéciales. Au nombre de ces sources spéciales, on trouve le tube à décharge à cathode creuse, représenté fig. 7.18. La partie de la décharge utilisée pour éclairer l'appareil spectral est localisée dans un appendice métallique refroidi par circulation d'eau. Si l'épaisseur des parois de la cathode est petite et si

le métal utilisé est bon conducteur de la chaleur, on arrive, avec des courants de décharge faibles, à de faibles températures stationnaires du gaz lumineux (au-dessous de 200 K), ce qui diminue notablement l'élargissement par effet Doppler des raies spectrales. Cette source lumineuse est largement utilisée en spectroscopie.

L'utilisation du rayonnement émis par un pinceau d'atomes excités par une source de lumière extérieure ou par un faisceau d'électrons,

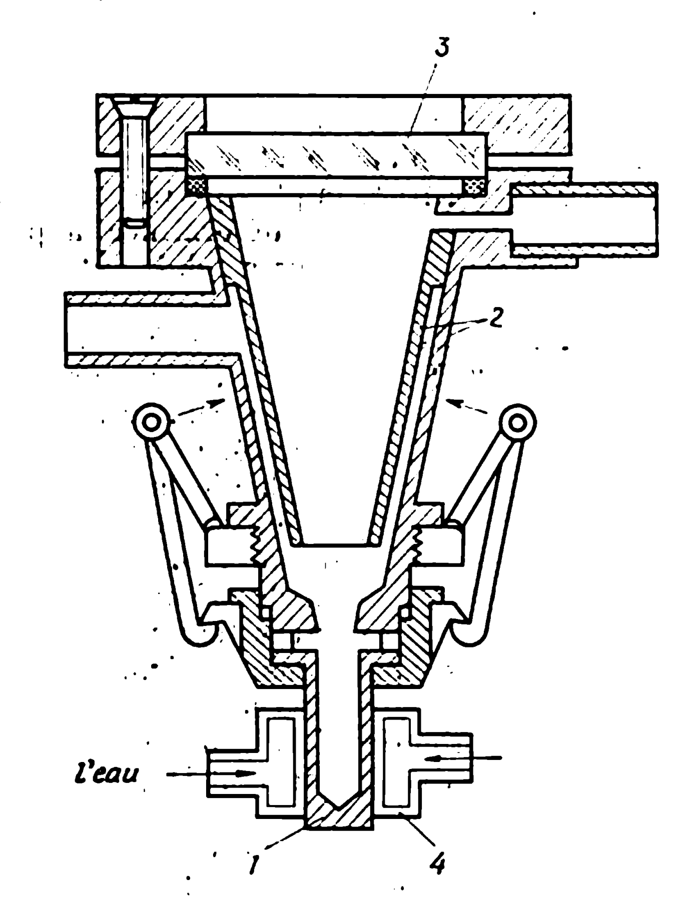


Fig. 7.18. Tube à décharge à cathode creuse:
— cathode creus. ; 2 — anode ; 3 — fenêtre en verre ; 4 — réfrigérant à eau

présente de grandes potentialités d'application (fig. 7.19). L'observation s'effectue suivant une direction perpendiculaire au mouvement des atomes rayonnants; le faible élargissement des raies spectrales n'est dû qu'à la faible divergence du faisceau (à l'existence d'une projection non nulle de la vitesse des atomes sur la direction d'observation). On doit reconnaître que l'utilisation expérimentale de cette source de lumière est délicate, vu la faible intensité du rayonnement émis.

Dans le cas où deux raies de longueurs d'onde voisines sont émises par un laser, on peut améliorer considérablement les conditions de leur observation. Un exemple en est fourni par la mesure interfé-

rométrique de très faibles intervalles entre des modes longitudinaux (voir fig. 5.63).

Reprenons l'étude de l'effet Doppler qui se manifeste dans le cas d'un mouvement ordonné. Nous allons chercher la vitesse relative minimale du mouvement de deux corps le long d'une droite que l'on arrive à déterminer par mesure du déplacement par effet Doppler. A première vue, la question est claire puisque l'égalité $\frac{v}{c} = \frac{\Delta\nu}{\nu}$ établit une corrélation entre le rapport $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ et le rapport en question v/c. En admettant que la séparation de deux raies voisines est limitée par l'élargissement Doppler de chacune des raies et en remarquant que $\delta\nu_{\text{Dop}}/\nu \approx 10^{-5}$ à 10^{-6}, la plus petite valeur de v pouvant être déterminée à partir de telles mesures doit être de l'ordre de 1 km/s. On sait que l'on atteint en astronomie à une telle précision dans la détermination des vitesses radiales relatives de la Terre et des corps célestes; ces déterminations sont basées sur la mesure du déplacement des raies spectrales émises par une étoile par rapport à la position de mêmes raies émises par des sources terrestres. Si cependant on modifie convenablement les conditions expérimentales on arrive à mesurer le rapport $\Delta\nu/\nu$ avec une bien meilleure précision. Ainsi la question de la vitesse minimale d'un mouvement relatif que l'on peut déterminer par mesure du déplacement Doppler mérite-t-elle une étude plus poussée.

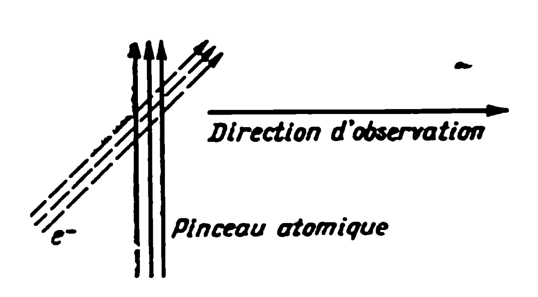


Fig. 7.19. Schéma illustrant le procédé des faisceaux croisés

Il est bien connu que les phases de deux ondes monochromatiques sont toujours corrélées, de sorte que, si ces deux ondes de fréquences voisines se rencontrent, elles interféreront. Considérons un photomultiplicateur (ou tout autre récepteur de lumière fonctionnant en détecteur quadratique) éclairé par la lumière issue de deux sources monochromatiques de fréquences ω_1 et ω_2:

$$E_1 = E_{10}\cos(\omega_1 t + \varphi_1), \quad E_2 = E_{20}\cos(\omega_2 t + \varphi_2), \tag{7.53}$$

où $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi\Delta l_0/\lambda + \Delta\varphi_0$ est la différence des phases initiales, Δl_0 étant la différence de marche éventuelle des deux ondes.

Pour évaluer l'intensité du signal électrique à la sortie du photomultiplicateur $I \sim \langle(E_1 + E_2)^2\rangle$ nous devons tenir compte de ce que toutes les oscillations haute fréquence (fréquences $2\omega_1$, $2\omega_2$, $(\omega_1 + \omega_2)$) sont moyennées par le récepteur de lumière et que la composante alternative du photocourant (*signal de battement*) sera repré-

sentée par un signal modulé dont la fréquence différentielle est

$$2\pi f = \omega_1 - \omega_2. \qquad (7.54)$$

L'intensité de ce signal peut être représentée par

$$I \sim E_{10}E_{20} \cos [2\pi ft + (\Delta l_0/\lambda)\,\pi]. \qquad (7.55)$$

Pour qu'ait lieu l'interférence effective de deux ondes dont les phases sont corrélées, nous utiliserons le dispositif que nous avons décrit au § 5.8; c'est un interféromètre de Michelson, l'un des miroirs duquel peut être déplacé à l'aide d'un mécanisme le long d'un segment de droite de longueur Δl_1, à une vitesse $\pm v$. Supposons que l'interféromètre soit éclairé par une lumière de fréquence donnée ω_1; on dispose devant le photomultiplicateur un diaphragme circulaire ou à fente, le signal électrique étant enregistré par un oscillographe. Dans notre cas $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \pm 2\, v/c$, puisque après réflexion dans le miroir animé d'une vitesse v la vitesse relative de l'émetteur et du récepteur de lumière sera égale à $2v$. L'intensité du signal est de la forme (7.55), tandis que la fréquence différentielle f est déterminée par l'égalité $2\pi f = \pm 2\,(v/c)\,\omega_1$. Ainsi que nous l'avons déjà indiqué dans ces conditions expérimentales, on verra apparaître à la sortie de l'interféromètre une figure d'interférence non stationnaire (c.-à-d. mouvante) qui se présente sur l'oscillographe sous la forme d'une sinusoïde de fréquence f.

Ainsi nous arrivons à une concordance parfaite entre le résultat de l'étude (§ 5.8) de l'interférence de deux ondes de même fréquence présentant une différence de marche dépendant linéairement du temps ($\Delta = vt$), et le résultat auquel nous arrivons en faisant intervenir l'effet Doppler et en calculant le signal de battement de fréquence différentielle f, formé par interaction de deux ondes de fréquences ω_1 et $\omega_2 = \omega_1\,(1 \pm 2\, v/c)$.

L'arrangement des dispositifs de balayage nous a permis de faire varier la vitesse v dans des limites assez larges. Les fréquences différentielles correspondantes variaient entre 40 kHz et 120 kHz, ce qui permettait de les mesurer par divers procédés (en comparant, par exemple, les figures de battement avec la sinusoïde fournie par un générateur étalonné). La fig. 5.50 reproduit la photographie de la courbe expérimentale apparaissant sur l'écran d'un oscilloscope dans le cas d'une fréquence différentielle $f \approx 50$ kHz. Dans cette même expérience on a mesuré la vitesse de déplacement du miroir de l'interféromètre correspondant à cette fréquence différentielle : $v = \pm 1{,}5$ cm/s.

Dans cette expérience, l'interféromètre était éclairé par le rayonnement d'un laser au néon-hélium émettant sur une seule fréquence. Cela a permis de placer le miroir mobile M_2 à une distance de plusieurs mètres et de montrer qu'il était possible d'observer les figures

d'interférence pour une grande différence de marche des rayons, la longueur de cohérence du rayonnement laser étant beaucoup plus grande que celle des sources lumineuses usuelles pour lesquelles $L_{coh} \approx$ $\approx$ 3 à 30 cm. Il est évident que si le miroir mobile M_2 se déplace à une longueur inférieure à L_{coh} (Δl_0 est alors voisin de zéro, les chemins optiques dans l'interféromètre sont presque égaux et Δl ne varie que de quelques centimètres), on obtient alors une figure d'interférence analogue en élcairant l'interféromètre avec une source de lumière ordinaire (non laser), par exemple, avec une raie spectrale de largeur $\delta\lambda_{Dop}$ émise par un plasma à décharge gazeuse. Les expériences classiques de Michelson, décrites ci-dessus, démontrent qu'il en est bien ainsi. En effet, Michelson mesurait la visibilité V des anneaux d'interférence en faisant croître la différence de marche des rayons grâce au déplacement du miroir M_2. Lorsque le miroir M_2 restait immobile, on observait une figure d'interférence stationnaire et lorsqu'il était en mouvement, tout en restant dans les limites de parcours indiquées on observait une transition progressive d'une figure d'interférence à la suivante, donc sa variation dans le temps, autrement dit une figure mouvante.

Il est facile de confirmer par des considérations évidentes la possibilité d'observation du signal de battement lors du mouvement uniforme de l'un des miroirs de l'interféromètre de Michelson éclairé par la lumière d'une raie spectrale de largeur $\Delta\omega$. Toute onde de fréquence ω_i donne naissance à une onde de fréquence ω_i $(1 \pm 2\ v/c)$ avec laquelle elle entre en interférence pour donner à la sortie un signal modulé de fréquence différentielle

$$2\pi f = \pm\ 2\ (v/c)\omega_i. \tag{7.56}$$

Par conséquent, lorsqu'on éclaire l'interféromètre avec une source ordinaire émettant une lumière de fréquence ω_1, on verra apparaître, comme avant, une interaction de deux ondes corrélées de fréquences ω_1 et ω_2; le degré de cette corrélation est déterminé par l'uniformité de la vitesse de déplacement v des miroirs *).

Il est clair que, dans ces conditions expérimentales, la largeur du signal de battement devient plus grande et sa netteté moindre. La visibilité de la figure d'interférence devient moins bonne puisque l'on étudie, dans ce cas, une onde quasi monochromatique et le degré de corrélation entre l'onde ω_1 et l'onde $\omega_2 = \omega_1\ (1 \pm 2\ v/c)$ sera d'autant plus petit que leur différence de marche Δl est plus proche de L_{coh}. Dans le cas où Δl serait supérieur à L_{coh}, déterminée par la largeur Doppler de la raie servant à éclairer l'interféromètre, la figure d'interférence disparaît complètement. On peut s'attendre également à des difficultés d'obtention d'un bon rapport signal/bruit

*) Le lecteur ne doit pas confondre cette expérience avec les très délicates expériences de Forrestor (1955-1956) qui étudiait l'interaction de signaux non corrélés.

puisque la brillance des sources ordinaires est bien plus petite que celle des lasers.

On pourrait continuer à énumérer toutes les difficultés d'ordre technique que l'on peut rencontrer lorsque l'on cherche à observer le signal de battement en éclairant l'interféromètre avec une raie spectrale élargie; cependant cela n'affecte en rien le principe de la question. Il est certain qu'ayant fixé par un procédé quelconque une certaine corrélation entre deux ondes, on peut observer leur interférence. Si la fréquence ω_2 est déterminée par le mouvement uniforme du miroir réfléchissant une partie du rayonnement à l'étude, toute onde de fréquence ω_1 comprise dans les limites du contour de la raie spectrale, pourra interférer avec une autre onde de fréquence ω_2 qui diffère par la quantité $2\pi f$ de la fréquence ω_1, la fréquence différentielle. On verra apparaître alors un signal de battement permettant de déterminer une vitesse aussi faible que l'on veut du miroir puisqu'il est possible d'enregistrer de très faibles modifications des figures d'interférence. La plus petite valeur mesurable de v dépend naturellement des conditions expérimentales. Ces valeurs seront évidemment de plusieurs ordres de grandeur plus petites que pour les très grandes vitesses dont il a été question plus haut. L'estimation que nous avons faite de la précision des mesures astronomiques de la vitesse radiale basées sur l'effet Doppler ($v \approx 1$ km/s) correspond à la comparaison de sources lumineuses non corrélées: l'étoile à l'étude et la source lumineuse terrestre émettant la même raie spectrale.

La possibilité de mesurer une vitesse relative très faible du mouvement de deux corps présente un intérêt considérable pour la pratique. L'utilisation de rayonnements laser permet d'observer des figures d'interférence pour une différence de marche des rayons plus grande, donc pour des corps se trouvant à plus grande distance l'un de l'autre.

Cet exposé avait également pour objet d'initier le lecteur aux nouvelles possibilités d'effectuer des mesures optiques de haute précision en mettant en œuvre l'effet Doppler. Cependant, dans le cadre restreint de notre cours, il est impossible de décrire les procédés modernes de la spectroscopie optique (interférence des états atomiques, spectroscopie laser, etc.).

CHAPITRE VIII

LIMITES DE VALIDITÉ DE LA THÉORIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA LUMIÈRE ET ÉLÉMENTS D'OPTIQUE QUANTIQUE

Au début du XXe siècle la théorie électromagnétique complétée par les phénomènes électroniques et tenant compte des effets relativistes était la seule théorie de la lumière. Les problèmes sur lesquels butait l'ancienne théorie ondulatoire avaient été résolus aussi clairement et simplement que possible. L'application de la théorie électromagnétique à la résolution de problèmes physiques les plus divers prouverait les potentialités illimitées, semblait-il, de la nouvelle optique ondulatoire.

C'est à ce moment là qu'apparaissaient certains problèmes que l'on ne pouvait résoudre à l'aide de la théorie électromagnétique. Ainsi, par exemple, on a vainement tenté de donner une description quantitative du rayonnement thermique d'équilibre pour lequel la formule de Rayleigh-Jeans, impeccable du point de vue de la physique classique, conduisait à des résultats absurdes. Une hypothèse hardie de Planck a permis non seulement de résoudre ce problème, mais encore de jeter les bases d'une nouvelle théorie de la lumière, que l'on désigne sous le nom de *physique des photons* ou encore *optique quantique*.

Ce processus de révision des anciennes conceptions marqua le début d'une nouvelle ère de développement de la physique. Certaines conceptions qui à la fin du XIXe siècle semblaient immuables se sont avérées insuffisantes. Le présent chapitre est consacré à l'étude des problèmes fondamentaux qui définissent la limite de validité de la théorie électromagnétique de la lumière.

§ 8.1. Rayonnement thermique d'équilibre

On sait que dans les études expérimentales et en technique, on utilise différents procédés de production d'ondes lumineuses. Dans ce paragraphe, nous accorderons notre attention à l'émission des radiations par les corps solides incandescents où la perte d'énergie résultant du rayonnement est constamment compensée par l'apport d'énergie thermique. Ce rayonnement est caractérisé par un spectre

continu et porte le nom de *rayonnement thermique*. Nous considérons plus spécialement le rayonnement thermique en le distinguant des différents types de *rayonnement par luminescence* (émission de lumière par les décharges électriques, par les processus chimiques, etc.) pour la raison que c'est le seul type de rayonnement pouvant être en équilibre avec plusieurs corps en présence.

Définissons plus nettement la notion d'*équilibre thermique*; cette notion jouera un rôle essentiel dans nos considérations ultérieures, consacrées, pour une large part, à l'étude des aspects énergétiques des processus d'émission et d'absorption de la lumière. Pour cela, il est utile de considérer, du point de vue de la thermodynamique, les processus évoluant dans une cavité fermée. Supposons que les parois de la cavité réfléchissent en totalité la lumière incidente. Plaçons dans la cavité un corps quelconque émettant de l'énergie rayonnante; un champ électromagnétique y apparaîtra et, au bout d'un certain temps, la cavité sera toute entière le siège d'un rayonnement en équilibre thermique avec le corps. On atteindra à l'équilibre thermique même dans le cas où l'on arrivait à supprimer par un procédé quelconque tout échange thermique entre le corps à l'étude et le milieu ambiant (on peut, par exemple, imaginer que l'expérience est réalisée dans le vide pour éviter la conduction et la convection). L'équilibre thermique s'établira alors rien que par émission et absorption des radiations, et la température du corps rayonnant sera égale à la température du rayonnement électromagnétique remplissant de façon isotrope l'espace de la cavité; toute partie de la surface du corps émet par unité de temps autant d'énergie qu'elle en absorbe. L'état d'équilibre s'établit indépendamment des propriétés du corps placé dans la cavité fermée, bien que le temps requis pour arriver à l'équilibre en dépende. La densité d'énergie du champ électromagnétique régnant à l'équilibre dans la cavité ne dépend que de la température, ainsi que nous le démontrerons dans ce qui suit.

On doit remarquer que la densité d'énergie du champ électromagnétique régnant dans la cavité n'est pas égale à la densité volumique d'énergie thermique renfermée dans les corps se trouvant dans la cavité (il s'agit de l'énergie dite interne, déterminée par l'agitation thermique des particules constituant les corps et dépendant de leur température et non de leurs propriétés). Aux températures modérées (300 K, par exemple) la densité volumique de l'énergie thermique d'un corps est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à la densité d'énergie du champ électromagnétique régnant dans la cavité, mais, à l'état d'équilibre, leur rapport est invariable puisque le corps reçoit du champ autant d'énergie qu'il lui en cède.

Un rayonnement thermique d'équilibre est caractérisé non seulement par la densité volumique de l'énergie, mais également par la répartition spectrale de cette énergie. Aussi allons-nous caractériser un rayonnement d'équilibre remplissant de façon isotrope tout l'es-

pace de la cavité par la fonction U_ν — la *densité spectrale du rayonnement* — qui est l'énergie moyenne de l'unité de volume du champ électromagnétique répartie dans un intervalle de fréquence $(\nu, \nu + \delta\nu)$ et rapportée à la largeur de cet intervalle. Cette importante caractéristique du champ électromagnétique joue un rôle essentiel dans l'étude des questions liées à la thermodynamique du rayonnement. Il est évident que la valeur de U_ν doit dépendre notablement de la température.

En toute rigueur, la notion de température est valable seulement pour un rayonnement thermique d'équilibre. A l'état d'équilibre, la température doit être constante. Cependant, on utilise souvent la notion de température pour caractériser des corps incandescents ne se trouvant pas en équilibre avec le rayonnement. D'ailleurs, si les paramètres du système varient lentement, on peut caractériser celui-ci, durant chaque intervalle de temps choisi, par sa température, qui varie elle aussi lentement. Ainsi, par exemple, s'il n'y a pas d'apport de chaleur et que le rayonnement est déterminé par une diminution de l'énergie du corps rayonnant, sa température ira en diminuant.

Rappelons qu'en physique, on utilise aujourd'hui la notion de température dans des cas notablement plus compliqués du point de vue de la thermodynamique. Ainsi, par exemple, dans les études sur les décharges gazeuses on parle de la température électronique $T_{\text{él}}$ caractérisant l'énergie cinétique moyenne du mouvement désordonné des électrons, ainsi que des températures atomique T_{at} et ionique T_{ion} caractérisant les énergies cinétiques moyennes du mouvement désordonné des atomes et des ions. Dans certains cas, ces trois températures peuvent être fort différentes (par exemple, dans un plasma basse pression où les collisions entre particules sont rares). A pression élevée, lorsque le nombre de collisions est grand (plasma d'arc à pression atmosphérique) les énergies cinétiques moyennes des différentes sortes de particules s'égalisent et une telle source lumineuse peut être caractérisée par une seule température.

Pour décrire les processus d'émission et d'absorption de l'énergie lumineuse on utilise les notions de *facteur d'émission* (ou *pouvoir émissif*) et de *facteur d'absorption* (ou *pouvoir absorbant*) des corps. Examinons ces deux caractéristiques.

Par *facteur d'émission*, r_λ on entend la densité spectrale $d\Phi_\lambda/d\lambda$ du flux $d\Phi$ d'énergie rayonnante émis par unité de surface δS dans toutes les directions et comprenant toutes les radiations de longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$

$$d\Phi_\lambda = r_\lambda d\lambda. \tag{8.1}$$

On sait que le flux d'énergie émis par l'unité de surface porte le nom de *radiance énergétique* d'un corps. Il s'ensuit que le facteur d'émission est la radiance énergétique d'un corps par unité de lon-

gueur d'onde. Le facteur d'émission d'un corps dépend de sa température et ne dépend ni de la température des corps qui l'entourent ni de ce que ce corps se trouve ou non en équilibre avec le rayonnement.

Nous avons déjà indiqué que nous ne considérons que des corps émettant un spectre continu. Pour obtenir la radiance énergétique totale d'un corps $R_{\text{én}}$ on doit intégrer l'expression du flux d'énergie $r_\lambda d\lambda$ sur toutes les longueurs d'onde de 0 à ∞ (fig. 8.1). Sur cette figure, l'aire délimitée par la courbe r_λ caractérise la radiance énergétique

$$R_{\text{én}} = \int_0^\infty r_\lambda \, d\lambda. \qquad (8.2)$$

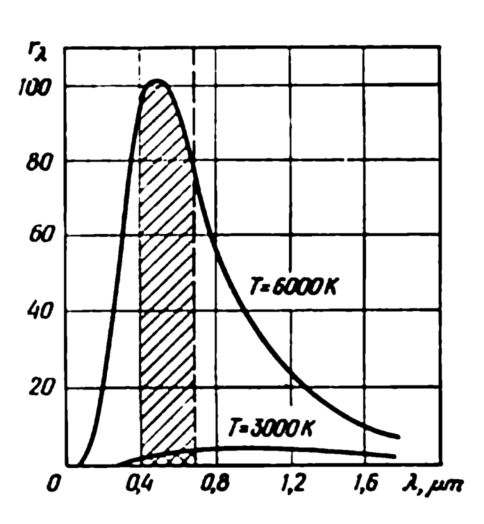


Fig. 8.1. Variation du facteur d'émission du corps noir en fonction de la longueur d'onde La zone hachurée correspond à la partie visible du spectre

Dans certains cas, on est amené à étudier la dépendance du facteur d'émission non pas en fonction de la longueur d'onde, mais avec la fréquence. Nous introduisons donc la grandeur r_ν, l'indice ν indiquant que l'on mesure alors le flux d'énergie $r_\nu d\nu$ émis par l'unité de surface dans une gamme de fréquence $(\nu, \nu + d\nu)$. Il est évident que $|r_\lambda d\lambda| = |r_\nu d\nu|$. En remarquant que $d\nu = -\left(\frac{c}{\lambda^2}\right) d\lambda$, on écrira

$$|r_\nu| = \frac{\lambda^2}{c} |r_\lambda|. \qquad (8.3)$$

Cette relation nous sera utile plus loin. Quelquefois à la place de r_ν on introduit la grandeur qui lui est proportionnelle: $r_\omega = \frac{d\Phi}{d\omega}$; il est clair que r_ω est plus petit que r_ν:

$$r_\omega = r_\nu/(2\pi). \qquad (8.4)$$

Une autre caractéristique importante des corps participant aux processus d'absorption et d'émission de l'énergie radiante est le *facteur d'absorption*. Il est évident que l'élément de surface considéré δS peut non seulement émettre des ondes lumineuses, mais aussi absorber le flux d'énergie lumineuse $d\Phi$ qui l'atteint. Cependant l'aire δS ne peut en général absorber qu'une partie du flux d'énergie incidente (nous la désignons par $d\Phi'$), puisque les ondes lumineuses peuvent également être réfléchies ou diffusées par elle *). Il s'ensuit que $d\Phi' \leqslant d\Phi$.

*) On suppose que les ondes lumineuses ne peuvent passer par la surface δS. Le facteur de transmission est donc supposé être nul.

Remarquons que dans différentes régions du spectre l'absorption est différente. Il est bien connu, par exemple, qu'une mince couche de noir de fumée absorbe pratiquement la totalité des radiations du spectre visible et simultanément présente une transparence notable pour les rayons infrarouges. Aussi lorsqu'on évalue la valeur du rapport $d\Phi'/d\Phi$ doit-on indiquer l'intervalle des longueurs d'onde ou des fréquences où s'effectuent les mesures du flux de rayonnement absorbé. Nous dirons que le facteur d'absorption a_λ représente la partie du flux d'énergie lumineuse tombant sur l'unité de surface, qui s'y trouve absorbée par unité d'intervalle de longueurs d'onde centrées sur λ. Par définition $a_\lambda \leqslant 1$. Les corps qui peuvent absorber la totalité du rayonnement incident quelles qu'en soient les longueurs d'onde, sont appelés *corps noirs*. Pour un corps noir le facteur d'absorption est identiquement égal à l'unité ($a_\lambda \equiv 1$). Nous examinerons plus bas les propriétés d'émission du corps noir, qui absorbe la totalité des radiations incidentes.

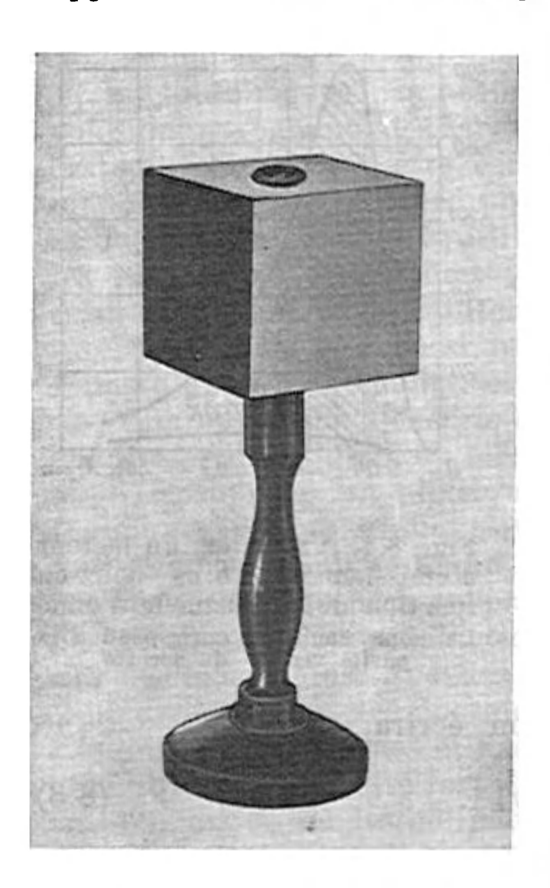


Fig. 8.2. Le cube de Lesly

Il importe d'étudier en détail la corrélation entre le facteur d'émission et le facteur d'absorption de différents corps. Des expériences simples montrent que plus le corps absorbe d'énergie, plus il en émet. Pour démontrer cette propriété du rayonnement thermique, on mesure les flux d'énergie lumineuse qu'émettent deux parois d'un cube métallique évidé et rempli d'eau tiède (fig. 8.2). Une des parois extérieures du cube est brillante et par suite réfléchit beaucoup et absorbe peu. L'autre paroi est noircie et son facteur d'absorption est grand. Le photorécepteur (thermopile) branché sur un galvanomètre sensible est appliqué successivement contre ces deux parois et on enregistre les déviations correspondantes du galvanomètre; les déviations enregistrées lors des mesures de l'intensité du rayonnement émis par la paroi noircie sont plusieurs fois plus grandes que les déviations correspondant au flux émis par la paroi brillante.

Kirchhoff effectua une étude thermodynamique de la corrélation entre les facteurs d'émission et d'absorption. Selon le *théorème de*

Kirchhoff le rapport du facteur d'émission d'un corps à son facteur d'absorption ne dépend que de la température du corps et non de sa nature. S'il n'en était pas ainsi, il ne pourrait exister de rayonnement d'équilibre dans une enceinte où se trouvent des corps de natures différentes. Cela signifie que le rapport r_λ/a_λ est le même pour tous les corps et c'est donc une fonction universelle de la longueur d'onde (fréquence) et de la température:

$$\left(\frac{r_\lambda}{a_\lambda}\right)_1=\left(\frac{r_\lambda}{a_\lambda}\right)_2=\ldots=\left(\frac{r_\lambda}{a_\lambda}\right)_n=f(\lambda, T). \qquad (8.5)$$

La démonstration du théorème de Kirchhoff est basée sur le deuxième principe de la thermodynamique, selon lequel l'équilibre thermique qui s'établit dans un système fermé ne peut être perturbé par un simple échange de chaleur entre des parties constituantes de ce système.

Supposons qu'à l'intérieur d'une enceinte fermée se trouve, parmi d'autres corps, un corps noir, de facteur d'absorption $a_\lambda = 1$. A l'état d'équilibre tous les corps sont à la même température. Entre les corps se trouvant dans l'enceinte s'effectue bien un échange de rayonnement, mais cet échange n'affecte pas l'état d'équilibre. Par suite le rayonnement $r_\lambda \delta S$ émis par un élément de surface δS du corps noir par unité de temps dans l'enceinte est égal au rayonnement qu'il absorbe par unité de temps. Puisque le corps noir absorbe la totalité du rayonnement qui l'atteint, la quantité $r_\lambda \delta S$ caractérise la totalité du rayonnement émis par tous les autres corps se trouvant dans l'enceinte. Remplaçons δS par un élément de surface de même température, mais appartenant non pas à la surface d'un corps noir, mais à celle d'un corps de facteur d'émission $r_{1\lambda}$ et de facteur d'absorption $a_{1\lambda}$. Par unité de temps cet élément de surface δS continue à recevoir un rayonnement $r_\lambda \delta S$, puisque c'est le rayonnement émis par tous les autres corps se trouvant dans l'enceinte et qui est donc invariable. L'élément de surface considéré n'absorbe qu'une partie de ce rayonnement, égale à $a_{1\lambda} r_\lambda \delta S$. Durant le même intervalle de temps elle émet un flux d'énergie $r_{1\lambda} \delta S$. Puisque l'état d'équilibre thermique n'est pas affecté par cet échange d'énergie, on doit avoir $a_{1\lambda} r_\lambda \delta S = r_{1\lambda} \delta S$, d'où $r_{1\lambda}/a_{1\lambda} = r_\lambda$, ce qui démontre que le rapport du facteur d'émission au facteur d'absorption, qui a même valeur pour tous les corps (c'est donc une fonction universelle de la température et de la longueur d'onde), est égal au facteur d'émission du corps noir.

La thermodynamique ne permet pas de préciser la forme de cette fonction universelle. L'analyse thermodynamique qui a été entreprise par Wien a montré que

$$f(\lambda, T) = \nu^3 F(\nu/T), \qquad (8.6)$$

où $F(\nu/T)$ est une fonction indéterminée du rapport de la fréquence à la température.

La *formule de Wien* (8.6) est sûrement valable, puisqu'elle a été établie en partant des considérations les plus générales et des lois de la thermodynamique *). Elle s'est avérée fort utile pour l'étude de différents problèmes, mais pour concrétiser la forme de la fonction $F(\nu/T)$ il était nécessaire d'utiliser une hypothèse convenable sur le mécanisme d'émission de la lumière. Or on se rendit bientôt compte que toutes les tentatives entreprises pour résoudre ce problème dans le cadre de la physique classique conduisaient à un désaccord entre théorie et expérience. Nous examinerons plus loin (§ 8.3) à quel point l'approche de la solution de cette question doit être radicalement neuve pour qu'il y ait accord entre théorie et expérience.

Le théorème de Kirchhoff joue un rôle essentiel dans la thermodynamique des rayonnements et s'applique à la résolution de divers problèmes, notamment à l'étude des propriétés du corps noir. Par définition (*cf.* (8.5)), le facteur d'émission du corps noir est égal à la fonction universelle que nous avons introduite ci-dessus :

$$r_\lambda = f(\lambda, T). \tag{8.7}$$

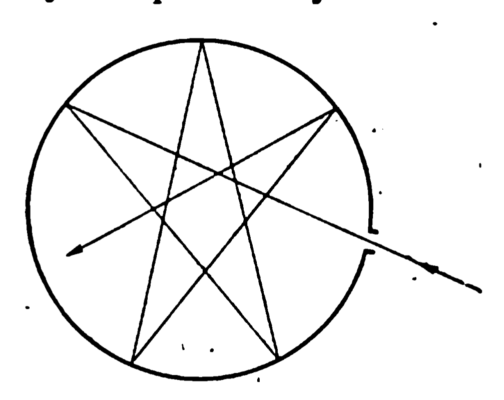


Fig. 8.3. Modèle du corps noir

Cette égalité montre que tout corps noir doit présenter la même répartition spectrale de l'énergie, et que la variation thermique de la radiance énergétique est la même pour tous les corps noirs. Cela ouvre la possibilité de vérifier par expérience divers corollaires du théorème de Kirchhoff et de déterminer par voie expérimentale la forme de la fonction universelle $f(\lambda, T)$. Pour ce faire il faut élaborer un émetteur thermique capable d'absorber toutes les radiations incidentes et étudier son facteur d'émission en fonction de la longueur d'onde des radiations et de la température. La résolution expérimentale de ce problème est basée sur un modèle très simple du corps noir.

Imaginons un corps creux présentant une très petite ouverture (fig. 8.3) à travers laquelle le rayonnement peut y pénétrer et en sortir. Tout rayon lumineux qui pénètre dans la cavité, après plusieurs réflexions sur ses parois sera absorbé ; la probabilité qu'il puisse s'en échapper est pratiquement nulle. Un tel corps creux doit à l'évidence satisfaire à la condition $a_\lambda \equiv 1$, définissant les principales propriétés du corps noir. Le rayonnement émis par le corps

---

*) La formule de Wien peut être établie sans trop de difficultés en incluant l'effet Doppler dans l'étude thermodynamique d'une machine hypothétique à miroirs mobiles (voir M. Born, *Atomic Physics*, London, 1963).

noir ne dépendra donc que de la température des parois du corps creux *).

Nombre d'exemples confirment la validité de ce modèle. Si on prend une boîte dont l'intérieur a été peint en blanc, une petite ouverture dans cette boîte apparaîtra parfaitement noire. Paraissent noires les fenêtres d'une pièce à l'intérieur de laquelle il fait clair par une journée ensoleillée. Le velours ainsi que toute autre étoffe à

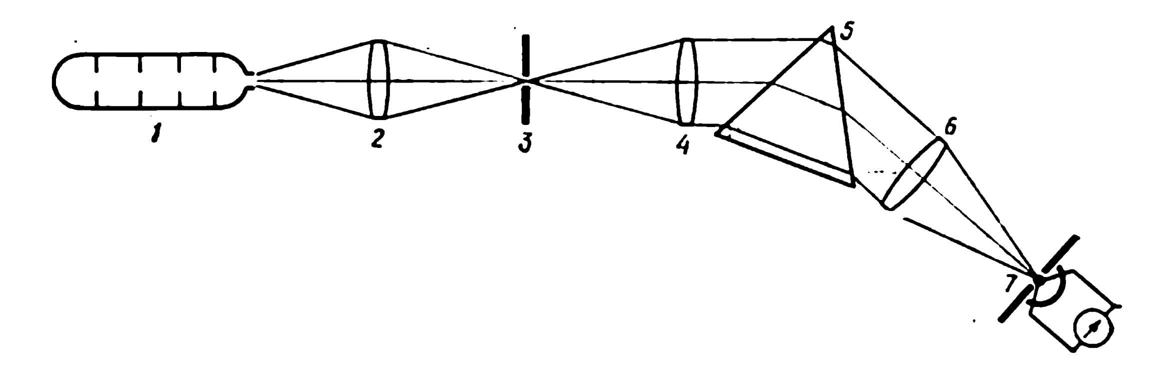


Fig. 8.4. Schéma du montage expérimental pour l'étude de r_λ (λ):
1 — modèle du corps noir; 2 — condenseur optique; 3 — fente d'entrée de l'appareil spectral; 4, 6 — objectifs du collimateur et de la chambre; 5 — prisme; 7 — récepteur non sélectif placé dans le plan de la fente de sortie

surface développée nous paraît plus noir que la surface du cuir ou du bois peints en noir. On pourrait citer de nombreux autres exemples.

La fig. 8.4 représente le schéma d'une expérience permettant d'étudier le facteur d'émission du corps noir correspondant au modèle ci-dessus. En mesurant le flux d'énergie lumineuse dans diverses régions spectrales et à différentes températures, on détermine une famille de courbes caractérisant la dépendance universelle du facteur d'émission avec la longueur d'onde et la température. La fig. 8.5 représente un modèle de laboratoire du corps noir permettant de faire varier sa température dans de larges limites.

Le concept de corps noir joue un rôle important en thermodynamique des rayonnements. En fait, ce n'est que la mise en œuvre de différents modèles de corps noir, qui nous permettra d'établir un lien entre la théorie et l'expérience. Le facteur d'émission de tout corps non noir, porté ne certaine température, peut différer forte-

*) Le lecteur notera que, dans ce modèle du corps noir, le rayonnement est absorbé par les parois de la cavité dont la température détermine la densité spectrale du rayonnement d'équilibre. Dans ce cas, c'est l'enceinte qui constitue le corps se trouvant en équilibre avec le rayonnement électromagnétique qu'elle renferme. Dans le modèle expérimental, il est plus commode de conférer au corps noir toute température que l'on veut que dans le cas du modèle à parois réfléchissantes envisagé ci-dessus.

ment de celui du corps noir. A titre d'exemple, on donne fig. 8.6 les courbes du facteur d'émission en fonction de la longueur d'onde d'un fil de tungstène incandescent et d'un corps noir, qui montrent la forte différence entre un corps noir et un corps non noir.

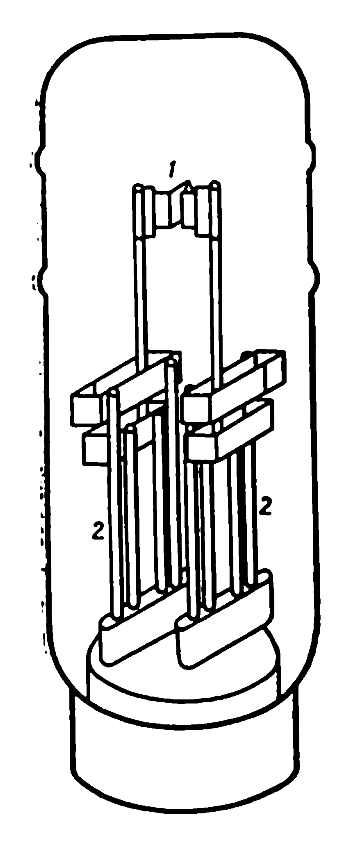


Fig. 8.5. Corps noir de laboratoire:
1 — cavité rayonnante; 2 — électrodes d'amenée du courant

Selon le théorème de Kirchhoff, le facteur d'émission d'un corps non noir quelconque peut être représenté par

$$r_\lambda = a_\lambda f(\lambda, T). \tag{8.8}$$

Plus le facteur d'absorption d'un corps non noir est différent de l'unité, plus son facteur d'émission diffère de celui du corps noir. Cette différence ne disparaît que si $a_\lambda = 1$.

Etablissons une corrélation entre le facteur d'émission du corps noir et la densité spectrale du rayonnement d'équilibre. Calculons le flux d'énergie tombant sur l'unité de surface disposée à l'intérieur d'une enceinte fermée, remplie par de l'énergie électromagnétique avec une densité moyenne U_ν. Supposons que le rayonnement confiné dans l'angle solide $d\Omega$ tombe sur cette surface unité ($\delta S = 1$) le long d'une direction définie par les angles θ et φ (fig. 8.7)

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi. \tag{8.9}$$

Comme le rayonnement d'équilibre est isotrope, l'énergie contenue dans cet angle solide vaut $d\Omega/(4\pi)$ de l'énergie totale emmagasinée dans l'enceinte. Le flux d'énergie électromagnétique traversant par unité de temps l'unité de surface est

$$cU_\nu \frac{d\Omega}{4\pi} \cos\theta. \tag{8.10}$$

En substituant (8.9) à $d\Omega$ dans (8.10) et intégrant par rapport à φ entre $(0, 2\pi)$ et par rapport à θ entre $(0, \pi/2)$ nous obtenons le flux total d'énergie tombant sur l'unité de surface

$$\frac{1}{4\pi} cU_\nu \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta \, d\theta = \frac{1}{4} cU_\nu. \tag{8.11}$$

Il est évident qu'à l'équilibre on doit égaler l'expression (8.11) au facteur d'émission r_ν du corps noir, qui définit le flux d'énergie

émis par l'unité de surface $\delta S = 1$ dans l'intervalle de fréquence unité centré sur la fréquence ν:

$$r_\nu = \frac{1}{4} cU_\nu. \qquad (8.12)$$

Nous avons démontré ainsi qu'au facteur $c/4$ près le facteur d'émission coïncide avec la densité spectrale du rayonnement d'équilibre.

Indiquons pour conclure que le rayonnement émis par un corps noir (lumière sortant d'une petite ouverture pratiquée dans une

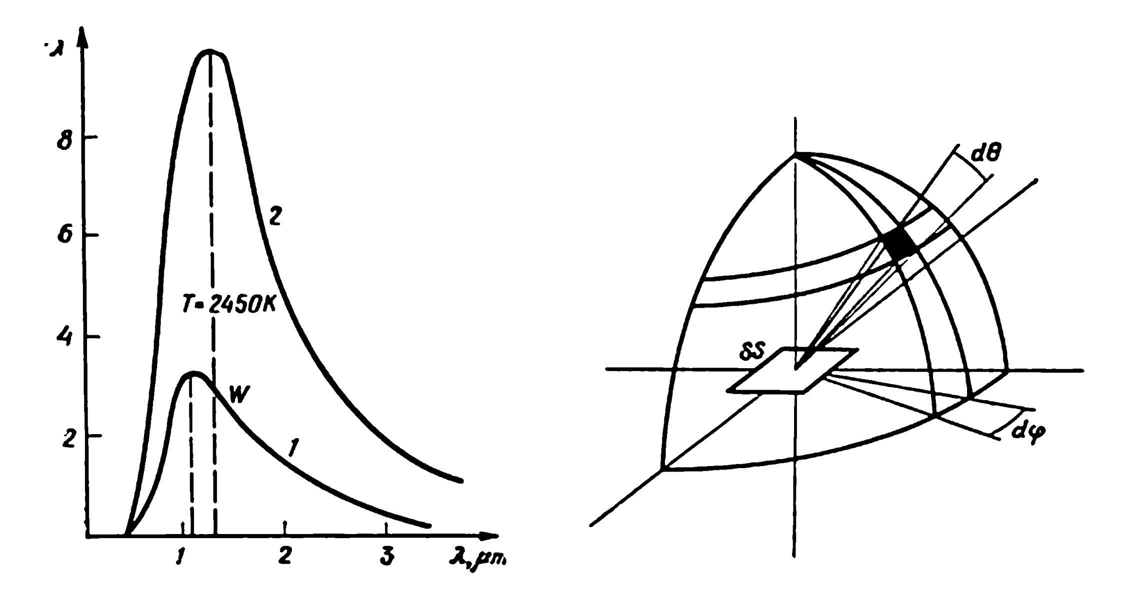


Fig. 8.6. Facteurs d'émission du corps noir (*2*) et d'une spirale de tungstène (*1*)

Fig. 8.7. Construction utilisée pour établir la formule (8.12)

enceinte fermée) n'est pas un rayonnement d'équilibre. Ce rayonnement émis n'est pas isotrope puisqu'il ne se propage pas dans toutes les directions. Quant à la répartition spectrale de ce rayonnement, elle coïncide avec la densité spectrale du rayonnement d'équilibre occupant de manière isotrope l'espace de l'enceinte. C'est pour cela que nous avons utilisé la formule (8.12) valable à toute température. Il n'existe aucune autre source d'énergie présentant une telle répartition spectrale de l'énergie. Ainsi, par exemple, les spectres d'émission d'une décharge gazeuse ou de la lumière émise par les réactions chimiques diffèrent notablement de celui du rayonnement d'un corps noir. La répartition spectrale de l'énergie du rayonnement émis par les corps incandescents diffère également de celle d'un corps noir; nous l'avons illustré par la fig. 8.6 représentant les spectres d'une source lumineuse usuelle (lampe à incandescence à fil de tungstène) et du corps noir.

§ 8.2. Lois de rayonnement du corps noir et leurs applications

Les particularités de la variation du facteur d'émission du corps noir avec la longueur d'onde et la température ont été généralisées sous la forme de deux lois portant les noms de deux savants qui ont étudié ces phénomènes tant en théorie qu'expérimentalement.

Loi de Stefan-Boltzmann. La radiance énergétique totale du corps noir est proportionnelle à la quatrième puissance de la température:

$$R_{\text{én}} = \int_0^\infty r_\lambda \, d\lambda = \sigma T^4. \tag{8.13}$$

La constante σ est déterminée par l'expérience; elle est égale à $5{,}7 \cdot 10^{-16}$ W/ ($m^2 \cdot K^4$). On notera que la loi de Stefan-Boltzmann ne s'applique pas aux corps non noirs. Pour ces corps, σ ne reste pas constant à mesure que la température croît et il devient difficile d'exprimer les résultats expérimentaux par une loi en T^4. La radiance énergétique du corps non noir est toujours plus petite que celle d'un corps noir à la même température.

Loi de déplacement de Wien. Le produit de la longueur d'onde correspondant au maximum du rayonnement par la température du corps noir reste constant lorsque la température varie:

$$\lambda_{max} T = b. \tag{8.14}$$

La constante $b = 0{,}2886$ cm·K a été déterminée expérimentalement.

Selon la loi (8.14) la valeur de λ_{max} doit diminuer à mesure que la température augmente. Par suite, le maximum de la courbe r_λ doit se déplacer vers les courtes longueurs d'onde. Ce comportement du corps noir est illustré par la fig. 8.1 représentant les dépendances spectrales à deux températures du corps noir, l'une étant deux fois plus grande que l'autre: 3000 K (*I*) et 6000 K (*II*); la première température correspond à celle du filament d'une puissante lampe à incandescence et la seconde à la température du Soleil. Lorsque la température de l'émetteur est rendue double, le maximum du rayonnement se déplace de l'infrarouge dans la région verte du spectre ($\lambda \approx 5000$ Å) qui est la plus favorable à la vision, étant donné que la sensibilité de l'œil y est maximale. L'aire délimitée par ces courbes caractérisant la radiance énergétique totale augmente de 16 fois lorsque la température augmente de 2 fois.

La loi de déplacement (de même que la loi de Stefan-Boltzmann) n'est applicable qu'au corps noir. Cependant pour certains corps non

noirs l'écart par rapport à λ_{max} du maximum de la courbe r_λ mesuré à la même température que celle du corps noir est relativement faible. On met à profit ce fait pour la mesure de la température de certains corps non noirs.

Notons que l'ordonnée maximale de la courbe r_λ croît avec la température encore plus rapidement que l'aire délimitée par cette courbe, qui caractérise la radiance énergétique du corps noir:

$$(r_\lambda)_{max} \sim T^5. \tag{8.15}$$

Nous voulons souligner encore une fois que les lois de Stefan-Boltzmann et de Wien expriment la généralisation des résultats expérimentaux relatifs à la dépendance de la radiance du corps noir avec la longueur d'onde et la température. Mais ces lois sont parfaitement conformes à la théorie thermodynamique du rayonnement thermique d'équilibre. Pour le démontrer nous allons déduire les lois du corps noir de la formule thermodynamique de Wien (8.6).

Désignons le rapport ν/T par ξ; on a alors $d\nu = Td\xi$ et

$$R_{\text{én}} = \int_0^\infty r_\nu \, d\nu = \int_0^\infty \nu^3 F(\nu/T)\, d\nu = T^4 \int_0^\infty \xi^3 F(\xi)\, d\xi. \tag{8.16}$$

On ne peut calculer l'intégrale (8.16) sans faire d'hypothèse sur la forme de la fonction $F(\xi)$, mais on constate que l'expression (8.16) est conforme à la dépendance $R_{\text{én}} \sim T^4$, exprimant sous une forme générale la loi de Stefan-Boltzmann. Par un choix convenable de la fonction $F(\xi)$ on peut comparer la valeur de l'intégrale figurant dans (8.16) à la valeur expérimentale de σ et vérifier la validité de la théorie avancée. C'est ainsi que procéda Planck lors de sa première évaluation de la valeur de la constante h, définissant le quantum d'énergie (*cf.* § 8.3).

Pour passer de la formule thermodynamique de Wien (8.6) à la loi de déplacement, nous devons trouver l'extrémum de la fonction r_λ. Nous prenons la dérivée $\partial r_\lambda/\partial\lambda$ et l'égalant à zéro nous trouvons la valeur de λ_{max} en fonction de la température:

$$r_\lambda = r_\nu \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}\left(\frac{c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{c}{\lambda T}\right) = -\frac{c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right).$$

Différentions cette expression sur la longueur d'onde:

$$\frac{c^4}{\lambda^5}\left(\frac{c}{\lambda^2 T}\right) F'\left(\frac{c}{\lambda T}\right) + \frac{5c^4}{\lambda^6} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right) = 0. \tag{8.17}$$

En divisant les deux membres de l'égalité (8.17) par c^4/λ^6 et en posant $\frac{c}{\lambda T} = \xi$, nous obtenons

$$\xi F'(\xi) + 5F(\xi) = 0. \tag{8.18}$$

Comme la fonction $F(\xi)$ est indéterminée on ne peut résoudre cette équation. Il est cependant indubitable que s'il existe une solution, celle-ci doit conduire à une valeur $\xi = c/(\lambda_{max} T) =$ const que l'on ne peut déterminer par une théorie thermodynamique. On a obtenu ainsi l'égalité (8.14) qui est postulée par la loi de déplacement de Wien. De même que dans le cas de l'étude de la loi de Stefan-Boltzmann, il est possible de vérifier si la fonction $F(\xi)$ choisie est la bonne, en comparant la solution obtenue avec la loi expérimentale de Wien (8.14).

Voyons maintenant les applications pratiques des lois ci-dessus. L'importance de ces lois réside dans la possibilité d'utiliser un modèle du corps noir en qualité d'étalon de source lumineuse, dont la radiance dépend d'une façon déterminée de la longueur d'onde et de la température. La mesure de la radiance énergétique totale ou de la longueur d'onde correspondant au maximum de radiance d'une telle source, permet de déterminer sa température. De telles mesures basées sur la mise en œuvre des lois du corps noir sont parfaitement légitimes et l'erreur commise sur la température mesurée ne doit dépendre que de la reproductibilité des mesures de $R_{én}$ et de λ_{max}. Dans la pratique, on utilise cependant des sources de lumière dont le facteur d'émission diffère plus ou moins fortement du facteur d'émission du corps noir et le produit $\lambda_{max} T$ n'est pas égal à la constante b, dont la valeur est déterminée à partir d'expériences avec le corps noir. En utilisant les lois du corps noir pour déterminer la température d'un corps non noir on introduit une erreur supplémentaire qui est de la nature d'une erreur systématique.

Pour illustrer ces déviations par rapport au comportement du corps noir, on a représenté fig. 8.6 le facteur d'émission, en fonction de la longueur d'onde, d'une lampe à incandescence à filament de tungstène (*1*) et la courbe r_λ d'un corps noir (*2*). Les deux sources de lumière ont même température ($T \approx 2450$ K). On voit que la courbe *1* passe plus bas que la courbe *2* et qu'elle est décalée par rapport à cette dernière dans le sens des ondes courtes. Cela signifie qu'aux ondes courtes ($\lambda < \lambda_{max}$) le facteur d'émission du tungstène diffère moins du facteur d'émission du corps noir qu'aux ondes longues ($\lambda > \lambda_{max}$) ; cela tient à ce que ce métal manifeste une absorption sélective dans cette gamme de longueurs d'onde (selon la loi de Kirchhoff un corps doit présenter une émission plus forte dans la partie du spectre où son absorption est plus forte). L'examen de ces courbes conduit à conclure que si on essayait de déterminer la température du filament de tungstène par mesure de sa radiance énergétique et calcul de la valeur de $\sqrt[4]{R_{én}/\sigma}$, on obtiendrait une température T' entachée d'une erreur systématique, car la loi de Stefan-Boltzmann n'est pas valable pour cette source de lumière. On obtiendrait une valeur différente T'' de la température de cette même source, par évaluation de la valeur du rapport b/λ_{max}, ceci en raison de la défaillance, pour

cette source, de la loi de déplacement de Wien. En effet la courbe *1* présente par rapport à la courbe *2* un déplacement supplémentaire vers les ondes courtes.

La détermination de la température des corps non noirs se heurte, dans tous les cas, à des difficultés de cette sorte. Toute source lumineuse réelle est caractérisée par ses propres déviations par rapport aux lois du corps noir, ce qui implique que chaque fois que l'on indique

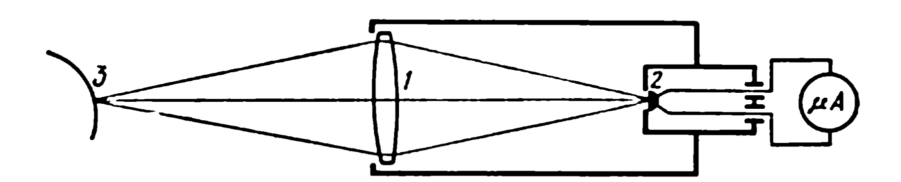


Fig. 8.8. Schéma d'un pyromètre à rayonnement total:
1 — objectif; *2* — photorécepteur peu sélectif; *3* — objet dont on mesure la température du rayonnement

la température d'un corps, on doit indiquer son procédé de détermination. Aussi distingue-t-on trois procédés de détermination de la température, dont les dénominations indiquent le procédé de mesure.

1. Température de radiation. Le schéma des mesures est représenté fig. 8.8. On mesure la radiance énergétique totale à l'aide d'un récepteur de lumière peu sélectif dont la réaction est sensiblement la même aux radiations de toutes les longueurs d'onde (un couple ou une batterie de couples thermo-électriques). Pour tenir compte de ce que la radiance énergétique du corps non noir considéré est plus petite que celle d'un corps noir on introduit un coefficient montrant de combien de fois on devrait diminuer la valeur de σ pour pouvoir calculer la température par la loi de Stefan-Boltzmann. Autrement dit, pour mesurer la température, on utilise une formule d'interpolation

$$R_{\text{én}} = k\sigma T_{\text{rad}}^4,$$

$R_{\text{én}}$ est donné par l'expérience; la valeur de k ($k < 1$) est tabulée pour différents matériaux dont la radiance avait été comparée avec celle du corps noir. Lorsque l'on cherche à déterminer la température T_{rad} de radiation d'un corps dans une large gamme de températures, on doit tenir compte de ce que le coefficient k d'un corps donné varie avec la température. La valeur de ce coefficient dépend également de l'état de surface du corps considéré. Plus le poli de sa surface est meilleur, plus il diffère du corps noir et plus petit sera le coefficient k.

2. Température de couleur. On utilise ici la loi de déplacement de Wien en déduisant la température de couleur de l'égalité $T_{\text{coul}} = b/\lambda_{\text{max}}$. Comme la détermination du maximum de la courbe de

r_λ nécessite des mesures à plusieurs longueurs d'onde, on détermine généralement non pas λ_{max}, mais le rapport des densités spectrales de rayonnement pour deux longueurs d'onde et on en déduit T_{coul}. Le schéma des mesures est celui de la fig. 8.4. L'utilisation, dans ce schéma de mesure, d'un prisme comme élément dispersif risque d'introduire une erreur supplémentaire, puisque la dispersion du prisme dépend de la gamme des longueurs d'onde et varie fortement dans l'infrarouge où se trouve λ_{max} de la plupart des sources lumineuses dont la température est inférieure à 3000 K.

3. Température de luminance. Ce procédé n'est que peu différent du procédé de détermination de la température de radiation, puisque la radiance de tout corps est proportionnelle à sa luminance; la solution technique du problème est cependant plus élégante et l'étalonnage du pyromètre par rapport à l'émission du corps noir est plus facile. Dans ce procédé, on compare deux luminances: celle d'un fil fin placé dans un tube évacué, que l'on peut faire varier en modifiant l'intensité du courant qui le parcourt, et la luminance de l'image de l'objet à l'étude (fig. 8.9). La mesure réalisée dans une région spectrale donnée consiste à détecter l'instant où on voit disparaître le filament sur le fond de l'image de l'objet. Avec un peu d'habitude on arrive à une bonne reproduction des résultats. En compliquant quelque peu le montage expérimental on peut mettre en œuvre un procédé d'enregistrement objectif. Ce principe est utilisé dans les appareils appelés *pyromètres optiques*. Les pyromètres sont préalablement étalonnés par rapport au rayonnement du corps noir en portant sur le cadran l'échelle en degrés. Si on mesure l'émission d'un corps dont la répartition spectrale de la luminance est proche de celle du corps noir, les valeurs des températures mesurées sont voisines des températures réelles. Plus le spectre de luminance à l'étude diffère du spectre du corps noir, plus l'erreur systématique commise est grande.

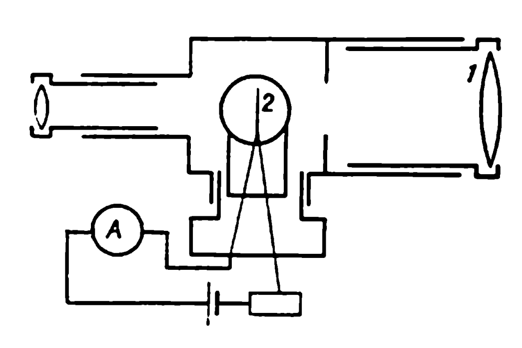


Fig. 8.9. Schéma d'un pyromètre à disparition de filament

L'image de la surface incandescente est projetée par l'objectif 1 sur le plan du filament incandescent d'une lampe 2. L'observateur règle l'intensité du courant de chauffage du filament jusqu'à disparition du filament sur le fond de l'image de l'objet

Pour conclure ce bref aperçu des méthodes optiques de mesure de la température des corps incandescents, nous voulons souligner une fois de plus que, dans le cas général, les trois températures (T_{rad}, T_{coul}, T_{lum}) peuvent être différentes et de ce fait la notion de température vraie devient indéfinie; cela tient surtout à ce que ces métho-

des sont basées sur l'utilisation de lois qui ne sont vérifiées que pour le rayonnement du corps noir. Aussi l'indication de températures mesurées avec une erreur très faible que l'on trouve dans certaines publications scientifiques et que l'on justifie par une bonne reproductibilité des mesures, sans tenir compte des erreurs systématiques introduites par les caractéristiques du spectre d'émission et d'absorption des corps à l'étude, est-elle incorrecte.

Il nous reste encore à examiner un autre groupe d'applications classiques des lois du corps noir ; c'est l'étude de l'efficacité des sources lumineuses utilisées pour l'éclairement. Il est bien connu que les lampes à incandescence à filament de tungstène sont utilisées depuis la fin du XIX[e] siècle et qu'elles ont joué un rôle de premier plan dans l'amélioration des conditions de vie et de travail des hommes dans le monde entier. Cette source de lumière aussi simple que commode est largement utilisée à ce jour. De nombreuses études scientifiques et techniques ont permis d'accroître la durée d'exploitation et certaines autres caractéristiques des lampes, sans qu'on ait réussi à augmenter son efficacité, c'est-à-dire la part d'énergie d'alimentation utilisée pour l'éclairement de l'espace ambiant. Il suffit de se rapporter à la fig. 8.1 représentant le facteur d'émission du corps noir à deux températures, la région visible du spectre (4000-7000 Å) étant délimitée par deux lignes verticales, pour se rendre compte combien est petite la part du rayonnement émis par un corps noir qui peut servir à l'éclairage; cela est vrai même dans le cas ($T \approx 5000$ K) où λ_{max} coïncide avec la région verte du spectre (où la sensibilité de l'œil est la plus grande). Les calculs montrent que même dans ces conditions optimales 13 % seulement de l'énergie rayonnée peut être utilisée pour l'éclairage. Si la température du corps noir est de 3000 K environ (λ_{max} se trouvant alors dans l'infrarouge, 1 μm) cette part d'énergie utile est beaucoup plus petite. Si la température du corps incandescent est encore plus basse, le rendement est encore plus petit.

La plupart des corps incandescents ne peuvent être portés à plus de 3000 K, puisque à cette température presque tous les métaux se trouvent à l'état liquide. De ce fait le rendement des lampes à incandescence est très faible, atteignant 3 % dans le cas le plus favorable (lampes puissantes à filament de tungstène). On doit noter que l'anomalie de l'émission de tungstène que nous avons mentionnée (fig. 8.6) est avantageuse du point de vue de l'efficacité de l'éclairage (dans le spectre visible), puisque, dans ce cas, la part du rayonnement qui revient à l'infrarouge lointain est plus petite. Afin de diminuer l'évaporation du filament à haute température (3000 K), on remplit les ampoules avec des gaz inertes. Cependant, les différents perfectionnements n'ont permis de relever le rendement d'une lampe à incandescence ordinaire, d'une puissance de 50 watts de 2 à 3 % environ.

Si l'on tient compte de ce qu'une part importante de l'énergie électrique produite est utilisée pour alimenter des sources lumineuses aussi peu efficaces, on comprend toute l'importance des recherches consacrées à l'élaboration de nouveaux systèmes d'éclairage. L'utilisation de plus en plus large de tubes luminescents constitue sans conteste un progrès, puisque leur rendement est notablement plus grand que celui des lampes à incandescence. Le principe de fonctionnement des tubes à incandescence consiste à exciter la luminescence d'une substance spécialement élaborée que l'on dépose sur la surface interne du tube rempli de vapeur de mercure. En régime de décharge électrique ces tubes émettent d'intenses raies ultraviolettes sous l'action desquelles la substance, déposée sur les parois du tube, émet par luminescence des radiations visibles. En modifiant la composition et les propriétés du luminophore on arrive à obtenir des spectres de luminescence peu différents du spectre solaire, ce qui est un autre avantage des lampes à lumière du jour. Sont également très intéressantes les puissantes lampes élaborées pour l'éclairage des rues. On y utilise la lumière des décharges électriques dans un mélange de gaz rares présentant d'intenses raies d'émission dans la partie visible du spectre. Le rendement en est grand et le spectre d'émission peut être contrôlé en modifiant la composition du mélange luminescent et les conditions de son excitation.

§ 8.3. Insuffisances de la description classique du rayonnement thermique d'équilibre. Formule de Planck

Afin d'établir une correspondance entre les corrélations thermodynamiques, que nous avons indiquée avec les résultats expérimentaux concernant la dépendance du facteur d'émission du corps noir avec la longueur d'onde et la température, il faut disposer d'une hypothèse sur le mécanisme d'émission de la lumière. Pour ce faire, nous allons développer des considérations basées sur le modèle bien connu de l'oscillateur harmonique (voir fig. 1.21), largement utilisé pour la description des processus atomiques. Nous avons réussi à établir à l'aide de ce modèle la dépendance de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde, qui cadrait bien avec les données expérimentales (§ 4.3) ; nombre d'autres processus ont été décrits dans le cadre de ce modèle.

Ecrivons l'expression de W_{ray} — l'énergie totale, rayonnée par l'oscillateur dans l'unité de temps (1 s) dans toutes les directions (puissance d'émission). Utilisons pour ce faire les formules du § 1.7 :

$$W_{\text{ray}}=\frac{\omega^4 P_0^2}{3c^3}, \qquad (8.19)$$

où P_0 est l'amplitude du moment électrique ($\mathbf{P} = q\mathbf{l}$) et ω la fréquence d'oscillation libre de l'oscillateur.

On établit aisément une corrélation entre la puissance du rayonnement W_{ray} et l'énergie moyenne de l'oscillateur:

$$\langle W\rangle=\langle W_{pot}\rangle+\langle W_{cin}\rangle. \qquad (8.20)$$

Par application de la formule (1.41), on a

$$W_{ray}=\frac{2}{3}\frac{\omega^2q^2}{mc^3}\langle W\rangle. \qquad (8.21)$$

Il importe de remarquer que par suite des pertes d'énergie par rayonnement (en l'absence de force excitatrice) l'oscillateur sera amorti, la vitesse d'amortissement étant déterminée par son facteur de mérite Q. Conformément à (1.41), on a

$$W_{ray}=\frac{2\pi\langle W\rangle}{QT}=\frac{\omega\langle W\rangle}{Q}. \qquad (8.22)$$

Dans le cas considéré (oscillations libres amorties des charges), on peut écrire l'équation de mouvement:

$$\ddot{x}+\gamma\dot{x}+\omega_0^2x=0. \qquad (8.23)$$

Si l'amortissement est faible, cette équation a pour solution

$$x=x_0e^{-\frac{\gamma t}{2}}\cos(\omega t+\varphi),$$

la puissance étant donnée par

$$W(t)=W_0e^{-\gamma t}.$$

Par définition [*cf.* (1.41)] le facteur de mérite Q est lié à la puissance par la relation

$$Q=\frac{2\pi W}{(-dW/dt)\,T}=\frac{\omega}{\gamma}. \qquad (8.24)$$

En substituant (8.24) dans (8.22) on obtient

$$W_{ray}=\gamma\langle W\rangle \qquad (8.25)$$

En comparant (8.21) et (8.25) on remarque que le coefficient d'amortissement dépend de la charge et de la masse des particules et qu'il est proportionnel au carré de la fréquence des oscillations libres de l'oscillateur: $\gamma=2\omega^2q^2/(3\,mc^3)$.

Modifions la position du problème pour mieux cerner la question qui nous intéresse. Supposons que l'oscillateur est en équilibre avec le champ électromagnétique du rayonnement d'équilibre remplissant de façon isotrope une enceinte fermée portée à une certaine température. Dans ces conditions, l'oscillateur effectue des oscillations forcées, ce qui implique que non seulement il rayonne de l'énergie, mais qu'il en absorbe de l'espace ambiant. Pour simplifier nous considérerons des charges excitées par un rayonnement monochromatique de

fréquence ω. Nous pouvons écrire alors la force excitatrice comme la quantité réelle: $\mathrm{Re}\, F(t) = \mathrm{Re}\, q E_{0x} e^{-i\omega t} = q E_{0x} \cos \omega t$. L'équation de mouvement est:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{q}{m} E_{0x} \cos \omega t. \tag{8.26}$$

Cherchons une solution particulière de cette équation décrivant les oscillations en régime permanent:

$$x(t) = \mathrm{Re}\, x_0 e^{-i\omega t}, \quad \dot{x}(t) = \mathrm{Re}\,(-i\omega x_0 e^{-i\omega t}).$$

Le maximum d'amplitude x_0 est donné par l'expression que nous avons déjà utilisée pour expliquer l'allure de la variation de l'indice de réfraction à proximité d'une raie d'absorption:

$$x_0 = \frac{qE_{0x}/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \tag{8.27}$$

Pour trouver $W_{abs}(\omega)$, la puissance du rayonnement monochromatique absorbée par l'oscillateur, nous devons calculer une intégrale de la forme:

$$W_{abs}(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T F(t)\, \dot{x}(t)\, dt = \frac{1}{T} \int_0^T q E_{0x} \dot{x}(t) \cos \omega t\, dt =$$

$$= \frac{q^2}{2m} E_{0x}^2 \frac{\gamma\omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \tag{8.28}$$

Cette dernière formule exprime la dépendance de la puissance absorbée par l'oscillateur avec l'amplitude E_{0x} de l'onde monochromatique excitatrice. Pour passer à un champ électromagnétique quelconque on doit exprimer l'énergie absorbée en fonction de l'énergie de ce champ, compte tenu de ce que les vibrations de **E** se produisent alors non seulement le long de l'axe X, mais aussi suivant les axes Y et Z. On a alors

$$\frac{\langle E^2 \rangle}{4\pi} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{4\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2}{4\pi} = \frac{3}{2} \frac{E_{0x}^2}{4\pi}.$$

Le calcul de l'énergie absorbée par l'oscillateur dans le cas réel où le rayonnement d'excitation n'est pas rigoureusement monochromatique, et occupe un intervalle spectral $\delta\omega$ avec une densité U_ω, est plus compliqué. On doit alors remplacer dans (8.28) E_{0x}^2 par $8\pi U_\omega\, \delta\omega/3$; la puissance totale absorbée par l'oscillateur à toutes les fréquences s'obtient en intégrant sur ω entre $(0, \infty)$:

$$W_{abs} = \frac{8\pi}{3} \frac{q^2}{2m} \gamma \int_0^\infty \frac{\omega^2 U_\omega\, d\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \tag{8.29}$$

Différentes considérations permettent de simplifier notablement le calcul de cette intégrale. La quantité placée sous le signe intégrale comporte deux facteurs: une fonction U_ω lentement variable et l'expression $\omega^2/[(\omega^2-\omega_0^2)^2+\gamma^2\omega^2]$ qui, dans le cas d'un grand facteur de mérite, présente un maximum très net au voisinage de $\omega=\omega_0$. Par suite, à proximité de $\omega=\omega_0$, on peut remplacer la fonction U_ω par la quantité constante U_{ω_0} et la faire sortir de sous le signe intégrale. Pour simplifier encore le calcul, nous poserons $\omega+\omega_0=2\omega_0$, soit $(\omega^2-\omega_0^2)^2=4\omega_0^2(\omega-\omega_0)^2$. Remarquons également que les lointains flancs de la fonction d'absorption ne contribuent pratiquement pas à l'absorption totale. On peut donc modifier les limites d'intégration de (8.29) et ramener le problème au calcul de l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{\pi}{a}.$$

Avec ces différentes simplifications on obtient

$$W_{\text{abs}}=\frac{2\pi}{3}\frac{q^2}{2m}\gamma\,U_{\omega_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{(\omega-\omega_0)^2+\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}=\frac{2\pi^2q^2}{3m}U_{\omega_0}. \qquad (8.30)$$

On en tire l'expression définitive de l'énergie absorbée par un oscillateur soumis à l'action d'un rayonnement de densité U_ν, réparti dans l'intervalle de fréquence $d\nu$. Comme $U_\omega=U_\nu/(2\pi)$ on a:

$$W_{\text{abs}}=\frac{\pi}{3}\frac{q^2}{m}U_\nu. \qquad (8.31)$$

Faisons le bilan de ces différents calculs et estimations. Un oscillateur placé dans un champ électromagnétique de densité spectrale d'énergie U_ν absorbe continuellement une puissance donnée par (8.31). Simultanément il émet dans toutes les directions une puissance égale au produit du coefficient d'amortissement par l'énergie moyenne $\langle W\rangle$ donnée par (8.25). A l'équilibre on doit égaler l'énergie rayonnée à l'énergie que l'oscillateur tire du champ électromagnétique; on obtient alors la relation cherchée entre la densité d'énergie du champ U_ν et l'énergie moyenne de l'oscillateur $\langle W\rangle$. Faisons ce calcul

$$\frac{2}{3}\frac{4\pi^2\nu^2q^2}{mc^3}\langle W\rangle=\frac{\pi}{3}\frac{q^2}{m}U_\nu.$$

De là

$$U_\nu=\frac{8\pi}{c^3}\nu^2\langle W\rangle. \qquad (8.32)$$

Utilisons la relation (8.11) entre la densité U_ν d'énergie du champ électromagnétique et le facteur d'émission $r_{\nu,T}$ du corps noir

$$r_{\nu,T}=\frac{2\pi}{c^2}\nu^2\langle W\rangle. \tag{8.33}$$

Analysons les résultats obtenus et les conséquences physiques que l'on peut en tirer. On a démontré que la densité U_ν d'énergie électromagnétique ainsi que le facteur d'émission $r_{\nu,T}$ du corps noir, qui lui est proportionnel, sont entièrement déterminés par le produit du carré de la fréquence par l'énergie moyenne de l'oscillateur $\langle W\rangle$. Il s'ensuit que l'on doit d'abord déterminer de quels paramètres dépend $\langle W\rangle$ *).

Il peut sembler à première vue qu'une telle étude ne doive présenter aucune difficulté. Il est bien connu que selon la loi d'équipartition de l'énergie cinétique entre les degrés de liberté, qui est une des lois fondamentales de la physique classique, à chaque degré de liberté d'un système revient une énergie $kT/2$. L'oscillateur possède de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle et on peut poser

$$\langle W_{\text{cin}}\rangle=\langle W_{\text{pot}}\rangle=\frac{1}{2}\langle W\rangle.$$

Par suite, son énergie moyenne est $\langle W\rangle = kT$, où k est la constante de Boltzmann ($k = 1{,}38\cdot 10^{-16}$ erg/K) et T est la température régnant à l'intérieur de l'enceinte.

Rappelons que l'on arrive directement à ce résultat en appliquant le théorème de Boltzmann au calcul de la valeur moyenne de la grandeur en cause — l'énergie de l'oscillateur. Pour cela, on doit sommer sur toutes les valeurs constamment variables de l'énergie W, la valeur de son produit par la probabilité relative ($e^{-W/kT}$) de l'hypothèse de trouver à l'équilibre un état caractérisé par cette énergie, et rapporter cette intégrale à un facteur de normation défini par la sommation de la probabilité relative sur toutes les valeurs de l'énergie variable W:

$$\langle W\rangle=\frac{\int_0^\infty We^{-W/kT}\,dW}{\int_0^\infty e^{-W/kT}\,dW} \tag{8.34}$$

Après calcul des intégrales figurant dans (8.34) on trouve $\langle W\rangle =$ $= kT$. Substituant cette valeur de $\langle W\rangle$ dans (8.32) et (8.33) on ob-

*) Il est plus facile de déduire la formule (8.33) en introduisant les degrés de liberté d'un système d'ondes stationnaires, mais le procédé que nous avons utilisé offre l'avantage de mieux faire ressortir l'équilibre entre l'oscillateur et le rayonnement.

tient en définitive:

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \quad r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \tag{8.35}$$

Ce sont les *formules* dites de *Rayleigh-Jeans.*

Rappelons que les formules (8.35) ont été obtenues en appliquant au rayonnement thermique d'équilibre les lois de la thermodynamique et les théorèmes de Boltzmann sur l'équipartition de l'énergie parmi les degrés de liberté du système. Il est donc évident que ces formules vérifient la formule thermodynamique de Wien (8.6). Pour s'en rendre compte nous poserons $F(\nu/T) = \frac{2\pi k}{c^2}\frac{T}{\nu}$. Conformément à (8.35), on a alors

$$r_{\nu, T} = \nu^3 F(\nu/T) = \frac{2\pi}{c^2}\nu^2 kT.$$

Cependant on démontre aisément que les formules de Rayleigh-Jeans sont en désaccord flagrant avec les données de l'expérience. Evaluons par la formule (8.35) la valeur de $R_{\text{én}}$ — la radiance énergétique du corps noir:

$$R_{\text{én}} = \int_0^\infty r_\nu \, d\nu = \frac{2\pi}{c^2} kT \int_0^\infty \nu^2 \, d\nu \to \infty \tag{8.36}$$

L'intégrale figurant dans le second membre de (8.36) est égale à l'infini et par suite $R_{\text{én}}$ (pour $T \neq 0$) tend également vers l'infini. Cela signifie qu'à toute température différente du zéro absolu, l'équilibre ne peut être atteint et que la radiance énergétique du corps noir est infiniment grande ce qui est contraire à l'expérience.

Pour mieux préciser les limites de validité de la formule de Rayleigh-Jeans, écrivons-la sous une autre forme en passant des fréquences aux longueurs d'onde:

$$|r_\lambda| = \left| r_\nu \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT. \tag{8.37}$$

On a représenté fig. (8.10) en pointillé la dépendance (8.37) et en trait plein la courbe r_λ du corps noir correspondant aux résultats expérimentaux. Ce n'est que dans l'infrarouge lointain que l'on discerne un accord entre la courbe expérimentale et la formule de Rayleigh-Jeans; pour les plus courtes longueurs d'onde, le désaccord entre les données expérimentales et les calculs basés sur la théorie classique devient flagrant. Il découle notamment de la formule de Rayleigh-Jeans qu'à toute température $r_\lambda \to \infty$ pour $\lambda \to 0$, ce qui est contraire à l'expérience.

Ces désaccords entre théorie et expérience, mis à jour à la charnière des XIXe et XXe siècles, ont été dénommés la « catastrophe de

l'ultraviolet »; c'était un signal, dont l'importance débordait largement le problème de la construction de la fonction universelle $f(\lambda, T) = r_{\lambda, T}$.

La conclusion générale qui s'impose est que la physique classique a des limites de validité bien déterminées, et qu'au-delà de ces limites l'utilisation de ses lois et de ses méthodes conduit à des contradictions avec l'expérience, qui est le critère de la validité de toute théorie.

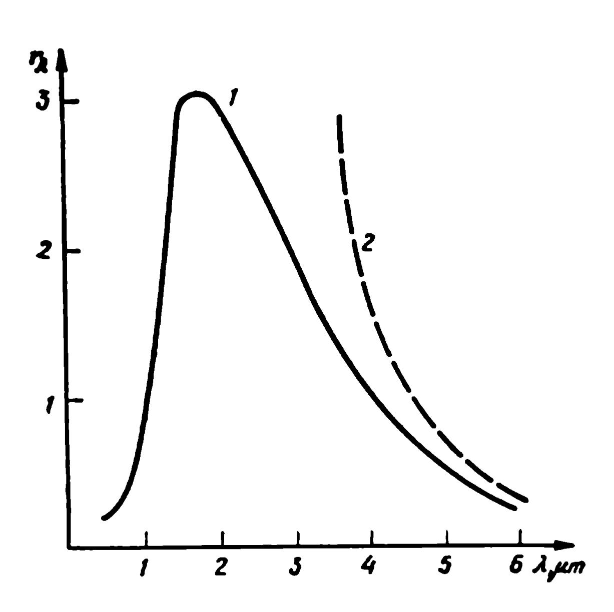


Fig. 8.10. Variation du facteur d'émission du corps noir en fonction de la longueur d'onde:
1 — courbe expérimentale; 2 — courbe théorique de Rayleigh-Jeans

En ce qui concerne la question concrète de la conciliation de la théorie du rayonnement thermique d'équilibre avec les données expérimentales on se trouvait dans une situation parfaitement définie par Lorentz: « Les équations de la physique classique ont été incapables d'expliquer pourquoi un four qui s'éteint n'émet pas de rayons jaunes à côté des rayons de grandes longueurs d'onde... ».

Toutes les tentatives de sortir de cette impasse restèrent infructueuses jusqu'au début du XXe siècle lorsque Planck avança son hypothèse des *quanta discrets d'énergie*; le développement de cette hypothèse par de nombreux physiciens (en premier lieu par A. Einstein et N. Bohr) a permis de préciser par la suite les limites de validité de la théorie classique et de jeter les fondements d'une nouvelle physique quantique, dont le rôle dans les progrès de toutes les sciences naturelles est bien connu.

L'hypothèse de Planck affirmait que l'énergie d'un oscillateur ne peut prendre des valeurs arbitraires, étant astreinte à n'assumer que des valeurs multiples d'une quantité bien déterminée W_0, appelée *quantum d'énergie*. Autrement dit l'énergie W doit être égale à nW_0, n étant un nombre entier ($n = 1, 2, 3, \ldots$). Par conséquent, l'énergie émise et l'énergie absorbée par un oscillateur ne peut prendre que des valeurs bien déterminées (*quantifiées*), ce qui implique que l'émission et l'absorption de la lumière s'effectue non pas de façon continue, mais par portions définies — les *quanta*.

En admettant cette hypothèse, on ne peut plus se baser sur l'idée de l'équipartition de l'énergie parmi les différents degrés de liberté et calculer par le procédé indiqué ci-dessus (8.34) la valeur moyenne

de l'énergie. Etant donné le caractère discret des variations de W, on doit remplacer les intégrales figurant dans (8.34) par des séries infinies et calculer le rapport des sommes de ces deux séries pour déterminer $\langle W \rangle$:

$$\langle W \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nW_0 e^{-nW_0/(kT)}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nW_0/(kT)}}. \tag{8.38}$$

Le calcul de l'énergie moyenne de l'oscillateur se simplifie en remarquant que chaque terme de la progression géométrique figurant dans le numérateur de (8.38) est égal au signe près à la dérivée par rapport à $\xi = 1/(kT)$ du terme correspondant de la progression se trouvant au dénominateur de cette même expression :

$$\langle W \rangle = -\frac{d}{d\xi} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\xi n W_0} = -\frac{d}{d\xi} \ln \frac{1}{1-e^{-\xi W_0}} =$$
$$= \frac{W_0 e^{-\xi W_0}}{1-e^{-\xi W_0}} = \frac{W_0}{e^{W_0/(kT)}-1}. \tag{8.39}$$

Nous avons obtenu ainsi pour l'énergie moyenne $\langle W \rangle$ de l'oscillateur une valeur tout à fait différente de celle que nous avions obtenue par application de la loi classique de l'équipartition de l'énergie. En portant (8.39) dans la formule (8.32) on trouve

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{W_0}{e^{W_0/(kT)}-1}, \quad r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{W_0}{e^{W_0/(kT)}-1}. \tag{8.40}$$

Pour arriver à la formule définitive il ne reste à faire qu'un seul pas. Les expressions (8.40) doivent vérifier la formule thermodynamique de Wien (8.5). Pour cela, il suffit de poser $W_0 = h\nu$, où h, étant une constante, ne peut dépendre ni de ν ni de T. On arrive ainsi à la *formule de Planck* :

$$U_0 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)}-1} \quad \text{ou} \quad r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)}-1}. \tag{8.41}$$

Analysons ces équations fondamentales. Il est évident que pour $h\nu \ll kT$, on peut développer en série la fonction exponentielle :

$$e^{h\nu/(kT)} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \ldots$$

En ne gardant que les deux premiers termes de cette série, on retrouve la formule de Rayleigh-Jeans (8.35) :

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Cela signifie qu'aux faibles fréquences (plus exactement lorsque se trouve vérifiée l'inégalité $h\nu \ll kT$), la formule de Planck se réduit à la formule classique de Rayleigh-Jeans. Par conséquent, la limite de validité de la théorie classique est déterminée par la condition: le quantum d'énergie $h\nu$ doit être petit devant kT. Si l'inégalité $h\nu \ll kT$ n'est pas vérifiée, on ne peut plus utiliser la formule de Rayleigh-Jeans et on doit recourir à la formule de Planck pour décrire les propriétés du rayonnement thermique d'équilibre.

En remplaçant les fréquences par les longueurs d'onde la formule de Planck s'écrit sous une forme qui facilite la comparaison de la théorie avec l'expérience

$$r_{\lambda,\,T} = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{h}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1}. \tag{8.41a}$$

La formule (8.41a) cadre parfaitement avec les courbes expérimentales (§ 8.1): lorsque la longueur d'onde diminue r_λ ne tend plus vers l'infini, mais présente un maximum correspondant à une valeur λ_{max}. Lorsque $\lambda \to 0$ la formule de Planck prédit une décroissance exponentielle de r_λ, ce qui est conforme aux données expérimentales.

Mettant à profit l'accord qualitatif entre les courbes théorique et expérimentale de r_λ on peut arriver à un accord quantitatif en choisissant une valeur de h telle que la formule de Planck décrive correctement les données expérimentales. Pour une première estimation de la valeur de h, Planck avait utilisé les valeurs des constantes σ et b figurant dans les lois du corps noir ((8.13) et (8.14)). Par la suite la valeur de cette constante fondamentale (la constante de Planck) a été déterminée par différents procédés. Nous décrirons, dans les paragraphes suivants, certains procédés de sa détermination (à partir d'expériences sur l'effet photo-électrique et par mesure de la frontière du côté des courtes longueurs d'onde du spectre continu des rayons X). On considère que la valeur la plus précise est $h = 6{,}626122 \cdot 10^{-27}$ erg·s.

Le mémoire publié par Planck au début du XX[e] siècle n'a pas été aussitôt estimé à sa juste valeur. De nombreux physiciens réputés avaient tendance à considérer la méthode de calcul de $\langle W \rangle$ suggérée par Planck comme un artifice mathématique dénué de sens physique. Le grand mérite d'Einstein est d'avoir apprécié et développé cette idée essentiellement nouvelle qui devait bouleverser la physique. Einstein a suggéré notamment d'utiliser la formule de Planck pour expliquer la variation de la capacité thermique des corps solides aux températures proches du zéro absolu; il a également donné une interprétation de l'effet photo-électrique en introduisant la notion de photon, jetant ainsi les fondements de l'optique quantique (*cf.* § 8.5). On a jugé utile de signaler ces faits pour la raison que dans la littérature dite de vulgarisation scientifique on présente parfois

Einstein comme le savant qui a couronné la physique classique, mais qui n'avait pas adopté les conceptions quantiques. C'est un point de vue totalement erroné. Il est indubitable qu'Einstein a été l'un des fondateurs de la nouvelle physique quantique et ses hésitations et ses recherches concernant la signification de l'approche probabiliste, qui ont marqué le développement ultérieur de la mécanique quantique, reflètent la profondeur de la pensée de ce savant génial. Il n'en demeure pas moins qu'Einstein, pour différentes raisons, dont la plus importante serait qu'il s'acharna des années durant à créer une théorie unique des champs, n'a apporté au cours des 30 dernières années de sa vie, aucune contribution notable au développement de la mécanique quantique.

Au cours des années qui suivirent la découverte de Planck, il ne subsista plus aucun doute sur la valeur des idées de la quantification de l'énergie et sur la validité de sa formule, déjà mise en œuvre dans divers domaines de la physique. L'existence de cette formule stimula l'introduction de nouvelles conceptions dont la valeur ne se manifesta que dans les décennies suivantes. Pour illustrer ces progrès nous allons décrire la méthode qu'utilisa en 1916 Einstein pour établir la formule de Planck; c'est à cette occasion qu'Einstein avança la notion d'émission stimulée qui est à la base du mécanisme de génération des rayonnements dans les masers et les lasers.

En admettant que l'énergie ne peut être émise ou absorbée que par portions bien déterminées (quanta), on est tout naturellement amené à admettre l'existence de niveaux discrets d'énergie; ce sont les transitions entre ces niveaux discrets qui déterminent les phénomènes d'émission et d'absorption. Cette voie de développement des conceptions quantiques figurait déjà sous forme explicite dans la théorie de l'atome de N. Bohr. Il est plus difficile de s'assimiler la nature probabiliste des phénomènes. Lors d'une transition atomique s'accompagnant de l'émission d'un quantum $h\nu$, on ne peut indiquer dans quel atome se produira cette transition; on peut affirmer seulement qu'*il y a une certaine probabilité* de ce qu'une partie des atomes seront le siège de tels changements. Autrement dit, on ne peut qu'indiquer le nombre de ces processus sans pouvoir préciser quels atomes seront affectés par ces changements.

Nous supposerons que le système atomique à l'étude est placé à l'intérieur d'une enceinte se trouvant, à la température T, remplie de façon isotrope par un rayonnement d'équilibre de densité spectrale U_ν. Considérons les transitions atomiques entre deux niveaux. Désignons par W_m l'énergie du niveau supérieur m, et par W_n l'énergie du niveau inférieur n. La différence $W_m - W_n = h\nu$, ν étant la fréquence à laquelle se produisent les transitions atomiques entre ces deux niveaux.

Le taux de diminution dN_m/dt du nombre d'atomes occupant le niveau supérieur, déterminé par les transitions $(m \to n)$, est donné

par le produit de la probabilité A_{mn} de ce processus par le nombre d'atomes N_m occupant le niveau m:

$$dN_m = A_{mn} N_m \, dt. \tag{8.42}$$

Ces transitions qui s'effectuent sans intervention extérieure et de façon aléatoire sont dites *transitions spontanées*. La *probabilité A_{mn} d'une transition spontanée* est une constante atomique qui pour un système à deux niveaux est inversement proportionnelle au temps de vie de l'atome sur le niveau considéré (*cf.* § 5.8). Il est évident que les transitions auxquelles prennent part des atomes indépendants qui sont spatialement séparés et émettent des radiations à des instants différents, ne peuvent produire qu'un rayonnement non cohérent.

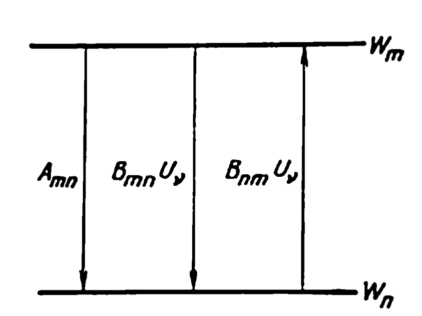


Fig. 8.11. Transitions utilisées par Einstein pour déduire la formule de Planck

Outre les transitions radiatives spontanées, il doit y avoir des transitions du $n^{\text{ième}}$ au $m^{\text{ième}}$ niveaux s'accompagnant d'une absorption de rayonnement par le système atomique. Il est facile d'évaluer le taux dN_n/dt du processus d'absorption de rayonnement en utilisant la description statistique adoptée. Désignons par $B_{nm}U_\nu$ la probabilité de ces transitions et par N_n le nombre d'atomes occupant le $n^{\text{ième}}$ niveau. On doit tenir compte de ce que chaque atome puise de l'énergie dans le milieu ambiant, ce qui implique que ces transitions s'effectuent sous l'action d'une force excitatrice. Le processus d'absorption d'énergie qui s'accompagne d'une transition stimulée du $n^{\text{ième}}$ au $m^{\text{ième}}$ niveaux, doit vérifier la corrélation

$$dN_n = B_{nm} N_n U_\nu \, dt. \tag{8.43}$$

Cependant, comme l'avait indiqué Einstein, on doit également tenir compte du processus inverse des transitions stimulées du $m^{\text{ième}}$ au $n^{\text{ième}}$ niveaux. En effet, les atomes occupant le $m^{\text{ième}}$ niveau (dont le nombre est N_m) peuvent, sous l'action du champ électromagnétique, transiter sur le niveau inférieur et ce, avec une probabilité $B_{mn}U_\nu$. Ce processus est appelé *émission stimulée* ou encore *absorption négative*. Avec les notations adoptées, la cinétique de ce processus peut être représentée par

$$dN'_m = B_{mn} N_m U_\nu \, dt. \tag{8.44}$$

Remarquons que, si certaines conditions supplémentaires sont satisfaites, ces transitions stimulées conduisent à l'émission d'un rayonnement cohérent.

Ainsi, au lieu de tenir compte de deux processus (émission et absorption), comme on le fait en thermodynamique des rayonnements,

on doit envisager trois types de transitions, le troisième étant l'émission stimulée (fig. 8.11).

Les développements qui suivent sont évidents: on admet que dans un système à l'état d'équilibre les processus évoluant en sens opposés doivent se compenser mutuellement, c'est-à-dire que le nombre de transitions par unité de temps $m \to n$ doit être égal au nombre de transitions $n \to m$. Par conséquent,

$$dN_m + dN_m^* = dN_n.$$

On écrit alors

$$U_\nu = \frac{A_{mn}N_m}{B_{nm}N_n - B_{mn}N_m}. \tag{8.45}$$

Les nombres N_m et N_n d'atomes occupant respectivement le niveau m et le niveau n se déduisent des formules de Boltzmann

$$N_m = N_0 e^{-W_m/(kT)}, \quad N_n = N_0 e^{-W_n/(kT)}.$$

En substituant ces valeurs dans (8.45) on trouve

$$U_\nu = \frac{A_{mn}e^{-W_m/(kT)}}{B_{nm}e^{-W_n/(kT)} - B_{mn}e^{-W_m/(kT)}}. \tag{8.46}$$

On arrive à simplifier cette formule à l'aide des considérations suivantes. Pour $T \to \infty$, la densité d'énergie U_ν tend également vers l'infini. Or cela n'est possible que si $B_{mn} = B_{nm}$. En utilisant cette égalité on obtient

$$U_\nu = \frac{A_{mn}/B_{mn}}{e^{(W_m - W_n)/(kT)} - 1} = \frac{A_{mn}/B_{mn}}{e^{h\nu/(kT)} - 1}. \tag{8.47}$$

La densité d'énergie U_ν doit aussi vérifier la formule thermodynamique de Wien, ce qui exige que $A_{mn}/B_{mn} = \alpha\nu^3$, où α est une constante qui découle de la condition que, pour $h\nu \ll kT$, la formule (8.47) doit se réduire à la formule de Rayleigh-Jeans. Par conséquent,

$$U_\nu = \frac{\alpha\nu^3}{e^{h\nu/(kT)} - 1}. \tag{8.48}$$

Lorsque $h\nu \ll kT$, $e^{h\nu/(kT)} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \ldots$; en comparant (8.48) à (8.35) nous trouvons $\alpha = 8\pi h/c^3$. En substituant cette expression dans (8.48), nous retrouvons la formule de Planck (8.41)

$$U_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Cette démonstration de la formule de Planck est riche d'enseignements. Pour l'obtenir par le procédé utilisé, il a fallu introduire une nouvelle notion, celle de l'*émission stimulée*. La validité du résultat final confirme l'existence de cette émission stimulée. On doit le

souligner tout expressément, car pendant longtemps toutes les tentatives de mettre en évidence une émission stimulée dans la gamme optique avaient échoué. Mais dans la gamme des ondes radioélectriques, l'émission stimulée prédomine, l'émission spontanée ne se manifestant que sous forme de bruits.

Eclaircissons cette question importante. La corrélation $A_{nm}/B_{mn} \sim \sim \nu^3$ montre que lorsqu'on passe de la région visible du spectre ($\lambda \approx 10^{-5}$ cm) aux ondes radio métriques le rapport des coefficients d'Einstein pour les transitions spontanées et stimulées doit diminuer de 10^{20} fois. Aussi n'est-il pas étonnant que dans ces gammes d'ondes électromagnétiques si éloignées l'une de l'autre, les mécanismes des processus d'émission soient différents.

Dans la gamme optique, on ne peut cependant négliger l'émission stimulée. Supposons en effet que dans les calculs ci-dessus on n'ait pas tenu compte du nombre dN'_m des transitions stimulées. On devrait alors égaler le nombre de transitions spontanées au nombre d'actes d'absorption, ce qui conduirait non pas à la formule de Planck, mais à une expression (que l'on attribue souvent à Wien) qui ne décrit convenablement la variation de $r_{\nu,T}$ que pour les petites longueurs d'onde (donc pour $h\nu \gg kT$). Ce n'est qu'en tenant compte de l'émission stimulée que l'on aboutit à la formule de Planck, qui, elle, cadre bien avec les données expérimentales dans toute la gamme optique.

Ainsi l'émission stimulée existe certainement, mais, dans la gamme optique, les difficultés de sa mise en évidence expérimentale sont liées à la faible probabilité de ce processus, devant celle des transitions spontanées, qui de ce fait masquent l'émission stimulée. Le fait qu'il soit possible d'observer des processus d'absorption de probabilités également faibles ($B_{mn} = B_{nm}$) tient à ce que dans ce cas il n'y a pas de processus concomitants capables de les masquer, ainsi qu'à ce que le nombre d'atomes occupant les niveaux fondamentaux est grand. C'est ce que fit remarquer, dès 1940, V. Fabricant, qui a suggéré qu'il serait possible de déceler l'émission stimulée dans le cas de processus hors d'équilibre, où N_m (nombre d'atomes occupant le niveau supérieur) peut être plus grand que N_n.

Ces considérations furent confirmées par le développement ultérieur de la physique atomique. En 1954, le rayonnement stimulé a été décelé par N. Bassov et A. Prokhorov et indépendamment par Tawns dans la gamme des micro-ondes, et utilisé pour l'élaboration de masers. En 1960 firent leur apparition les lasers émettant dans la région visible du spectre. Dans ces différents systèmes, on utilise des procédés permettant de surpeupler les niveaux émetteurs: pompage optique, excitation électronique sélective, etc.

Tout formellement cette répartition hors d'équilibre des atomes sur des niveaux d'énergie, appelée *inversion des populations* peut être caractérisée par une température négative. Il nous paraît peu utile d'utiliser un tel terme pour décrire un processus essentielle-

ment hors d'équilibre. Il importe de noter que pour créer une inversion des populations il faut toujours dépenser une énergie supplémentaire pour faire passer les atomes dans les états excités choisis; par la suite, la population de ces niveaux diminue surtout par émission stimulée. Dans certaines conditions, ce processus peut être mis en œuvre pour assurer une amplification cohérente du signal ou pour la génération d'un rayonnement presque monochromatique.

Dans ce cours, nous avons maintes fois mentionné la cohérence du rayonnement laser, mais ce n'est que maintenant que nous avons pu esquisser le processus qui détermine la génération d'un rayonnement cohérent (l'émission stimulée).

§ 8.4. L'effet photo-électrique et son utilisation dans les recherches d'optique

Nous avons déjà mentionné que l'une des premières applications de la théorie quantique a été l'interprétation de l'effet photo-électrique, découvert à la fin du XIXe siècle. Les observations initiales de Hertz concernaient uniquement l'étude de l'action exercée par un rayonnement ultraviolet puissant sur l'étincelle de décharge jaillissant entre des électrodes en zinc. Lorsque ces électrodes étaient irradiées par l'ultraviolet, la cadence des décharges augmentait notablement. A. Stoletov étudiait, lui, le passage d'un courant électrique à travers un condensateur à électrodes de zinc lors de son éclairement par la lumière émise par une lampe au mercure (fig. 8.12). On n'observait l'effet que dans le cas de l'éclairement de l'électrode négative et on l'attribuait ainsi à la libération de charges négatives. L'intensité du courant (photo-électrique) dans le circuit était proportionnelle au flux lumineux. Il a été établi que ce sont les rayons ultraviolets qui déterminent l'effet. Si l'on interposait sur le trajet de la lumière une mince lame de verre, l'effet ne se manifestait plus. Il n'a pas été possible de déceler le moindre retard dans l'établissement d'un courant après irradiation de l'électrode négative; l'effet semblait dénué d'inertie.

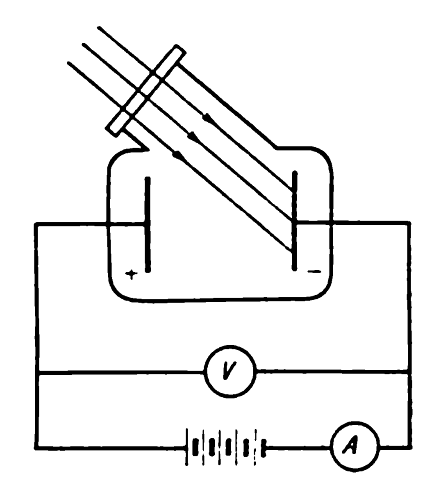


Fig. 8.12. Schéma de l'expérience de Stoletov

Dans les recherches ultérieures de Lenard et d'autres physiciens, datant du début du XXe siècle, on a déterminé avec précision la dépendance de l'intensité du photocourant avec la tension appliquée aux électrodes du condensateur. Pour ces déterminations, on mesurait la tension de blocage (V_{bl}) qu'il fallait appliquer aux électro-

des pour faire disparaître la circulation du photocourant. Comme on connaissait déjà la masse et la charge de l'électron, il était possible, en mesurant directement la valeur du rapport q/m, de démontrer que la lumière provoque l'éjection, hors du métal, d'électrons animés de vitesses différentes. Ce sont les électrons animés des plus grandes vitesses v_{max} qui présentaient le plus d'intérêt, puisque, dans ce cas, toute l'énergie lumineuse n'était dépensée que pour extraire des électrons hors de la masse de l'électrode et leur communiquer de l'énergie cinétique. Dans tous les autres cas, une partie de l'énergie lumineuse était convertie en chaleur et il était difficile d'en tenir compte dans le bilan énergétique total.

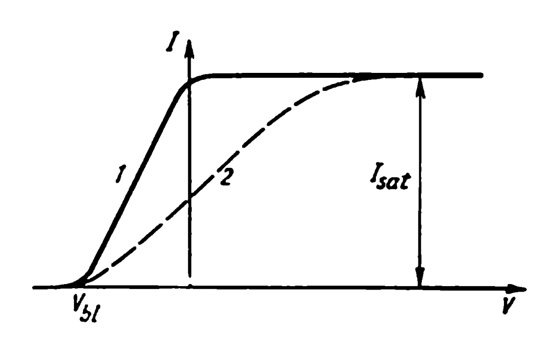


Fig. 8.13. Variation de l'intensité du photocourant en fonction de la différence de potentiel appliquée aux électrodes

La fig. 8.13 représente une courbe typique décrivant les résultats de ces expériences. Selon la géométrie des électrodes et les conditions expérimentales, la courbe expérimentale peut différer plus ou moins de la courbe idéale *1*, mais les caractéristiques essentielles du processus (I_{sat} et V_{bl}) restent inchangées, comme en témoigne la courbe *2*. La courbe *1* correspond aux conditions optimales où tous les électrons éjectés par la cathode atteignent l'autre électrode. Nous décrirons plus loin le schéma de montage de ces expériences. Si une partie des électrons éjectés se perd en route, on obtient la courbe *2*.

L'intensité du courant de saturation a été trouvée proportionnelle au flux lumineux incident. C'est là une propriété essentielle de l'effet photo-électrique qui est utilisée dans les différents procédés photo-électriques de mesure des flux lumineux.

La succession des processus physiques est la suivante : l'électron éjecté par le métal sous l'action de la lumière atteint l'anode grâce à sa vitesse initiale. Pour l'empêcher d'arriver à l'anode on doit arrêter l'électron par application d'un champ électrique. On a donc

$$\frac{mv_{max}}{2} = qV_{bl}. \tag{8.49}$$

Pour l'interprétation du phénomène, le résultat expérimental suivant est essentiel. La valeur de V_{bl} ne dépend pas du flux lumineux, mais pour un métal donné elle dépend de la fréquence de la lumière incidente. Si on irradie la cathode par des radiations de fréquences différentes, on observe une relation linéaire entre la valeur expérimentale de la tension de blocage (pour laquelle $i = 0$)

et la fréquence des radiations incidentes:

$$V_{bl} = k\nu - V_0. \qquad (8.50)$$

Dans cette expression, déduite des résultats expérimentaux, la valeur de V_0 dépend des propriétés du métal de la cathode, tandis que le facteur k, déterminant la pente de la droite en coordonnées (ν, V_{bl}) est une constante. L'effet photo-électrique ne commence à se manifester qu'aux fréquences satisfaisant à la condition:

$$\nu_{rouge} = V_0/k. \qquad (8.51)$$

Cette « *frontière rouge* » *de l'effet* est fonction du métal utilisé (Zn $\sim$ $\sim$ 3700 Å, Na $\sim$ 5000 Å, Cs $\sim$ 6500 Å, etc.). C'est pour cela qu'on n'observe pas d'effet lorsqu'on utilise une électrode de zinc et une lumière visible, la frontière rouge étant située alors dans l'ultraviolet. Si on dépose à la surface de l'électrode de zinc une couche mince d'un métal alcalin, l'effet photo-électrique se manifeste en éclairant cette nouvelle cathode avec la lumière visible.

La physique classique n'arrive pas à expliquer ces résultats expérimentaux. En effet si on admet que l'électron est éjecté hors du métal sous l'action de l'onde lumineuse incidente, on doit considérer cette onde comme une force excitatrice, dont l'amplitude déterminerait la vitesse maximale des électrons éjectés. Il s'ensuivrait que V_{bl} devrait être proportionnel au flux lumineux, tandis que l'expérience montre qu'il n'en est rien. Tout aussi incompréhensible reste la dépendance de V_{bl} avec la fréquence de la lumière incidente. L'effet devait se présenter comme un effet de résonance et ne se laisser observer que lorsque la fréquence des vibrations propres de l'électron coïncide avec la fréquence de la lumière incidente. Or l'effet s'amplifie pour $\nu > \nu_{rouge}$ et l'apparition des maximums du courant en fonction de la fréquence de la lumière tombant sur la cathode ne se laisse observer que dans des conditions expérimentales spéciales et ne doit donc pas intervenir dans l'établissement du processus.

Einstein a montré que toutes ces contradictions disparaissaient si l'on interprète les effets observés par la théorie quantique. Il suffit alors d'écrire la loi de conservation de l'énergie pour le processus élémentaire, qu'est l'interaction d'un quantum de lumière avec la matière, à la suite de laquelle l'électron acquiert une quantité d'énergie discrète. On doit tenir compte de ce que l'électron du métal n'est pas un électron libre et que par conséquent pour qu'il puisse s'échapper du métal il faut lui fournir une quantité d'énergie égale au travail de sortie A. En tenant compte de ces différents facteurs physiques, il devient facile d'établir l'équation décrivant le processus d'absorption d'un quantum d'énergie et la libération d'un électron de vitesse maximale

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}. \qquad (8.52)$$

En tenant compte de la corrélation initiale entre le potentiel de blocage et l'énergie cinétique maximale de l'électron, nous avons

$$V_{bl} = \frac{h}{q}\nu - \frac{A}{q} \tag{8.53}$$

Cette formule est en accord parfait avec l'expérience. Le coefficient $k = h/q$ est bien une constante, tandis que $V_0 = A/q$ doit dépendre de la nature de la cathode, puisque le travail de sortie de l'électron dépend de la profondeur du puits de potentiel où il se trouve, et de la nature du métal utilisé. Remarquons que la valeur du travail de sortie déterminée par étude de l'effet photo-électrique concorde bien avec la valeur déduite de l'émission thermo-électronique qui est un processus physique directement lié au travail de sortie.

La formule (8.53) permet de déduire la valeur de la constante de Planck de la pente des droites représentant la variation du potentiel de blocage avec la fréquence de la lumière incidente. Une détermination très précise de la valeur de h par ce procédé a été réalisée en 1930 par P. Loukirsky et S. Prilejaev. Ils utilisèrent pour cela un condensateur sphérique dont l'électrode interne (en forme de bille) était en nickel qu'on éclairait par une lampe de mercure. Les raies spectrales du mercure qui provoquaient l'effet photo-électrique étaient isolées à l'aide d'un monochromateur à prisme de quartz. Les courbes caractérisant la variation du photocourant avec la tension appliquée présentaient des pentes importantes puisque dans un condensateur sphérique pratiquement tous les électrons émis atteignaient l'anode, et l'erreur commise sur la valeur de V_{bl} en était diminuée. Par ailleurs, la différence de potentiel de contact était automatiquement prise en compte. La fig. 8.14 représente les courbes expérimentales $I(V)$ relevées lorsque la cathode était irradiée par les différentes raies ultraviolettes de mercure.

La variation de V_{bl} en fonction de la fréquence de la lumière tombant sur la cathode est représentée fig. 8.15. En mesurant la pente de la droite exprimant cette dépendance, on arrive à calculer la valeur de la constante de Planck: $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ erg·s. L'excellent accord entre cette valeur et les valeurs déduites des autres procédés de mesure (lois du corps noir, position de la frontière haute fréquence du spectre continu de rayons X) démontre que l'approche quantique à la description de l'effet photo-électrique est correcte.

Dans cette description sommaire, nous avons intentionnellement simplifié le schéma du processus en négligeant deux questions importantes:

1° en formulant la condition quantique (8.52) nous n'avons pas mentionné la nouvelle hypothèse d'Einstein, celle de l'existence d'une nouvelle particule — le *photon*, qui apparaît lorsqu'un quantum d'énergie est émis et qui disparaît lorsqu'un quantum est absorbé. Nous examinerons au § 8.5 les propriétés des photons et les

conséquences que présente l'application des lois de conservation pour la description des actes élémentaires d'interaction des photons avec la matière;

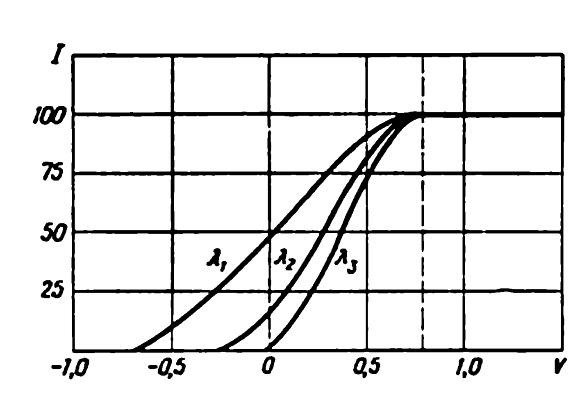


Fig. 8.14. Variation de l'intensité du photocourant en fonction de la différence de potentiel appliquée lorsqu'on éclaire la photocathode par la lumière des raies ultraviolettes du mercure

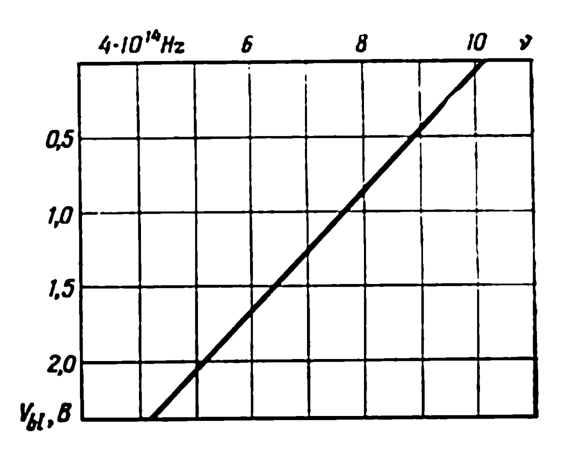


Fig. 8.15. Dépendance de V_{bl} avec la fréquence de la lumière tombant sur la photocathode

2° nous n avons considéré que le processus le plus simple, celui où un photon provoque l'émission d'un électron. La physique moderne utilise largement les processus à plusieurs photons où leurs énergies s'additionnent. On utilise également les méthodes où un photon de grande énergie (rayons X ou ultraviolet lointain) éjecte deux électrons d'un atome.

Mentionnons un autre phénomène encore. Dans des expériences précises, on a remarqué que, dans certaines conditions, la variation de $i(\lambda)$ n'était pas monotone, mais accusait un maximum dans une région du spectre, dont la position dépendait de l'angle d'incidence de la lumière sur la cathode et de la polarisation de la lumière. Cet effet sélectif était particulièrement marqué dans le cas où le vecteur champ électrique de l'onde lumineuse était perpendiculaire à la surface du métal. Mais si la composante E est absente, cet effet ne se manifestait pas (voir fig. 8.16; effet photo-électrique sélectif pour deux directions de la polarisation

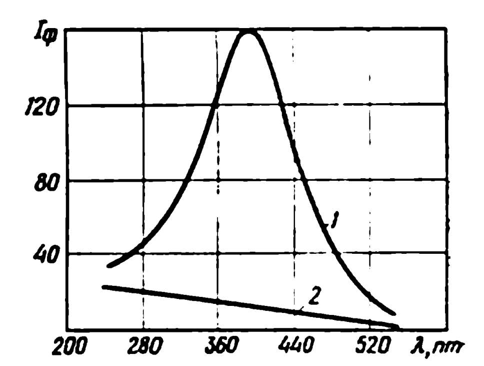


Fig. 8.16. Effet photo-électrique sélectif

Si le vecteur E de l'onde lumineuse présente une composante perpendiculaire à la surface de la photocathode, la variation de l'intensité du photocourant en fonction de λ n'est plus monotone (courbe 1). La courbe 2 correspond au cas où le vecteur E est parallèle à la surface de la photocathode

de la lumière incidente, tombant sur un alliage sodium-potassium sous un angle de 60°). Il apparaît qu'ici se manifestent certains aspects ondulatoires de l'effet photo-électrique se rapportant aux conditions d'extraction des électrons hors du métal. Au § 8.5, nous examinons la possibilité de décrire un seul et même phénomène dans le cadre de l'optique ondulatoire et dans celui de l'optique quantique (corpusculaire) en prenant pour exemple la pression de radiation. Cela nous conduit à formuler de façon plus précise le problème et les conditions expérimentales requises.

Passons maintenant à l'importante question des applications pratiques de l'effet photo-électrique. Dans la technique expérimentale moderne, les mesures photo-électriques du flux lumineux sont devenues courantes dans toute la gamme optique. Ces mesures sont basées sur l'utilisation des lois gouvernant l'effet photo-électrique, dont la plus importante est la proportionnalité du courant de saturation au flux lumineux. On utilise pour ces mesures divers dispositifs dont les potentialités ne sont pas toujours faciles à définir.

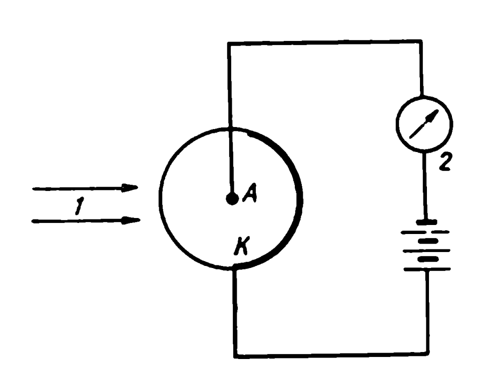


Fig. 8.17. Schéma de principe d'une cellule photo-électrique

Le récepteur photo-électrique le plus simple es tla *cellule photo-électrique*; son principe de fonctionnement ressort de la fig. 8.17. La cellule photo-électrique se présente sous la forme d'un tube évacué puis soudé; sur une partie de sa surface interne est déposée une mince couche d'un métal K qui joue le rôle de cathode. Les électrons *1* éjectés par le métal sous l'action de la lumière incidente atteignent l'anode A et assurent la circulation d'un courant dans le circuit d'anode. La différence de potentiel appliquée doit être suffisante pour que le photocourant atteigne sa valeur de saturation; ce courant peut être soit mesuré directement (par exemple par l'appareil *2*) soit préalablement amplifié pour pouvoir être enregistré par un appareil de moindre sensibilité. Le phénomène considéré est souvent appelé *effet photo-électrique externe*. La raison de cette dénomination apparaîtra plus clairement lorsque nous aurons décrit les cellules photo-électriques à semiconducteur, où les porteurs de charge au lieu de s'échapper de la cathode s'y redistribuent inégalement. Ce dernier phénomène est appelé *effet photo-électrique interne*.

Pour satisfaire aux exigences relatives aux caractéristiques spectrales d'une cellule photo-électrique (ce qui revient à lui conférer une sensibilité suffisante dans une région spectrale donnée), on est obligé d'utiliser des cathodes de composition complexe. Ainsi, pour mesurer les flux lumineux dans les régions visible et du proche ultravio-

let, on utilise des photocathodes en alliages césium-antimoine, présentant une sensibilité maximale dans la partie bleu-violet du spectre ($\lambda \approx 4500$ Å). Cette cellule ne peut être utilisée pour mesurer les flux lumineux dans le rouge et l'infrarouge; on utilisera pour cela des cellules à photocathodes en césium-oxygène dont le maximum de sensibilité se trouve dans l'infrarouge ($\lambda \approx 8000$ Å). Lorsque la longueur d'onde du rayonnement à l'étude est supérieure à 1,1-1,2 μm, les cellules au césium-oxygène sont inutilisables et on aura recours aux photodiodes qui seront décrites plus bas.

Pour assurer une grande sensibilité des mesures on doit faire un choix convenable du type de la photocathode, de la structure de la cellule photo-électrique et des conditions de son emploi. En règle générale, ces données sont indiquées dans la notice de la cellule. La sensibilité des cellules photo-électriques est caractérisée par l'intensité du courant photo-électrique apparaissant dans des conditions d'éclairement standard. Les cellules à vide ont une sensibilité de 50-80 μA/lm.

Quelquefois, pour accroître la sensibilité, on remplit le tube de la cellule d'un gaz inerte vis-à-vis du matériau de la cathode. Dans ce cas, les électrons éjectés par la cathode peuvent ioniser les atomes du gaz durant leur trajet vers l'anode. Les ions et les électrons ainsi produits se déplacent vers les électrodes, provoquant une augmentation du courant. La sensibilité s'en trouve accrue et atteint 500 μA/lm, mais la caractéristique d'un tel élément présente une allure plus compliquée que celle des cellules à vide; bien souvent l'intensité du courant photo-électrique n'est alors plus proportionnelle au flux lumineux. Un autre défaut des cellules à gaz est leur inertie qui conduit à une distorsion du front du signal enregistré; par suite, il devient difficile de procéder à la mesure de flux lumineux modulés variant rapidement dans le temps. Les cellules à gaz deviennent inutilisables dès que la fréquence de modulation atteint quelques kilohertz.

Les propriétés des cellules photo-électriques dont il a été question (gamme et sensibilité spectrales, linéarité, inertie) sont essentielles pour décider des possibilités d'utilisation d'une cellule donnée dans des conditions indiquées.

Un progrès important dans les procédés de mesure photo-électriques a été réalisé dans les années 40-50 lorsqu'on commença à utiliser des *photomultiplicateurs électroniques*. Le principe de fonctionnement de ces dispositifs a été conçu par les chercheurs dans les années 20, et le premier dispositif basé sur le principe d'amplification du photocourant exposé ci-dessous a été réalisé en 1934 par Koubetsky (*tube de Koubetsky*).

L'amplification du photocourant dans les photomultiplicateurs électroniques est réalisée par la mise en œuvre du phénomène d'émission secondaire. Lorsqu'on bombarde par un faisceau d'électrons la

surface d'un métal, d'un semiconducteur ou d'un diélectrique, ceux-ci émettent, dans certaines conditions, des électrons secondaires; on caractérise l'émission secondaire par le coefficient σ égal au rapport du nombre d'électrons émis au nombre d'électrons incidents. Ce coefficient dépend de nombreux paramètres (type et état de la surface, vitesse et angle d'incidence du faisceau d'électrons primaires, etc.) et pour certains matériaux peut atteindre des valeurs importantes (10 et même plus). On obtient une importante amplification du signal en utilisant des émetteurs d'électrons secondaires en alliages césium-antimoine. Le schéma représenté fig. 8.18 illustre une possibilité de réalisation d'un récepteur de lumière avec amplification du courant électronique par émission secondaire.

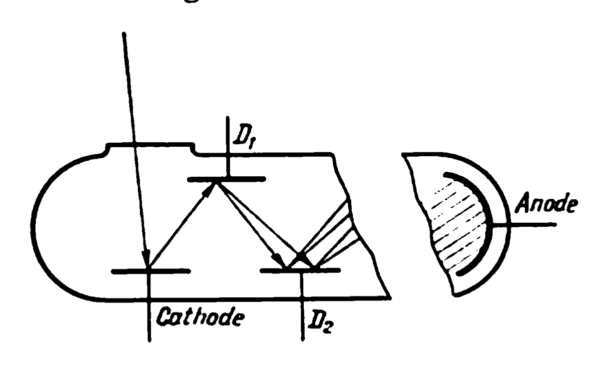


Fig. 8.18. Schéma de principe d'un photomultiplicateur électronique: K — cathode; D_1, D_2 — dynodes; A — anode

On se rend bien compte qu'il importe non seulement de produire un grand nombre d'électrons, mais encore de focaliser les flux d'électrons de telle manière que la majorité des électrons secondaires atteignent l'émetteur suivant. On utilise différents procédés de focalisation des électrons secondaires; le procédé le plus utilisé est celui où la configuration et la disposition de la photocathode et des émetteurs d'électrons secondaires sont telles que les champs électriques qu'ils créent assurent la directivité optimale du faisceau électronique (fig. 8.19). Il est clair que cela exige que l'on crée entre les émetteurs d'électrons secondaires des différences de potentiel bien déterminées; on y arrive en utilisant des diviseurs de tension. Le coefficient d'amplification d'un photomultiplicateur à cascades peut atteindre 10^5-10^6.

Pour protéger les photomultiplicateurs des rayonnements parasites et soustraire les circuits électroniques à l'influence des champs électrostatiques extérieurs, on les place dans des étuis métalliques. La fig. 8.20 représente la vue générale des photomultiplicateurs soviétiques ФЭУ-38 et son étui. Dans la partie inférieure de l'étui est monté le diviseur de tension. La fig. 8.21 donne une vue d'ensemble d'un photomultiplicateur en position de mesure.

L'intensité de courant recueillie à la sortie du photomultiplicateur peut être amplifiée par les procédés radioélectriques usuels. Après amplification l'intensité de courant est enregistrée par un procédé quelconque. Bien souvent on utilise pour cela des potentiomètres électroniques assurant l'enregistrement continu du photocourant. Depuis quelques années, on utilise des voltmètres digitaux ou

d'autres dispositifs permettant d'introduire les résultats des mesures directement dans un ordinateur. Il existe des méthodes de mesure de flux lumineux très faibles à l'aide des photomultiplicateurs (méthode de comptage des photons, etc.).

Récemment la technique expérimentale de ces mesures s'est notablement perfectionnée, et il est devenu possible de s'attaquer à de nouveaux problèmes. Il serait cependant erroné d'affirmer que le procédé photo-électrique permet de mesurer un signal optique aussi faible que l'on veut. Dans la méthode photo-électrique, comme dans toute autre méthode de mesure c'est le rapport signal/bruit, ou *signal utile*, et non le signal d'entrée qui joue le rôle déterminant. L'existence de bruits d'origines les plus diverses impose une limite à la mesure de signaux faibles; c'est à l'expérimentateur d'élaborer un schéma expérimental permettant de déceler le signal sur un fond de bruits ou d'éliminer les bruits.

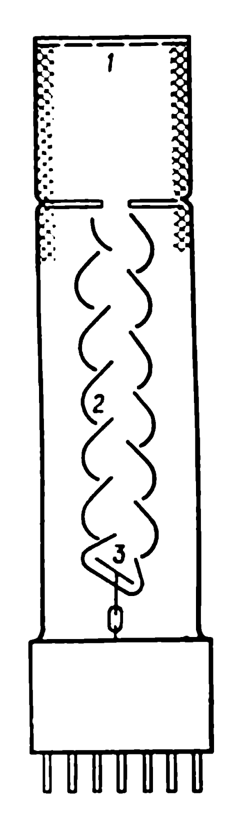


Fig. 8.19. Forme et disposition des électrodes dans le photomultiplicateur ФЭУ-38: *1* — photocathode; *2* — dynodes; *3* — anode (collecteur)

Pour préciser les conceptions physiques qui sont à la base des recommandations concernant l'accroissement de la sensibilité des mesures photo-électriques, on doit commencer par éclaircir les origines des bruits. Nous négligerons certaines erreurs entachant souvent la technique expérimentale pour nous consacrer exclusivement à l'examen des phénomènes physiques provoquant des fluctuations du photocourant mesuré, qui se manifestent sous forme de bruits affectant les mesures photo-électriques.

Une des causes les plus évidentes de l'apparition des bruits limitant la sensibilité des mesures photo-électriques est liée à la valeur finie de la charge de l'électron $q = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ CGSE; les bruits de cette origine sont appelés *effet de grenaille*. Cet effet consiste en ceci: soit i l'intensité du photocourant à mesurer. Cela signifie que chaque seconde i/q électrons sont éjectés par la cathode; comme ce nombre fluctue dans le temps, le courant n'est constant qu'en moyenne. Si la charge de l'électron était indéfiniment petite, le nombre d'électrons émis par la cathode serait grand et l'amplitude relative des fluctuations petite. Si, d'autre part, le courant mesuré était transporté par un petit nombre de particules de grande charge électrique (un autre cas limite), le rôle des fluctuations serait très important.

Un calcul simple permet d'illustrer ces considérations. Il est bien connu que l'erreur relative moyenne $\langle \varepsilon \rangle$ d'une mesure est in-

versement proportionnelle à la racine carrée du nombre fluctuant de particules :

$$\langle \varepsilon \rangle \sim \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Supposons que le courant soit transporté par 100 particules. Du fait des fluctuations, l'erreur des mesures sera de 10 %. Mais si ce même courant est véhiculé par 10^{10} particules, l'erreur ne sera plus que de 10^{-3} pour cent.

Dans l'effet photo-électrique, l'anode est, pour ainsi dire, bombardée par un flux de particules isolées dont le nombre subit des fluctuations, l'effet étant de nature statistique. En adoptant plusieurs

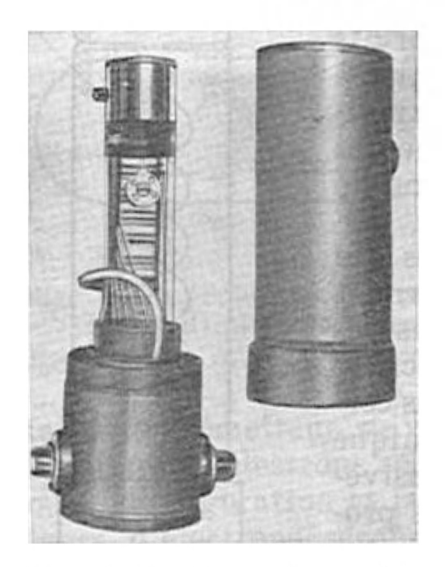


Fig. 8.20. Vue d'ensemble du photomultiplicateur avec son étui

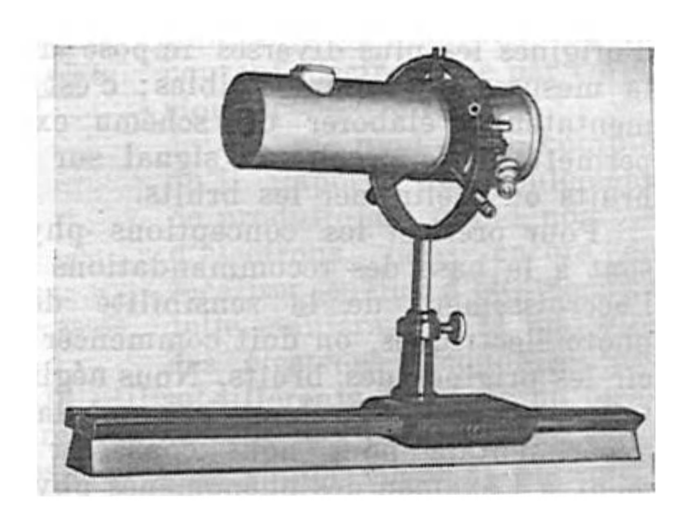


Fig. 8.21. Photomultiplicateur en position de travail

hypothèses simplificatrices, la théorie de cet effet conduit à la formule suivante de la tension de fluctuation moyenne $\langle u_{\text{gr}}^2 \rangle$ de l'effet de grenaille

$$\langle u_{\text{gr}}^2 \rangle = 2qiR^2 \Delta f, \tag{8.54}$$

où R est la résistance de charge du circuit d'anode, Δf la gamme des fréquences (bande passante) dans laquelle l'appareil de mesure choisi permet de mesurer l'intensité du courant photo-électrique.

Une autre cause de fluctuations, toute aussi évidente. est le *mouvement d'agitation thermique des électrons* dans les conducteurs constituant le circuit d'anode. La moyenne du carré de cette tension de fluctuation $\langle u_{\text{th}}^2 \rangle$ est liée à l'énergie thermique kT par l'expression

$$\langle u_{\text{th}}^2 \rangle = 4kTR\Delta f. \tag{8.55}$$

On démontre que ce sont là les deux principales causes de fluctuations du courant photo-électrique. La sensibilité des mesures déter-

minée par le rapport de la valeur moyenne du carré de la tension du signal $\langle u^2_{\text{sign}}\rangle$ à la valeur moyenne du carré des tensions de bruits est alors donnée par la formule simple

$$\rho=\frac{\langle u^2_{\text{sign}}\rangle}{\langle u^2_{\text{gr}}\rangle+\langle u^2_{\text{th}}\rangle}. \tag{8.56}$$

A l'aide des formules (8.54) et (8.55), on peut évaluer l'influence respective des différents paramètres du système de mesure sur la grandeur du signal utile. Ainsi, pour accroître la sensibilité des mesures photo-électriques, on réduit parfois Δf (bande passante), ce qui entraîne une diminution des fluctuations par effet de grenaille et par agitation thermique des électrons. Dans le cas d'amplificateurs à courant continu, on y arrive en augmentant le produit RC (C — capacité du condensateur).mais cela entraîne une augmentation du temps d'enregistrement, ce qui n'est pas toujours souhaitable.

Dans cet aperçu sur la nature des bruits de fluctuation nous n'avons pas mentionné un autre aspect des fluctuations d'origine thermique, qui affecte la sensibilité des mesures. L'agitation thermique des électrons se manifeste non seulement dans les conducteurs du circuit, mais aussi dans la masse de la photocathode. Du fait de cette agitation thermique, un certain nombre d'électrons seront spontanément éjectés par la cathode, créant ainsi des bruits supplémentaires. Autrement dit, le circuit d'anode sera parcouru non seulement par le courant photo-électrique, mais encore par un courant dû à l'émission thermo-électronique. Ce dernier courant porte le nom de *courant d'obscurité*, ce qui marque bien qu'il n'est pas dû à l'éclairement de la cathode.

Le courant d'obscurité peut être mesuré en l'absence de signal et compensé par les procédés usuels. Cependant les fluctuations du courant d'obscurité créent des bruits supplémentaires, ce qui est une autre cause de limitation de la sensibilité des mesures du photocourant. Pour certains types de photomultiplicateurs, la réduction du courant d'obscurité réalisée par diminution des dimensions de la photocathode et par son refroidissement, est le principal moyen d'accroissement de leur sensibilité.

Notre aperçu sur les bruits s'applique aussi bien aux cellules photo-électriques qu'aux photomultiplicateurs. Cependant certaines caractéristiques des photomultiplicateurs (amplification stable, possibilité d'éliminer l'influence des champs extérieurs) favorisent leur utilisation dans les sciences et les techniques.

Mais, dans l'infrarouge, l'utilisation des photomultiplicateurs se heurte à des difficultés. Nous avons signalé que l'existence d'une frontière rouge de l'effet photo-électrique rend impossible l'utilisation des photocathodes donnant pleine satisfaction dans le visible et l'ultraviolet. Pour les mesures dans l'infrarouge, on utilise des *photodiodes*, dispositifs basés sur l'effet photo-électrique interne.

Une photodiode est constituée par une pastille de semiconducteur dans laquelle on a créé une région de conductibilité électronique (région n) et une deuxième région de conductibilité par trou (région p); la frontière entre ces régions constitue la jonction p-n. La fig. 8.22 représente deux schémas de principe de ces dispositifs.

Sous l'action de la lumière tombant sur la surface du semiconducteur s'y forment des paires électron-trou (n-p). Les porteurs minoritaires (trous dans un semiconducteur électronique et électrons dans

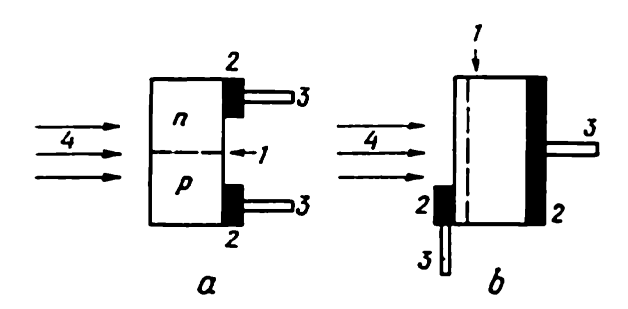


Fig. 8.22. Schéma de principe de deux types de photodiodes (a et b): 1 — jonction p-n; 2 — contacts électriques aux régions p et n; 3 — électrodes; 4 — faisceau lumineux

un semiconducteur de type p) diffusent vers la jonction p-n, y pénètrent et forment une région de charge d'espace de l'autre côté de la jonction. Il se produit ainsi une accumulation de porteurs de charges de signes contraires dans deux régions opposées du semiconducteur. Ce processus ne peut cependant se prolonger indéfiniment puisque l'accumulation des charges donne naissance à un champ électrique qui s'oppose à une nouvelle accumulation des charges. Ainsi s'établit un équilibre dynamique entre les passages à travers la jonction des électrons et des trous. En résulte l'apparition d'une différence de potentiel constante (force photo-électromotrice) dont la valeur ne peut excéder la largeur de bande interdite du semiconducteur, exprimée en volts *).

La photodiode peut avoir deux régimes de fonctionnement: avec et sans alimentation extérieure. Lorsqu'il s'agit de mesures on applique généralement aux bornes de la diode une différence de potentiel. Mais quand il s'agit de générer de l'énergie électrique (fonctionnement en pile solaire) on utilise les diodes sans alimentation extérieure (régime de valve).

La valeur de la force photo-électromotrice dépend des propriétés du semiconducteur utilisé et de la technologie de fabrication de la diode. Pour diminuer les fluctuations du courant d'obscurité, il

*) Le lecteur trouvera un exposé beaucoup plus détaillé des processus physiques dans un semiconducteur soumis à l'action de la lumière dans nombre d'ouvrages spéciaux.

est recommandé de refroidir le dispositif. Ce sont les photodiodes au germanium et au silicium qui sont les plus utilisées. La fig. 8.23 représente les caractéristiques spectrales de ces récepteurs de lumière. On voit que la photodiode au germanium présente un maximum de sensibilité dans la gamme des longueurs d'onde ($\lambda_{max} \sim 1,5$ µm) où les photomultiplicateurs sont inutilisables.

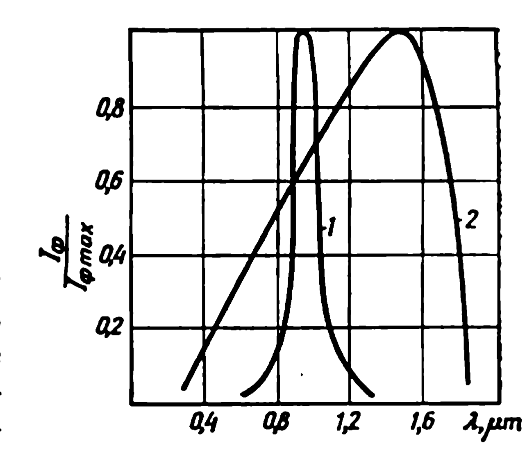


Fig. 8.23. Caractéristiques spectrales des photodiodes:
1 — au silicium; 2 — au germanium

Pour conclure ce bref aperçu sur les récepteurs photo-électriques nous mentionnerons la possibilité de convertir un rayonnement invisible (rayons infrarouges et ultraviolets) en un rayonnement visible; on utilise pour cela les *convertisseurs d'images électroniques* qui sont également susceptibles d'assumer les fonctions d'amplificateur de lumière. Un schéma de principe de ces dispositifs est représenté fig. 8.24. La photocathode convertit l'image optique en une image électronique. Les faisceaux d'électrons issus de différentes régions de

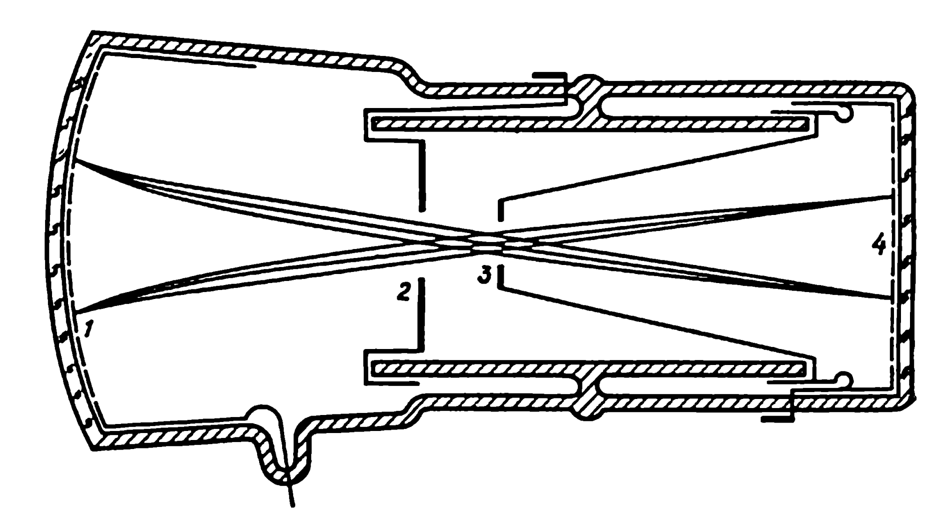


Fig. 8.24. Schéma de principe d'un convertisseur d'images à focalisation électrostatique:
1 — photocathode; 2 — électrode focalisante; 3 — anode; 4 — couche luminescente

la cathode sont ensuite focalisés et arrivent sur un écran fluorescent qui visualise l'image. La qualité de l'image n'est pas très bonne, du fait que les aberrations des faisceaux électroniques sont plus fortes que celles des faisceaux optiques; néanmoins les convertisseurs d'ima-

ges modernes ont au centre de l'image un pouvoir de séparation de l'ordre de quelques dizaines de traits par millimètre, valeur voisine de celle d'une plaque photographique ordinaire.

Comme il est facile de moduler les faisceaux électroniques, le convertisseur d'images électronique peut être utilisé en qualité de modulateur ou d'obturateur optique, présentant une inertie encore plus faible que celle d'une cellule de Kerr. Le fonctionnement d'un tel obturateur ne s'accompagne que d'une très faible perte d'énergie et, dans certaines conditions, il fonctionne même avec amplification du flux d'électrons. On doit remarquer que ce dispositif n'est pas un dispositif purement optique; comme les faisceaux d'électrons peuvent être amplifiés par divers procédés, la luminance à la sortie du convertisseur d'images peut être plus grande que celle de l'image optique à l'entrée. Les convertisseurs d'images modernes à photocathode en alliage césium-antimoine permettent d'accroître de 20 fois la luminance de l'image. Avec un équipement électronique plus élaboré on peut réaliser un balayage dans le temps du signal, étudié avec une résolution dans le temps atteignant 10^{-14} s. On peut s'attendre à ce que les dispositifs de ce type trouvent prochainement de nombreuses applications dans les sciences et les techniques.

§ 8.5. Les photons et leurs propriétés

Nous avons mentionné ci-dessus qu'Einstein, tout en développant les conceptions quantiques, a émis l'hypothèse selon laquelle le porteur d'un quantum d'énergie lumineuse serait une particule de propriétés spécifiques que l'on baptisa *photon*. Il s'ensuit que non seulement l'énergie est rayonnée et absorbée par quanta, mais encore qu'entre ces processus elle existe sous forme de particule, qui apparaît dès que la lumière est émise et qui disparaît lorsqu'elle est absorbée. Entre ces transformations le photon se déplace à une vitesse qui est toujours égale à la vitesse de la lumière dans le vide ($v_{ph} = c$).

L'énergie du photon est égale au quantum $W = h\nu$, et l'absorption d'un photon peut être considérée comme un acte élémentaire de transfert de son énergie à un autre objet. Ainsi le mécanisme de l'effet photo-électrique n'est rien d'autre que le transfert de l'énergie d'un photon à un électron, l'équation (8.52) étant la loi de conservation de l'énergie dans cet acte élémentaire. Chaque électron libéré capte l'énergie d'un photon, ce qui explique pourquoi le courant de saturation $I_{sat} = nq$ (n — nombre d'électrons libérés) est exactement proportionnel au flux lumineux incident. D'autre part, l'énergie maximale des électrons éjectés dépend de celle des photons, donc de la fréquence de la lumière tombant sur la photocathode [*cf.* (8.52)].

La loi de conservation de l'énergie écrite sous la forme (8.52) peut être appliquée à différents processus auxquels participent les photons. Ainsi on peut envisager le problème inverse à celui de l'ef-

fet photo-électrique : l'énergie de l'électron est transmise à un photon qui apparaît lors de cet acte élémentaire. Un tel effet se manifeste lors du freinage d'électrons rapides dans la masse de l'anticathode d'un tube à rayons X. Il s'y produit des processus compliqués, lors desquels une partie de l'énergie des électrons bombardant l'anticathode est convertie en chaleur et le restant en énergie de rayonnement. Ce processus n'est pas quantifié, ce qui fait que, l'électron pouvant dissiper une partie arbitraire de son énergie cinétique, on voit apparaître un spectre continu de rayons X. Quant aux photons de fréquence maximale rayonnés par l'anticathode, ils correspondent à la conversion de toute l'énergie cinétique des électrons en énergie rayonnante, ce qui s'exprime par une équation semblable à l'équation (8.52). Dans le cas de très grandes énergies, on peut négliger l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome, ce qui conduit à l'égalité

$$\frac{mv^2}{2} = qV = h\nu_{\max}. \qquad (8.57)$$

Cette équation peut s'écrire aussi sous la forme :

$$qV = hc/\lambda_{\min}. \qquad (8.58)$$

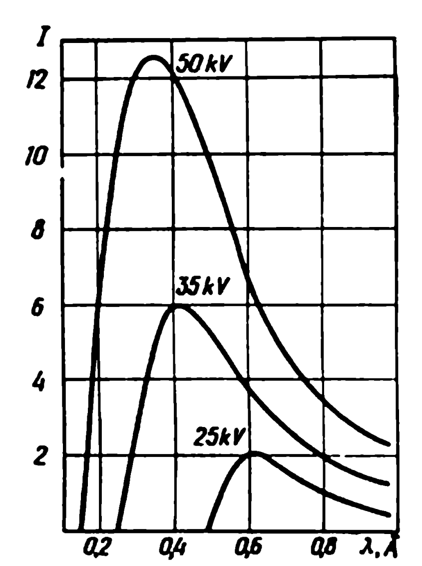


Fig. 8.25. Spectres de freinage des rayons X pour différentes tensions d'accélération

L'équation (8.58) peut être utilisée pour la détermination de la constante de Planck en mesurant la frontière du côté des courtes longueurs d'onde du spectre continu des rayons X ; selon (8.58) la position de cette frontière dépend de la différence de potentiel appliquée (fig. 8.25). Ces mesures ont permis d'obtenir une des valeurs les plus précises de cette constante. La valeur ainsi déterminée : $h = 6{,}624 \cdot 10^{-27}$ erg·s, est en excellent accord avec les résultats de mesures basées sur l'effet photo-électrique et les lois du corps noir dont il a été question plus haut. Ces exemples illustrent la possibilité d'obtenir des résultats importants à partir de la loi de conservation de l'énergie appliquée aux processus élémentaires s'accompagnant d'une création ou d'une annihilation de photons.

Poursuivons notre étude des propriétés des photons. Le photon doit posséder une *masse* déterminée, qui, conformément aux principes de la théorie de la relativité, se laisse déduire de la corrélation

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \qquad (8.59)$$

On ne doit pas oublier que la vitesse du photon est $v_{\text{ph}} = c$. Compte tenu de ce fait, il apparaît aussitôt que le photon ne peut

avoir la masse de repos m_0. En effet, l'équation $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ montre qu'avec $v = c$, une valeur finie de la masse m ne s'obtient que pour $m_0 = 0$.

Ainsi le photon n'existe qu'en mouvement et sa masse de repos est nulle. C'est ce qui le distingue de l'électron, du proton et d'autres particules encore. On dit souvent que le photon est une quasi-particule, ce qui aujourd'hui, où en physique des hautes énergies on étudie des particules non moins extraordinaires (particules de charme), paraît peu justifié. On peut noter, par exemple, que le neutrino se meut lui aussi à la vitesse de la lumière et n'a pas lui non plus la masse de repos.

Evaluons l'*impulsion du photon*. Une particule de masse $m = h\nu/c^2$, qui se meut à la vitesse c, a une impulsion

$$K = mc = h\nu/c. \tag{8.60}$$

Cette caractéristique des photons doit se retrouver dans les expériences physiques. A titre d'exemple nous considérerons l'interprétation de la pression de radiation par la théorie photonique.

Supposons que sur la surface d'aire $\delta S = 1$ tombent sous incidence normale N photons par seconde. Une partie est réfléchie et l'autre est absorbée. Si on désigne par $\mathcal{R}$ le facteur de réflexion énergétique, $\mathcal{R}N$ photons seront réfléchis et $(1 - \mathcal{R})N$ photons seront absorbés par seconde. A la réflexion, l'impulsion de chaque photon varie de $2h\nu/c$. A l'absorption l'impulsion de chaque photon varie de $h\nu/c$. La pression de radiation qui est déterminée par la somme des impulsions transmises à la surface $\delta S = 1$ est donnée par l'expression suivante

$$p = (1 - \mathcal{R})\, N \frac{h\nu}{c} + \mathcal{R}N \frac{2h\nu}{c} = N \frac{h\nu}{c}(1 + \mathcal{R}). \tag{8.61}$$

L'énergie totale $Nh\nu$ de tous les photons atteignant la surface considérée est égale à la densité de flux de l'énergie électromagnétique, donc au module du vecteur $|\,\mathbf{S}\,|$, qui est lié simplement à la densité moyenne du champ électromagnétique (*cf.* § 2.6). On obtient alors, en parfait accord avec le résultat établi en optique ondulatoire, la formule suivante

$$p = \frac{S}{c}(1 + \mathcal{R}) = W(1 + \mathcal{R}). \tag{8.62}$$

On notera la simplicité et l'élégance de cette démonstration surtout en regard des efforts que l'on a dû déployer en optique ondulatoire pour arriver au même résultat (*cf.* § 2.6). Cependant dans d'autres cas la situation peut être inverse. Ainsi l'interprétation de toutes les particularités de l'interférence et de la diffraction de la lumière par les méthodes de la physique photonique est beaucoup plus

compliquée qu'en optique ondulatoire. Vu que dans la conclusion générale de ce livre nous donnons un bref aperçu des rôles respectifs de la théorie électromagnétique de la lumière et de la physique des photons, nous reprendrons maintenant l'étude des actes élémentaires d'interaction de la lumière avec la matière dans le cadre de la physique des photons.

On doit remarquer qu'un bon accord des résultats théoriques de l'évaluation de la pression de radiation avec les données expérimentales ne peut être atteint que dans le cas d'une description strictement relativiste du phénomène. En effet, la formule de l'impulsion ($h\nu/c$) du photon a été obtenue à partir de la mécanique relativiste. Par suite l'écriture des lois de conservation, appliquée aux actes élémentaires s'accompagnant de la création et de l'annihilation des photons, doit tenir compte des effets prévus par la théorie de la relativité. A titre d'exemple nous donnons ci-dessous un exposé élémentaire de la théorie de la diffusion des rayons X dans une substance quelconque.

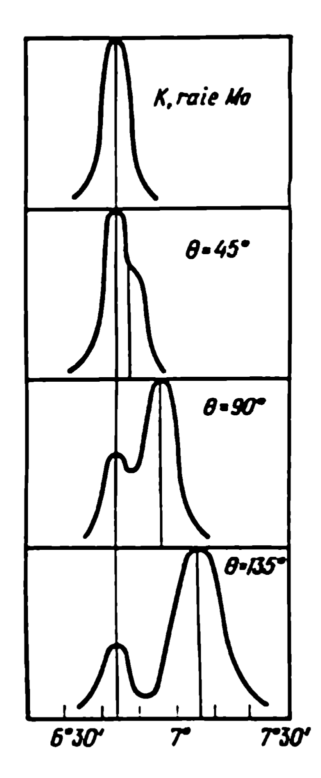


Fig. 8.26. Effet Compton sur la raie K du molybdène

Lors de l'étude expérimentale de ce phénomène, qui a été réalisée pour la première fois par Compton en 1922-1923, il avait été établi qu'en plus du comportement prévu par la théorie électromagnétique (polarisation du rayonnement diffusé, intensité de ce rayonnement) on observe des effets que cette théorie ne peut expliquer. Ainsi, par exemple, on avait observé l'apparition d'une raie satellite au voisinage de la raie fondamentale, dont la longueur d'onde est la même que celle des rayons caractéristiques irradiant le corps à l'étude. Il a été démontré que le déplacement $\Delta\lambda$ de cette raie satellite était indépendant de la longueur d'onde du rayonnement incident et de la nature de la substance diffusant les rayons X, étant entièrement déterminé par l'angle de diffusion Θ. L'intensité relative du satellite (de même que son déplacement) augmentait avec l'angle de diffusion (fig. 8.26) et dépendait en outre du poids atomique de la substance diffusant les rayons X (l'intensité du satellite est plus grande pour les atomes légers que pour les atomes lourds).

Ces résultats expérimentaux sont en désaccord avec la théorie classique selon laquelle la fréquence des oscillations forcées doit coïncider avec la fréquence de la force excitatrice, donc avec la fréquence du rayonnement incident et aucune raie satellite ne devrait

apparaître. Selon la théorie quantique, la collision d'un photon avec un électron lié à un atome doit s'accompagner de la perte d'une partie de l'énergie du photon, ce qui fait, qu'après collision, le quantum ($h\nu'$) doit être plus petit que le quantum initial ($h\nu$). Le rapport de ν à ν' peut varier suivant les conditions expérimentales.

Pour procéder à une évaluation quantitative de cet effet, nous écrivons les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion.

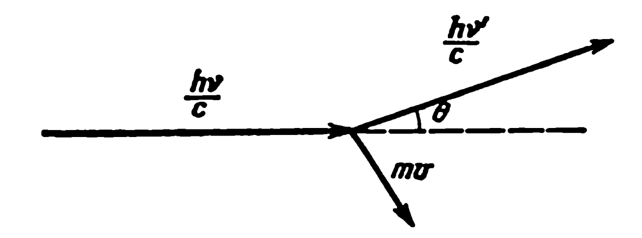


Fig. 8.27. Orientations relatives des vecteurs figurant dans la formule (8.66)

Posons qu'avant collision l'électron était immobile (son énergie était donc égale à m_0c^2) et qu'après collision il est animé d'une vitesse $\mathbf{v}$ et possède une énergie mc^2, où $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$. Négligeons pour l'instant l'énergie de liaison de l'électron avec l'atome. On a donc

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2 \quad \text{(loi de conservation de l'énergie)}, \qquad (8.63)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}' + m\mathbf{v} \quad \text{(loi de conservation de l'impulsion)}, \qquad (8.64)$$

où $|\mathbf{K}| = h\nu/c$; $|\mathbf{K}'| = h\nu'/c$.

Pour faciliter la résolution simultanée de ces deux équations nous nous référerons à la fig. 8.27 qui représente les directions respectives des trois vecteurs concernés. Appliquant un théorème géométrique bien connu nous pouvons écrire la loi de conservation de l'impulsion sous la forme

$$(mv)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\Theta. \qquad (8.65)$$

Après quelques transformations simples utilisant la corrélation $\nu = c/\lambda$, nous obtenons

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\Theta}{2}. \qquad (8.66)$$

L'examen de cette formule montre que le déplacement de la raie augmente avec l'angle de diffusion, atteignant sa valeur maximale pour l'angle $\Theta = \pi$, cas où le rayonnement diffusé va à l'encontre du rayonnement incident; ce cas est difficile à observer.

L'existence d'une composante non déplacée dans le rayonnement diffusé est déterminée par le caractère spécifique de la diffusion des rayons X qui interagissent avec les électrons des couches internes

fortement liés à l'atome. Dans notre calcul, nous n'avons pas tenu compte de cette énergie de liaison qui correspondait en fait à la diffusion par des atomes légers où cette liaison est faible, et l'intensité de la composante déplacée est assez grande. Dans les atomes lourds comportant un grand nombre d'électrons fortement liés, un nombre important de photons se comporte comme s'ils entraient en collision élastique avec un atome lourd. C'est pour cela que le spectre de diffusion comporte une composante non déplacée de grande intensité.

Il résulte de notre calcul que les collisions doivent faire apparaître des électrons libres que l'on désigne souvent sous le nom d'*électrons de recul*. Les équations (8.64) permettent d'évaluer la part de l'énergie du quantum des rayons X qui sera emportée par un électron de recul; on peut alors établir une corrélation entre la variation relative de l'intensité des composantes du rayonnement diffusé et le déplacement $\Delta\lambda$. Les corrélations que l'on obtient ainsi concordent avec les données expérimentales citées.

On doit remarquer que dans le cas d'un rayonnement pas trop pénétrant, même pour un angle de diffusion grand, la part de l'énergie d'un photon emportée par un électron de recul est petite; c'est ce qui fait toute la différence entre le mécanisme de ce processus et celui de l'effet photo-électrique où l'électron capte toute l'énergie du photon incident. L'existence d'électrons de retour dans les expériences de diffusion des rayons X a été confirmée par D. Skobeltsyne qui observait leurs traces dans une chambre de Wilson. En plaçant la chambre de Wilson dans un champ magnétique extérieur on a réussi à déterminer l'énergie de ces électrons.

Nous avons indiqué que tout champ électromagnétique possède un moment cinétique (*cf.* § 2.6). La loi de conservation du moment cinétique doit être vérifiée pour tout système décrit en termes de la physique photonique. En évaluant la projection du moment cinétique du photon sur la direction de son impulsion, on arrive à déterminer une des propriétés fondamentales du rayonnement électromagnétique, qui est sa polarisation; notons la facilité avec laquelle on introduit la polarisation en optique ondulatoire. Une étude plus détaillée de cette intéressante question ne peut être faite dans le cadre de ce cours.

Ces exemples d'utilisation des lois de conservation pour l'étude des actes d'interaction des photons avec les électrons nous paraissent suffisants. Dans les cours de physique atomique on étudie des effets très délicats qui ont été découverts en appliquant cette approche à l'étude de divers phénomènes (effet Mössbauer, par exemple). On y trouve également l'analyse d'études expérimentales de ces effets, qui démontre que les lois de conservation sont vérifiées non pas en moyenne seulement, mais pour chaque acte élémentaire. Notons également que les conceptions quantiques se sont avérées extrêmement utiles pour l'étude énergétique des processus d'interaction de la

lumière avec la matière. Ainsi, par exemple, la théorie photonique a permis de démêler les mécanismes de différents processus photochimiques, ce que l'on ne pouvait faire au moyen de la théorie ondulatoire.

Nous arrêterons là notre exposé des propriétés des photons et il nous reste à formuler encore quelques considérations générales. L'introduction dans la physique du concept de photon équivaut en fait à la création d'une nouvelle théorie corpusculaire de la lumière, susceptible de donner une interprétation convenable de certains phénomènes optiques, que la théorie ondulatoire n'arrive à expliquer qu'à grand-peine ou bien qu'elle ne peut le faire du tout. Lorsque les phénomènes sont décrits convenablement, cette théorie ne fait pas apparaître de contradictions avec l'optique ondulatoire. Ainsi il est facile de dégager, par la théorie corpusculaire, les lois de la réfraction de la lumière en postulant que la quantité de mouvement des photons varie lorsqu'ils passent d'un milieu à un autre. Des phénomènes qui se manifestent à l'interface de deux milieux peuvent alors être décrits aussi bien par la théorie ondulatoire que par la théorie corpusculaire. Ce serait assurément une erreur grossière que d'essayer d'identifier la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques avec la vitesse des corpuscules et de chercher à concevoir une expérience décisive pour donner la préférence à l'une de ces deux théories, qui, étant complémentaires l'une de l'autre, permettent de décrire l'ensemble des phénomènes complexes de l'optique. On ne doit pas oublier que les conceptions ondulatoire et corpusculaire sont des idées classiques marquant les deux limites de la nature quantomécanique de tout phénomène répondant au dualisme onde-corpuscule.

CONCLUSION

Nous venons de voir que la mise en œuvre des nouvelles idées de Planck, d'Einstein et d'autres physiciens du début du XXe siècle a conduit à une large extension de la physique des photons (optique quantique) qui permettait d'expliquer différents phénomènes que la théorie électromagnétique de la lumière n'arrivait pas à interpréter.

Il n'est donc pas étonnant que se posa la question de la valeur relative de ces deux théories de la lumière. Très rapidement on se rendit compte qu'il était vain d'essayer de les opposer. Il apparut que la théorie électromagnétique restait parfaitement valable pour la description des propriétés ondulatoires de la lumière (interférence, diffraction et phénomènes connexes), tandis que certaines caractéristiques énergétiques du rayonnement se laissaient entièrement interpréter par la physique des photons. Il existe également un groupe de phénomènes intermédiaires, tels la pression de radiation, l'effet Doppler, etc., que l'on arrive à interpréter aussi bien par l'une que par l'autre théorie. Il est à noter que la prise en compte des effets relativistes est nécessaire dans les deux théories.

On utilise actuellement en physique la méthode dite semi-classique qui est une combinaison des procédés de description quantique et classique des phénomènes. Appliquée aux problèmes que nous avons considérés dans ce livre, cette méthode consiste à associer à l'approche quanto-mécanique de la description du milieu (propriétés des atomes et des molécules) les lois de l'électrodynamique classique (équations de Maxwell) régissant les champs électromagnétiques. Ce n'est que dans le cas où l'on est obligé de tenir compte des bruits (fluctuations, émission spontanée des lasers, etc.) qu'il devient nécessaire de considérer aussi bien le caractère discret des processus d'absorption et d'émission de la lumière par les atomes que la quantification du champ électromagnétique (c'est-à-dire mettre en œuvre l'électrodynamique quantique). Il est curieux de noter que l'effet photo-électrique dont l'interprétation a donné lieu à l'introduction de la notion de photon (§§ 8.4; 8.5) se laisse parfaitement décrire par la méthode semi-classique.

29—0525

La renaissance sur une base nouvelle de la théorie corpusculaire, qui, non seulement ne s'oppose pas à la théorie ondulatoire, mais la complète, apparaît comme une démarche parfaitement naturelle. La discussion qui opposait jadis les grands physiciens Newton et Huygens paraîtrait ridicule au XXe siècle. Il est bien connu que l'existence de ces deux théories apparemment contradictoires ne fait que refléter le caractère dualiste de la lumière, propre à toute la matière.

Il est usuel de considérer l'électron libre comme une particule. On peut en effet enregistrer l'existence de l'électron libre à l'aide d'appareils convenant à l'étude des particules chargées. Mais on peut tout aussi bien déceler les propriétés ondulatoires de l'électron libre, caractérisées par les ondes de de Broglie ; ces propriétés ondulatoires de l'électron sont utilisées pour les calculs d'étude du microscope électronique.

On ne peut donner sa préférence à l'une ou à l'autre méthode de description d'un phénomène, puisqu'il est impossible de concevoir une expérience qui permettrait de choisir univoquement entre les descriptions ondulatoire et corpusculaire.

Le développement de l'optique moderne reflète les idées de base de la mécanique quantique selon laquelle la probabilité de présence d'une particule dans une région donnée de l'espace est définie par une fonction dont les propriétés ondulatoires sont évidentes. La transition de l'optique ondulatoire à l'optique corpusculaire s'effectue conformément aux principes de la mécanique quantique, de sorte que la mise en œuvre du principe de complémentarité de Bohr est parfaitement justifiée.

Nous nous contenterons de ces quelques considérations générales puisque la question du dualisme onde-corpuscule se trouve examinée en détail dans un grand nombre d'ouvrages écrits par les savants les plus éminents.

Il importe de bien voir que le développement de l'optique moderne s'effectue aussi bien suivant la voie de la théorie électromagnétique de la lumière que suivant la voie de la physique des photons. Cette remarque est importante, car on a parfois tendance à affirmer que la théorie électromagnétique serait un domaine épuisé par Maxwell et les autres grands physiciens de la fin du XIXe — début du XXe siècle, et que tous les nouveaux progrès de l'optique ne seraient dus qu'à l'avènement de l'optique des photons. Ce point de vue est erroné puisqu'il implique une opposition des deux aspects d'un seul et même processus complexe, exigeant une description dualiste.

Pour illustrer ces considérations générales prenons pour exemple l'histoire de l'élaboration des sources de lumière cohérente (les lasers). Nous avons déjà souligné que l'idée de l'émission stimulée avait été avancée dès 1916 par Einstein à l'occasion d'une démonstration de la formule de Planck. Il est utile de le souligner car pendant

de nombreuses années ce n'est que la validité irréfutable de la formule de Planck qui pouvait confirmer l'existence de l'émission stimulée, bien que les conditions dans lesquelles elle pouvait être décelée dans la gamme optique restassent indéfinies. Or l'élaboration des premiers émetteurs cohérents dans la gamme infrarouge résulta dans une large mesure de l'introduction dans l'optique des conceptions radiophysiques, ce qui démontre qu'il est injuste d'attribuer l'efficacité de ces recherches aux seuls progrès de la physique des photons.

Quant au fond du problème, on se rend aisément compte qu'il serait fort difficile de traiter le concept de l'émission stimulée par l'une de ces théories seulement. La description de l'amplification du signal optique (« absorption négative ») est rendue plus facile par l'utilisation des conceptions de l'optique quantique, consistant à considérer que de nouveaux photons apparaissent lorsque la lumière traverse un milieu actif. Mais pour décrire le comportement ultérieur de ces photons, il est commode d'utiliser les conceptions de l'optique ondulatoire en affirmant que les phases des ondes secondaires sont strictement corrélées.

On peut noter encore que chaque fois que les physiciens élaborent de nouvelles méthodes ou de nouveaux appareils, ils usent parallèlement des conceptions de l'optique ondulatoire et de l'optique quantique.

Ainsi se dessine la question complexe du contenu que doit avoir un cours moderne d'optique physique. Il est hors de doute qu'une étude de l'optique réalisant la synthèse des conceptions ondulatoire et corpusculaire doit se baser sur la mécanique quantique. L'élaboration d'un tel cours destiné aux étudiants de fin d'étude des universités représenterait une tâche des plus ardues.

Le présent livre poursuit un but beaucoup plus modeste étant destiné à un lecteur moins averti. Il nous semble que le contenu de ce livre est indispensable pour tous ceux qui se destinent à des activités en physique et en technique, et qu'il peut leur fournir une base en vue d'une étude approfondie des problèmes que pose l'optique contemporaine.

INDEX

Aberration chromatique 334
— sphérique 333
— stellaire 380
— des systèmes optiques 331
Absorption, facteur d' 144-145
— de la lumière dans un interféromètre 228-231
— par métaux 89-90
Activité optique 123
Addition des vitesses en mécanique classique 357
— — — — — relativiste 373
Amortissement, coefficient d' 135-409
— des oscillations 62, 409
Anisotropie 102
— due à un champ électrique 111-113
— résultant de contraintes mécaniques 110-111
Angle de Brewster 73-81, 86
Anneaux de Newton 198
Appareils spectraux 302-321
Astigmatisme 332

Biréfringence 103
— artificielle 110-113
—, interprétation de Huygens 120-123
—, interprétation selon la théorie électromagnétique 118-120
Brillance énergétique 38

Cellule de Kerr 112
— photo-électrique 426
Clarification optique 201-203
Cohérence 10, 157
— dans la diffraction 291-302
—, longueur de 171, 218, 221, 297
— des ondes quasi monochromatiques 216
— partielle 166, 176, 295, 342
— spatiale 159, 180, 186
Cohérence temporelle 159, 217
—, temps de 171, 218, 221
—, taux de 161, 166, 185, 342
—, taux complexe de 161, 166
Coloration des lames minces 193-200
Coma 334
Condition de Bragg-Wulff 328
— du rapport des sinus 334, 343
Conducteur parfait 90
Constante de Verdet 148, 152
— — Kerr 112
— — Planck 415, 416, 424, 435
Construction de Huygens 120-123
— — Fresnel 177
Contraste de phase 346
Convertisseur d'images électroniques 433
Corps noir 395
Couches diélectriques interférentielles 201-205
Courant de déplacement 18
Critère de netteté (contraste) 227
— de résolution (de Rayleigh) 312, 313, 338-340

Densité spectrale du rayonnement 394
— du courant de déplacement 18
Déplacement rouge 378
— violet 378
Différence de marche 162
— de chemin optique 162
Diffraction 242, 273
— d'une onde quasi monochromatique 270, 292, 302
— par le bord d'un écran 252-256
— par les structures tridimensionnelles 321-329
— des rayons X 327-329
— par une fente 255
Diffraction, paramètre de 257
—, ordre de 281

Diffraction, fonction de visibilité 283, 292-293
— de Fraunhofer 270-278
— de Fraunhofer par une fente 271-277, 300
— de Fraunhofer par une structure régulière 278-286
— de Fresnel 253-258
— de Fresnel par une ouverture circulaire 249, 258
—, image de 250, 270
Diffraction d'une lumière partiellement cohérente 292-302
— — — par deux ouvertures 294-302
— — —, répartition de l'intensité lumineuse 295-302
— — —, visibilité de la 292
Diffraction, maximums de 270-286
—, maximums principaux 282-286
—, maximums secondaires 273
— d'un rayonnement OUC 264-255
—, répartition d'intensité 254, 274
—, répartition, spirale de Cornu 253-254
Diffusion de la lumière 329-331
— moléculaire de la lumière 330
Dispersion 44
— anomale 47, 131, 144
— anomale, mesure de la 147, 209-210
—, courbe de 145
—, équations de 133-136
—, fonction de 307-311
— de l'interféromètre Fabry-Pérot 311
— libre, région de 316
— linéaire 321
— normale 47, 130, 137
— d'un prisme 309-310
— des rayons X 140
— d'un réseau de diffraction 308
— d'une substance 310, 335
Dipôle oscillant 56-59
Directions principales dans un cristal 114, 117
Distance focale 267
Distorsion 336

Echelle des ondes électromagnétiques 7
Eclairement cohérent 294, 342-345
— non cohérent 300, 345-346
Effet Compton 437
— Doppler 376-391
— — longitudinal 377, 381, 382
— — transversal 378, 383
— Faraday 148-155
Effet Kerr 111
— photo-électrique 421-434
— — externe 426
— —, frontière rouge 423, 431
— — interne 426
— Tyndall 330
— Vavilov-Tchérenkov 376
Elargissement des raies spectrales 168-172, 218
— par effet Doppler 218, 384-387
Eléments dispersifs 303
Ellipsoïde de Fresnel 115
Emission induite 164
— stimulée 418
Energie de repos 374
Equations matérielles 18
Equations de Maxwell 19
Equations de Maxwell en milieu anisotrope 115
— d'onde 26
Expérience de Faraday 148
— — Fiseau 359, 360, 372, 373
— — Kundt-Wood 147
— — Laue 327, 328
— — Michelson 361-364
— — Sagnac 365-366
— — Stoletov 421
— — Wiener 54, 55
— — Young 164, 293-296

Facteur d'absorption 395
— d'émission 394
— de mérite 61, 317
Faisceaux lumineux homocentriques 266, 332
Filtre interférentiel 240
Flux lumineux 39
Fonction instrumentale 305, 340
Fonction de visibilité 165, 166
— — — d'une source étendue 184,
— — — et taux de cohérence 165, 166, 295
— de corrélation 160, 297-300
Force de l'oscillateur 139
Formule d'Airy 226, 233
— de Fresnel 70-81
— — pour le coefficient d'entraînement 360
— — — pour corps anisotropes 117
— de Lorentz-Lorenz 138
— de Maxwell 27, 49, 50
— de Newton 268
— de Planck 415, 419
— de Rayleigh 47, 133
— de Rayleigh-Jeans 413
— de Wien 397, 482

Foyer d'une surface sphérique 267
Franges d'interférence 156
— —, critère de netteté 227
— —, localisation 193-200
— — d'égale inclinaison 200
— — d'égale épaisseur 197
— —, largeur 163, 182, 233
— — avec source étendue 180-186
Fréquence de plasma 141
Front plan d'une onde 30

Hologramme 347-355

Iconale 260
Iconales équations 260
Impulsion du photon 436
Intensité lumineuse 39, 75
Interférences (de la lumière) 156
Interférence, applications en métrologie 207, 222-224
—, condition du maximum d' 162
—, — — minimum d' 162
— de faisceaux diffractés 279-282, 293
—, fonction de visibilité des franges d' 165-166, 181-184, 226
—, franges d', localisation d' 180, 193-200
—, franges d', en lumière polarisée 190
—, franges d' non stationnaires 221, 223
—, franges d' stationnaires 162, 221
—, image d' 161
— des ondes monochromatiques 161
— des ondes quasi monochromatiques 158, 166
— — — de polarisations rectangulaires 186
— à ondes multiples 203, 224-229
—, ordre d' 162
—, ouverture d'une grande 179
— de rayons polarisés 186-193
— des rayons X 328, 329
Interféromètre Fabry-Pérot 224-241, 317
— — —, dispersion d' 311
— de Jamin 206
— de Michelson 214, 220
Interféromètres à deux ondes 205-224
Interféromètre de Rojdestvensky 208-213
Invariant de Lagrange-Helmholtz

Lame quart-d'onde 88, 105
Lame zonale 247, 248
Laser 11, 31, 113, 273, 239, 420-421
Laser, émission 33, 219
Laser, polarisation du rayonnement 35
Laser à impulsion 33
Laser, longueur des raies d'émission 33, 219, 236, 237
Loi de Bouguer 90
Loi de Brewster 73
Loi de conservation des charges électriques 18
Loi de conservation de l'énergie 37
Loi de déplacement de Wien 402
Loi de l'induction électromagnétique 17
Loi de Malus 108
Loi de Snellius 70
Loi de Stefan-Boltzmann 402
Lumière naturelle 32, 307
Lumière non polarisée 34
Luminosité 319
Luminosité du spectrographe 320-321

Masse de repos 374
Méthode de Drude 92
Miroir de Lloyd 179
Monochromateur 32, 303
Monochromateur à prisme 40

Objectif achromatique 334
Ondes amorties 62, 91
Ondes monochromatiques 26-36
Ondes non homogènes 83
Ondes, nombre d' 28
Ondes, paquet d' 44
Ondes planes 26-36
Ondes à polarisation elliptique 24, 87, 91, 105
Ondes à polarisation rectiligne 24
Ondes progressives 29
Ondes quasi monochromatiques 36, 166
Ondes sphériques 56
Ondes stationnaires 51-55
Optique non linéaire 66, 90
Optique, chemin — 106, 264
Optique, axe — d'un cristal 104, 115, 120
Oscillations cohérentes 159
Ouverture numérique 344
Ouverture de l'objectif 343

Période moyenne de modulation 169
Permittivité diélectrique 18

Permittivité diélectrique complexe 93, 144
— —, tenseur de 114
Photon 424, 343-440
—, impulsion du 436
Photon, loi de conservation de l'énergie 243, 434
Photon, masse du 436
Photomultiplicateur 427-431
—, courant d'agitation thermique 430
—, courant d'obscurité 431
—, effet de grenaille 429
—, signal utile 429
Photodiode 432
Polarisation (de la lumière) 22, 24, 28
Polarisation, angle de rotation du plan de 123-125
— circulaire 25, 105-106
— elliptique 25, 35, 107, 117, 174
— d'une lumière diffusée 330
— , plan de 73
— partielle 77
— rectiligne 25, 35
— par réflexion 76-81
— par réfraction 77, 78
—, rotation du plan de 123-129
—, rotation magnétique du plan de 148-155
— d'une substance 134, 142-143
—, variation dans un cristal 106
—, variation à la réflexion 91
—, — lors d'une réflexion totale 86-88
—, taux de 77
Polariseur 34, 77, 108-109
Polariseur interférentiel 204-205
Postulat, deuxième — d'Einstein 364, 367
Postulat d'Einstein, intervalle 368
Postulat d'Einstein, simultanéité des événements 367
Postulat, premier — d'Einstein 364
Pouvoir séparateur 312-321
— —, critère de Rayleigh 312-313, 338-340
— — des instruments d'optique 331-347
— — d'un interféromètre 235, 317, 386
— — du microscope 341
— —, théorie 345-347
— — du prisme 318-319
— — du télescope 338-339
Pression de radiation 86-101
Principe de Huygens 120-123
— de Fermat 263, 264
Principe mécanique de la relativité 357
Prisme de Wollaston 109
— de Nicol 34, 105, 109
— de Fresnel 88
Probabilité de transition 140
— d'une transition spontanée 418
— d'une transition stimulée 418
Propagation de la lumière 41
— de la lumière dans milieu anisotrope 114-120
Pyromètre optique 405-406

Radiance 39
Radiance énergétique 394
Rayon lumineux 259
— extraordinaire 103, 104, 121
— ordinaire 103, 104, 121
Rayons paraxiaux 266, 333
Rayons X 12, 327-329
Rayons X, spectre continu 13, 435
Rayons X, spectre de raies 13, 437-439
Rayonnement du dipôle 55-62
Rayonnement thermique 392
Réflecteur en coin 220
Réfraction spécifique 138
Réflexion 66
Réflexion, coefficient complexe de 229
—, corrélation des phases à la 79-80
—, facteur de 67
—, loi de la 69, 121
— métallique 89-95
Réfraction (de la lumière) 63-85
—, angle de 70
— dans cristaux 103-123
—, indice de — complexe 91-93
—, indice de — pour rayon extraordinaire 103-123
—, indice de 27
—, indice de — pour rayon ordinaire 103-123
—, loi de 43, 68-70, 121
— sur surface sphérique 267
Réseau de diffraction 279, 287-292
— — — d'amplitude 288
Réseaux de diffraction pour instruments optiques 345
Réseau de diffraction, pas du 283
— — — de phase 288
— — — , propriétés de polarisation 291
— — — à réflexion 283, 287
Réseaux de diffraction à traits profilés 287-292
Résonateur optique 239, 317-318

Rotation du plan de polarisation 123-129
Rotation magnétique du plan de polarisation 148-152

Section principale d'un cristal 104
Signal de battement 388-391
Spectromètre à décomposition de Fourier 222
Spirale de Cornu 253
Surface d'onde 120

Tache de Poisson 248
Température de radiation 405
— de luminance 406
— de couleur 405
Théorème de Kirchhoff 397
— — Zernike 297-300, 341
— sur la circulation du vecteur H 17
Théorie de la relativité restreinte 356-391
— — — — —, postulats de 364-376
— — — — —, bases expérimentales de 356-364
Transformations de Galilée 357
— de Lorentz 370-372
Transitions spontanées 418
Transitions spontanées, probabilité des 418
Transmission, facteur de 67, 75, 225
—, facteur de — complexe 230

Unités de mesure éclairagistes 39

Vecteur densité de flux d'énergie électromagnétique 38, 60, 97
Vitesse de groupe 43-48, 371
— — — dans un cristal 116-117
— — — des ondes radio dans l'ionosphère 141
Vitesse de l'onde électromagnétique 41-48
— de l'onde e.m. dans le vide 41, 42, 236, 237, 364-365
Vitesse de phase 43-47, 371, 376
— — — dans un cristal 116-117
— — — des ondes radio dans l'ionosphère 141
Vitesse radiale 381
Vitesse de transmission d'un signal 49

Zones de Fresnel 244-252
Zone d'onde 56

TABLE DES MATIÈRES

Préface à la traduction française 5
Introduction 7

Chapitre premier. PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES 15

§ 1.1. Le système d'équations de Maxwell 15
§ 1.2. Les ondes électromagnétiques sont transversales 19
§ 1.3. Ondes monochromatiques planes et étude des possibilités de leur réalisation expérimentale 26
§ 1.4. Transport d'énergie par les ondes électromagnétiques . . 36
§ 1.5. Vitesse de propagation d'une onde électromagnétique . . 41
§ 1.6. Ondes électromagnétiques stationnaires 51
§ 1.7. Rayonnement du dipôle élémentaire. Ondes électromagnétiques sphériques 56

Chapitre II. RÉFLEXION ET RÉFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES 63

§ 2.1. Onde électromagnétique tombant sous incidence normale sur la frontière de séparation de deux diélectriques . . . 64
§ 2.2. Les lois de réflexion et de réfraction des ondes électromagnétiques 68
§ 2.3. Les formules de Fresnel 70
§ 2.4. Réflexion interne totale 81
§ 2.5. Réflexion métallique des ondes électromagnétiques . . . 89
§ 2.6. Pression de radiation 96

Chapitre III. ÉLÉMENTS D'OPTIQUE CRISTALLINE] 102

§ 3.1. Description des expériences de base 103
§ 3.2. Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope 114
§ 3.3. Construction d'Huygens 120
§ 3.4. Rotation du plan de polarisation 123

Chapitre IV. THÉORIE ÉLECTRONIQUE DE LA DISPERSION . . 130

§ 4.1. Remarques préliminaires 130
§ 4.2. Equations de dispersion 133
§ 4.3. Dispersion à grande distance d'une raie d'absorption 136
§ 4.4. Dispersion anomale 144
§ 4.5. Mécanisme de la rotation du plan de polarisation par biréfringence magnétique 148

Chapitre V. INTERFÉRENCES DE LA LUMIÈRE 156

§ 5.1. Oscillations cohérentes 157
§ 5.2. Etude statistique des processus physiques dans les sources lumineuses 168
§ 5.3. Production de vibrations cohérentes dans la gamme optique 175
§ 5.4. Sur la possibilité d'observation des franges produites à partir d'une source étendue 180
§ 5.5. Superposition des franges d'interférence créées par des ondes polarisées le long de directions rectangulaires 186
§ 5.6. Localisation des franges d'interférence et coloration de lames minces 193
§ 5.7. Couches diélectriques interférentielles 201
§ 5.8. Les interféromètres à deux ondes 205
§ 5.9. Interféromètre Fabry-Pérot 224

Chapitre VI. DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE 242

§ 6.1. Principe d'Huygens-Fresnel et ses applications 243
§ 6.2. Principes fondamentaux de l'optique géométrique 258
§ 6.3. Diffraction d'ondes planes sur des ouvertures de formes diverses 270
§ 6.4. Diffraction de la lumière par une structure régulière . . . 278
§ 6.5. Les réseaux de diffraction 287
§ 6.6. Diffraction d'une lumière partiellement cohérente . . . 292
§ 6.7. Décomposition spectrale des rayonnements et principales propriétés des appareils spectraux 302
§ 6.8. Diffraction par des structures planes et tridimensionnelles. Diffusion de la lumière 321
§ 6.9. Pouvoir séparateur des instruments d'optique 331
§ 6.10. Notions d'holographie 347

Chapitre VII. EXPÉRIENCES OPTIQUES AVEC DES CORPS EN MOUVEMENT 356
§ 7.1. Bases expérimentales de la théorie de la relativité restreinte 356
§ 7.2. Les postulats d'Einstein et leurs corollaires 364
§ 7.3. Effet Doppler 376

Chapitre VIII. LIMITES DE VALIDITÉ DE LA THÉORIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA LUMIÈRE ET ÉLÉMENTS D'OPTIQUE QUANTIQUE 392
'8.1. Rayonnement thermique d'équilibre 392
§ 8.2. Lois de rayonnement du corps noir et leurs applications 402
§ 8.3. Insuffisances de la description classique du rayonnement thermique d'équilibre. Formule de Planck 408
§ 8.4. L'effet photo-électrique et son utilisation dans les recherches d'optique 421
§ 8.5. Les photons et leurs propriétés 434
Conclusion 441
Index 444

